

Evaluación para el Acceso a la Universidad Curso 2020/2021



Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El estudiante deberá resolver **CUATRO** de los ocho ejercicios propuestos. Si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

1. Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) [1 punto] Calcula razonadamente la matriz inversa de A .

b) [1,5 puntos] Calcula razonadamente la matriz X de la ecuación matricial $AX + 3I = A$.

2. a) [1,75 puntos] Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x & +ay & +z & = & 2 \\ x & & & +z & = & a \\ ax & +2y & & +z & = & 3 \end{cases}.$$

b) [0,75 puntos] Resuelve razonadamente el sistema anterior para $a = 2$, si es posible.

3. a) [1,25 punto] Calcula razonadamente la siguiente integral: $\int x \cdot \cos(3x)dx$.

b) [1,25 puntos] Calcula razonadamente la siguiente integral: $\int \frac{dx}{2x^2 + 1}$.

4. Sean los planos $\pi_1 \equiv a \cdot x + y + 2 \cdot z = 3$ y $\pi_2 \equiv 2 \cdot x - y + a \cdot z = 0$.

a) [1 punto] Determina razonadamente el valor de a para que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares.

b) [1,5 puntos] Para $a = 1$ calcula la distancia del punto $P(2, 0, 1)$ al plano π_1 .

5. a) [1 punto] Calcula razonadamente el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^{x-1} - 1}$.

b) [1,5 puntos] Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases},$$

estudia su continuidad en $x = 0$ y en $x = 2$ e indica el tipo de discontinuidad, si la hubiera.

6. Sea la función $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{3x^2 + 3}$.

a) [1,5 puntos] Halla razonadamente las coordenadas de los extremos relativos de la función $f(x)$ y clasificalos.

b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

7. a) [1 punto] Sea la función $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + x - 1$, con $a, b \in \mathbb{R}$. Determina los valores de a y b para que la gráfica de $f(x)$ pase por el punto $(1, 1)$ y tenga aquí un punto de inflexión.
- b) [1,5 puntos] Sea la función $f(x) = x \operatorname{sen}(x) - \cos(x)$. Enuncia el teorema de Rolle y úsalo para razonar si la función $f(x)$ tiene al menos un extremo relativo en el intervalo $[-1, 1]$.
8. a) En el servicio de urgencias clasifican a los pacientes en leves y graves según llegan al hospital. El 20% de los pacientes leves debe ingresar en el hospital, mientras que el 60% de los pacientes graves debe hacerlo. En un día cualquiera llegan al servicio de urgencias un 90% de pacientes leves y un 10% de pacientes graves. Si se selecciona un paciente al azar:
- a.1) [0,5 puntos] ¿Qué probabilidad hay de que deba ingresar en el hospital?
- a.2) [0,75 puntos] Si se sabe que el paciente tuvo que ingresar, ¿cuál es la probabilidad de que llegara al hospital con una dolencia leve?
- b) En un momento dado llegan 8 pacientes a urgencias.
- b.1) [0,5 puntos] ¿Qué probabilidad hay de que exactamente 4 pacientes se clasifiquen como leves?
- b.2) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 7 pacientes sean clasificados como leves?

n	k	P								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
8	0	0.4305	0.1678	0.0576	0.0168	0.0039	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000
	1	0.3826	0.3355	0.1977	0.0896	0.0313	0.0079	0.0012	0.0001	0.0000
	2	0.1488	0.2936	0.2965	0.2090	0.1094	0.0413	0.0100	0.0011	0.0000
	3	0.0331	0.1468	0.2541	0.2787	0.2188	0.1239	0.0467	0.0092	0.0004
	4	0.0046	0.0459	0.1361	0.2322	0.2734	0.2322	0.1361	0.0459	0.0046
	5	0.0004	0.0092	0.0467	0.1239	0.2188	0.2787	0.2541	0.1468	0.0331
	6	0.0000	0.0011	0.0100	0.0413	0.1094	0.2090	0.2965	0.2936	0.1488
	7	0.0000	0.0001	0.0012	0.0079	0.0313	0.0896	0.1977	0.3355	0.3826
8	0.0000	0.0000	0.0001	0.0007	0.0039	0.0168	0.0576	0.1678	0.4305	