EXAMEN CONVOCATORIA ORDINARIA

Indicaciones Generales de Corrección:

- El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso pueden ser exigibles en los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación.
- En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes.
- En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.
- En la mayoría de los casos se valora conocer (o deducir) la expresión matemática necesaria, por un lado, y el valor numérico final por otro.
- En ningún caso se invalidará todo un apartado sólo porque el valor numérico final no coincida con el dado aquí como solución, aunque estén dados en negrita como referencia.
- La puntuación de los ejercicios se realizará en múltiplos de 0.25 puntos.

PROBLEMA 1 (2.5 puntos) Nos encontramos en una nave espacial de masa $9 \cdot 10^4$ kg sobre la superficie del planeta Saturno. Sabemos que el radio de este planeta es de $5.82 \cdot 10^4$ km, su masa de $5.68 \cdot 10^{26}$ kg y su periodo de rotación de 10 horas y 34 minutos. Elige dos apartados a realizar:

a) (1.25 puntos) Calcula el valor de la gravedad en la superficie de Saturno y la velocidad que necesita la nave para abandonar el planeta. Deduce razonadamente las expresiones.

b) (1.25 puntos) Suponer que se lanza la nave verticalmente y sus motores se apagan justo cuando se encuentra a una altura de 2 veces el radio de Saturno sobre su superficie con velocidad de 1 km/s. Determinar a qué altura (en km) se parará antes de volver a caer sobre Saturno.

c) (1.25 puntos) Se quiere lanzar la nave para que orbite alrededor de este planeta de forma geoestacionaria (manteniéndose siempre en la vertical sobre un punto sobre la superficie del planeta). Deducir y calcular la altura a la que orbitará la nave.

Datos: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}.

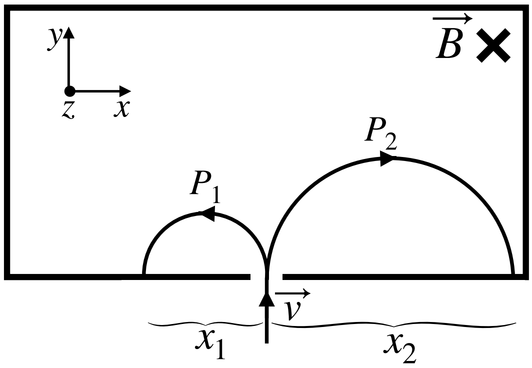
SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Para hallar la gravedad g, se iguala la fuerza gravitatoria a la masa por la aceleración de la gravedad y se despeja $F_g = G\dfrac{M \cdot m}{d^2} = mg \;\Rightarrow\; g = G\dfrac{M}{R^2}$	0.25
Sustituyendo los valores numéricos: $g = 11.18$ m/s^2.	0.25
Identificación del concepto de v_e: la velocidad necesaria para abandonar el planeta es la velocidad de escape v_e. La v_e proporciona al cuerpo una energía cinética tal que la energía mecánica total será nula.	0.25
Deducir la ecuación y despejar v_e: $\rightarrow$ (También es válido emplear $v_e = \sqrt{2gR}$ deduciéndola con un cambio de variable) $E = -G\dfrac{Mm}{R} + \dfrac{1}{2}mv_e^2 = 0 \;\Rightarrow\; v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$	0.25
Sustituyendo los valores numéricos: $v_e = 36082$ m/s ~ 36.08 km/s	0.25

Apartado b): Items	Puntos
Por conservación de la energía mecánica, exponiendo la fórmula diseccionada en sus componentes cinética, E_c y potencial E_p: $E^i = E^f \;\Rightarrow E_c^i + E_p^i = E_c^f + E_p^f$	0.25
Identificar las energías, incluyendo que la velocidad final es cero, $v_f = 0$ $-G\dfrac{Mm}{3R_{sat}} + \dfrac{1}{2}m(v^i)^2 = -G\dfrac{Mm}{h_f} \;\Rightarrow\; -G\dfrac{M}{3R_{sat}} + \dfrac{1}{2}(v^i)^2 = -G\dfrac{M}{h_f}$	0.25
Despejar la altura, h_f correctamente: (Si este paso no lo escriben no se penaliza) $h_f = \dfrac{GM}{\frac{GM}{3R_{sat}} - \frac{(v^i)^2}{2}}$	0.25
Hallar numéricamente $h_f = 1.75 \cdot 10^8$ m	0.25
Interpretar la altura sobre la superficie del planeta y obtener su valor (en m o en km) $h = h_f - R = 1.17 \cdot 10^8$ m $= 1.17 \cdot 10^5$ km	0.25

Apartado c): Items	Puntos
Identificar la resolución del ejercicio igualando la Fuerza gravitatoria con la masa por la aceleración centrípeta: $F_g = m \cdot a_c$	0.25
Identificar cada parte de la ecuación anterior: $G\frac{Mm}{D^2} = m\omega^2 D$	0.25
Despejar la distancia D $D^3 = \dfrac{GM}{(2\pi)^2}T^2 \;\Rightarrow\; D = \left(\dfrac{GM}{(2\pi)^2}T^2\right)^{\frac{1}{3}}$	0.25
Hallar el periodo de rotación en segundos $T =$(10 horas×60 min/hora×60 s/min) + (34 min×60 s/min) = 38040 s (Si se utiliza un periodo de 24 horas se considerará como error leve.)	0.25
Obtener el valor de la distancia, h, $D = 1.12 \cdot 10^8$ m $\rightarrow h = D - R = 5.34 \cdot 10^7$ m.	0.25

PROBLEMA 2 (2.5 puntos) En un espectrómetro de masas, dos partículas cargadas, P1 y P2, de masas iguales m = 510^{-6} kg, entran en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular (B = 0.50 T) orientado según se indica en la figura (el aspa indica que $\vec{B}$ entra hacia dentro de la hoja). A su entrada, las dos partículas tienen la misma velocidad, v = 100 m/s. Una vez dentro, las partículas se separan siguiendo las trayectorias semicirculares indicadas, siendo x_1 = 10 cm (partícula P1) y x_2 = 40 cm (partícula P2). Elige dos apartados a realizar:



a) (1.25 puntos) Explicar razonadamente el signo de la carga de cada partícula y determinar el valor de dichas cargas.

b) (1.25 puntos) Calcular la aceleración debida a la fuerza magnética que actúa sobre cada una de las partículas y determinar el tiempo invertido por las partículas en recorrer su respectiva trayectoria semicircular.

c) (1.25 puntos) En este experimento se tiene la posibilidad de incluir un campo eléctrico dentro de la parte recuadrada. Especificar el vector campo eléctrico para que las partículas al entrar en el recuadro sigan una trayectoria rectilínea y no se desvíen.

SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Identificar la fuerza de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, mencionando como se puede obtener el sentido de la fuerza al entrar las partículas: aplicación de la *regla de la mano derecha.*	0.25
Hallar que P_1 tiene carga positiva y que P_2 carga negativa.	0.25
Identificar a partir del módulo de la fuerza de Lorentz, F se puede obtener la carga q, $F = qvB \quad \rightarrow \quad q = F/(vB)$	0.25
Identificar la fuerza como la masa, m por la aceleración centrípeta, $a_c = v^2/R$, $F = ma_c$ $\quad q = \dfrac{mv^2}{RvB} = \dfrac{mv}{RB}$	0.25
Alcanzar el valor de las cargas de las partículas: $q_1 = 0.02$ C, $q_2 = 0.005$ C	0.25

Apartado b): Items	Puntos
Identificar que las partículas sufren una aceleración centrípeta por la acción de Fuerza de Lorentz. Su módulo puede calcularse mediante la relación $a_c = v^2/R$. (se puede calcular como $a_c = F_m/m = qvB/m$, pero se necesita el valor de la q del a)).	0.25
Hallar el valor de la a_c para cada partícula, $a_{c1} = 2 \cdot 10^5$ m/s^2 y $a_{c2} = 5 \cdot 10^4$ m/s^2.	0.25
El tiempo, T, que tardan en dar una vuelta completa es $T = 2\pi/\omega$, (ω: velocidad angular)	0.25
Darse cuenta de que se recorre media circunferencia, de que $\omega = v/R$ e incorporarlo al Tiempo anterior: $\quad T_{1/2} = \dfrac{\pi R}{v}$	0.25
Hallar el valor numérico: $T_{1/2,1} = 1.57 \cdot 10^{-3}$ s, $T_{1/2,2} = 6.28 \cdot 10^{-3}$ s.	0.25

Apartado c): Items	Puntos
Darse cuenta de que la Fuerza producida por el campo E debe contrarrestar a la Fuerza magnética. $\vec{F}_e = -\vec{F}_m$	0.25
Para que las partículas no cambien de dirección justo al entrar a la región, el campo $\vec{E}$ tiene que tener sentido $\vec{i}$: $\vec{E} = \vert\vec{E}\vert\vec{i}$	0.25
El sentido del $\vec{E}$ es independiente del signo de q. Aplicando la regla de mano derecha.	0.25
El módulo vendrá dado al igualar los módulos de la Fuerza Eléctrica, $\vert\vec{F}_e\vert = q\vert\vec{E}\vert$ y. la fuerza magnética $\vert\vec{F}_m\vert = q\vert\vec{v}\vert\vert\vec{B}\vert$, así resulta: $\quad q\vert\vec{E}\vert = q\vert\vec{v}\vert\vert\vec{B}\vert \rightarrow \vert\vec{E}\vert = \vert\vec{v}\vert\vert\vec{B}\vert$	0.25
Hallar el valor numérico: $\vert\vec{E}\vert = 50$ V/m, $\vec{E} = 50\vec{i}$ V/m	0.25

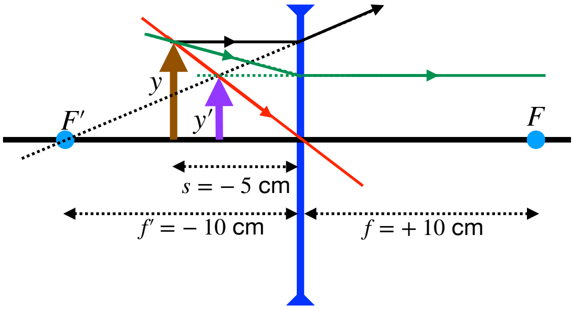
PROBLEMA 3 (2.5 puntos) A una distancia de 5 cm a la izquierda de una lente divergente de 10 dioptrías de potencia, se sitúa un objeto de 10 cm de altura. Elige dos apartados a realizar:

a) (1.25 puntos) Realizar un trazado de rayos para localizar la posición y el tamaño de la imagen, explicando las reglas de trazado para los rayos que uses. Indica las características de la imagen.

b) (1.25 puntos) Determinar numéricamente la posición de la imagen y su tamaño, así como el aumento lateral de este sistema óptico.

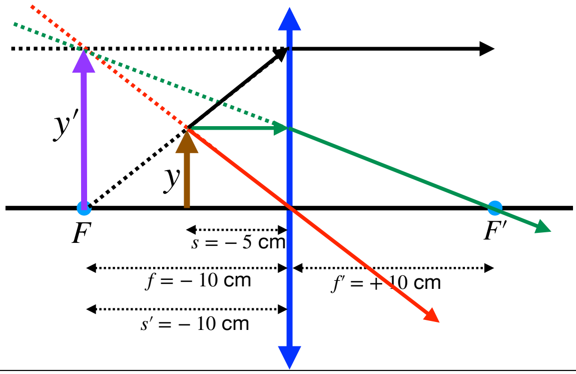
c) (1.25 puntos) Si sustituimos la lente por una lente convergente con la misma potencia, calcular la posición de la imagen y su tamaño. Realizar un trazado de rayos para ilustrarlo, indicando razonadamente si la imagen es real o virtual.

SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Hallar la posición de los focos a partir de la relación entre la potencia, P de la lente y el foco F': $f' = -1/P = -1/(10\text{d}) = -0,1$ m; $f' = -10$ cm.	0.25
Realizar el trazado de rayos completo para este caso. (Debe ser cualitativamente correcto) se observa que la imagen se forma por las proyecciones de los rayos $\rightarrow$ virtual 	0.50
Explica al menos dos reglas de trazado de rayos:(con 2 bien explicados ya damos 0.25 aquí) ·El rayo que sale del Objeto paralelo al eje óptico diverge en la dirección desde el foco imagen (F'). Se prolonga (línea punteada) hacia F'. ·El rayo que sale del Objeto hacia F sale paralelo de la lente divergente. Su prolongación es paralela (línea punteada). ·El rayo que incide hacia el centro de la lente no se desvía.	0.25
Indicar que la imagen será: virtual, derecha y disminuida (menor)	0.25

Apartado b): Items	Puntos
Hallar la posición de los focos a partir de la relación entre la potencia, P de la lente y el foco F': $f' = -1/P = -1/(10\text{d}) = -0,1$ m; $f' = -10$ cm.	0.25
Utilizar de forma correcta la ecuación de las lentes delgadas con $s = -5$ cm. $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$ $\quad s' = \frac{f's}{s+f'}$	0.25
Hallar el valor de, s', $s' = -3,33$ cm (imagen virtual)	0.25
Hallar el aumento lateral, m, con la relación entre las posiciones s' y s: $m = s'/s = +0,67$	0.25
Hallar la altura con la relación $y' = my = +6.67$ cm.	0.25

* **Nota sobre el criterio de signos:** En caso de no utilizar este criterio de signos (DIN), la fórmula de las lentes delgadas (Gauss) sería $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ y el aumento lateral $m = y'/y = -s'/s$. Si se mantiene con coherencia este criterio es válido.

Apartado c): Items	Puntos
Hallar la posición de los focos a partir de la relación entre la potencia, P de la lente y el foco F': $f' = 1/P = 1/(10\text{d}) = 0,1$ m; $f' = 10$ cm; $f = -10$ cm.	0.25
Despejar s' de la ecuación de las lentes delgadas e incorporar su valor $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \rightarrow s' = \frac{f's}{s+f'} = -10$ cm	0.25
Hallar la altura, y' con la expresión $y' = (s'/s) \cdot y = 20$ cm.	0.25
Realización del esquema y especificar que la imagen es virtual. 	0.5

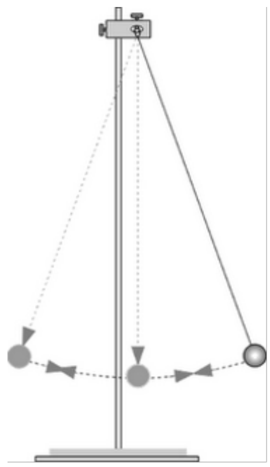
CUESTIONES (2.5 puntos) Elegir 2 de las siguientes cuestiones:

a) (1.25 puntos) La función de trabajo de un electrodo de aluminio es de 4.08 eV. Determinar la frecuencia umbral de este metal para producir efecto fotoeléctrico y la energía cinética que tendrán los electrones emitidos si se ilumina con una radiación ultravioleta de 250 nm.
Datos: h $= 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s; c $= 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}; 1 eV $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ J.

b) (1.25 puntos) Dos esferas conductoras, de radios $R_1 = 90$ cm y $R_2 = 45$ cm, están cargadas de modo que sus superficies están a un potencial, respecto del infinito, de $V_1 = 10$ V y $V_2 = 20$ V, respectivamente. Las esferas se encuentran en una zona del espacio vacío y con sus centros separados a gran distancia. Calcula la carga que quedará en cada esfera si ambas se unen mediante un conductor de capacidad despreciable.

Datos: K $= 9.0 \cdot 10^{9}$ N·m^2·C-2.

c) (1.25 puntos) En el laboratorio del instituto se mide el tiempo que tarda un péndulo simple en describir oscilaciones de pequeña amplitud, con el fin de determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Responder a las siguientes cuestiones:



c.1) Si se repite la experiencia con otra bola de masa distinta, ¿se obtendrán los mismos resultados? ¿Por qué?

c.2) ¿Qué longitud debería tener el hilo para que el periodo fuera el doble del obtenido?

c.3) En la luna, donde la gravedad viene a ser 6 veces menor que en la Tierra ¿Cuál sería el periodo de un péndulo, si en la Tierra su periodo es de 2 segundos?

SOLUCIÓN:

CUESTIÓN a): Items	Puntos
Pasar la función de trabajo, W_0 a Julios (J) $\rightarrow W_0(Al) = 4.08$ eV $\cdot 1.6 \cdot 10^{-19}$ J/1 eV $= 6.53 \cdot 10^{-19}$ J.	0.25
Hallar la frecuencia umbral, f_0, a partir de $W_0 = h \cdot f_0$, $\rightarrow f_0 = W_0/h = 9.85 \cdot 10^{14}$ Hz.	0.25
Exponer como hallar la cantidad de energía cinética, E_c que reciben los electrones a partir de la energía incidente, E_i, de los fotones. La energía se conserva en el proceso: $E_i = W_0 + E_c \quad \rightarrow \quad E_c = E_i - W_0$	0.25
Determinar la E_i a partir de la longitud de onda: $E_i = h \cdot f = h\frac{c}{\lambda} = 7.96 \cdot 10^{-19}$ J	0.25
Obtener el valor de la energía cinética de los e− emitidos, $E_c = E_i - W_0 = 1.43 \cdot 10^{-19}$ J	0.25

CUESTIÓN b): Items	Puntos
Establecer que cuando se conectan las esferas se igualan sus potenciales, $V_1^f = V_2^f$	0.25
Describir como será la transferencia de carga y deducir la ecuación. $\rightarrow$ Como $V_2^i > V_1^i$, entonces pasará carga de la esfera 2 a la 1 hasta igualar los potenciales.	0.25
Alcanzar la ec. resultante al igualar los potenciales: $V_1^f = V_2^f \quad \rightarrow \quad k\frac{Q_1^f}{R_1} = \frac{Q_2^f}{R_2} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_1^i + q}{R_1} = \frac{Q_2^i - q}{R_2}$	0.25
Resolución de la ecuación resultante: $R_2(Q_1^i + q) = R_1(Q_2 - q) \quad \Rightarrow \quad q = \frac{R_1 Q_2^i - R_2 Q_1^i}{R_1 + R_2}$	0.25
Hallar el valor de q y de cada una de las cargas finales $q = 3.33 \cdot 10^{-10}$ C; $Q_1^f = Q_1^i + q = 1.33 \cdot 10^{-9}$ C; $Q_2^f = Q_2^i - q = 6,67 \cdot 10^{-10}$ C	0.25

CUESTIÓN C): Items	Puntos
c.1) Respuesta Sí, g es independiente de la masa. Demostrar que a partir de la relación del periodo se obtiene la gravedad sin la masa: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$	0.25
c.2) Obtener la relación de L' para $T' = 2T$, a partir de la ecuación del periodo (péndulo): $T' = 2T \rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow L' = 4L$	0.50
c.3) Darse cuenta de la relación entre la gravedad de la tierra y la luna $g_L = g_T/6$. Hallar la relación entre los periodos T_T/T_L a partir de la ecuación del periodo (péndulo): $\frac{T_T}{T_L} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_T}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_L}}} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}}$ Hallar el valor numérico: $\frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} = \sqrt{\frac{1}{6}} \rightarrow T_L = T_T\sqrt{6} = 2\sqrt{6} = 4.90$ s	0.50