Solucionario del Examen EXTRAORDINARIO

El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso puede ser exigible a los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación. En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes. En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.

Sección 1: Problemas (elegir 2). Puntuación máxima 3 puntos cada uno.

1. Una esfera metálica de 20 cm de radio se carga conectándola a una batería de 50 V. Posteriormente se coloca a 3 m de una segunda esfera de 30 cm de radio que contiene una carga de -3 nC.
   a. Calcula la carga que la primera esfera absorbe de la batería y el potencial inicial de la segunda.
   b. Determina la fuerza con que interaccionan las esferas, indicando módulo dirección y sentido.
   c. Si se conectan eléctricamente las esferas entre sí, determina la carga y el potencial con que termina cada una. Datos: $K=9\cdot10^9$ Nm^2C^{-2}

Apartado (a)	Puntos
El potencial de una esfera conductora es V=Kq/R.	0.25
Aplicándolo a la primera obtenemos la carga que absorbe de la batería $q_1=V\cdot R/K=1.11\cdot10^{-9}$ C =1.11 nC	0.5
En el caso de la segunda sustituimos sus datos para obtener V_2= -90V	0.25

Apartado (b)	Puntos
El campo fuera de las esferas es como si fuesen cargan puntuales. La fuerza lleva la **dirección de la línea que une las cargas** y es **atractiva** puesto que tienen cargas de signos opuestos	0.5
El módulo es $F=Kq_1q_2/d^2$. En este caso **$F=3.33\cdot10^{-9}$ N** *Nota: El dato que se da d=3 m se refiere a la distancia entre centros de las esferas. Si algún alumno ha considerado que lo que se daba es la distancia entre las superficies sería d'=3+0.2+0.3=3.5 m y resulta **$F=2.44\cdot10^{-9}$ N**. Lo damos por válido puesto que no se explicita que sea distancia "entre centros".*	0.5

Apartado (c)	Puntos
Cuando se conectan eléctricamente, las esferas intercambian carga hasta igualar sus potenciales	0.25
Llamamos q a la cantidad de carga que (1) le cede a (2). Igualamos los potenciales finales con la carga modificada $$V_1' = K\frac{q_1-q}{R_1} = K\frac{q_2+q}{R_2} = V_2'$$	0.25
Desarrollamos la ecuación anterior para llegar a q=1.866 nC	0.25
Con esta carga final, sustituimos en cualquiera de los potenciales finales para obtener el mismo valor, por ejemplo, con (1)… $$V_1' = K\frac{q_1-q}{R_1} = -34\,V$$	0.25

2. La Luna tiene una masa de $7.35\cdot10^{22}$ kg y un radio de 1740 km. La nave Artemisa, con una masa de 5000 kg, orbita alrededor a una distancia de su centro igual a 5 veces el radio de la Luna. Determina de manera razonada y deduciendo las expresiones matemáticas empleadas:
   a. El periodo de rotación de la nave, en horas.
   b. La Energía mecánica de la nave.
   c. La velocidad mínima que necesitarán proporcionar los cohetes de la nave para abandonar la superficie de la Luna y volver a la Tierra al terminar la misión.

   Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}

Apartado (a)	Puntos
Igualando la fuerza gravitatoria a masa por aceleración centrípeta $$F = G\frac{M\cdot m}{d^2} = m\omega^2 d$$ Además, la velocidad angular se expresa en función del periodo como 2πd/T	0.25
$$G\frac{M\cdot m}{d^2} = m\omega^2 d = m\frac{4\pi^2 d}{T^2}$$ Despejando aquí se obtiene la tercera ley de Kepler, que establece la proporcionalidad entre el periodo de un astro y su radio orbital $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}d^3$	0.50
La distancia orbital es 5 veces el radio de la Luna: $d=5\cdot R_L=8.7\cdot10^6$ m y la masa que aparece en la expresión es la de la Luna (¡no la del satélite!) Sustituyendo **T=20.2 horas** *(si no se da en horas, pero el valor es correcto, error leve)*	0.25

Apartado (b)	Puntos
La energía mecánica es suma de la cinética y la potencial gravitatoria	0.25
$E_c=mv^2/2$, donde $v=2\pi d/T$ =750.6 m/s (del apartado anterior) $E_c=1.41\cdot10^9$ J	0.25
La energía potencial gravitatoria es $E_p = -\frac{GMm}{d} = -2.82\cdot10^9\,J$	0.25
La energía mecánica total es $E_c+E_p=-1.40\cdot10^9$ J	0.25

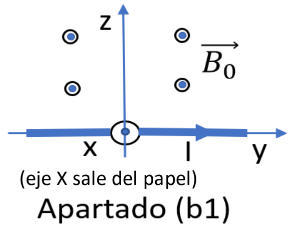
No se exige dar el valor por separado de cada energía, puesto que no se pide así. Valoramos la expresión de cada una. Por otra parte, de otro desarrollo se puede llegar a $E_{mec}=1/2\ E_p$. Si se deduce esta expresión es correcto (1 punto) pero si se da la fórmula sin más damos un máximo de 0.5 puntos, ya que se dice "Determina de manera razonada y deduciendo las expresiones matemáticas empleadas".

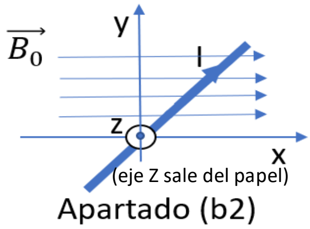
Apartado (c)	Puntos
El alumno identifica lo que se pide como la velocidad de escape	0.25
La energía potencial corresponde a estar a una distancia de la Luna igual a su radio $E_p=-GM_Lm/R_L$	0.25
Para abandonar la Luna necesitan una energía mecánica mínima de cero $E= -GM_Lm/R_L + mv_e^2/2=0$	0.25
Despejando $v_e = \sqrt{\frac{2\cdot GM_L}{R_L}} = 2373.8\ m/s$	0.25

Si el alumno sólo identifica que se pide la velocidad de escape y pone la expresión final de memoria tendrá como máximo 0.5 en este apartado.

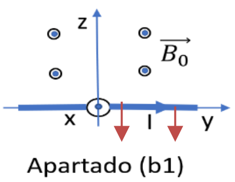
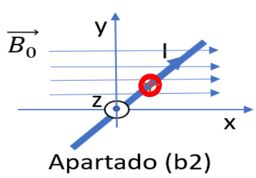
3. Un hilo rectilíneo muy largo que transporta una intensidad de 150 A se coloca en una región en la que hay un campo magnético uniforme en dirección eje X positivo de valor B_0=0.2 T.
   a. Razona si hay alguna orientación posible para el hilo de modo que no sufra fuerza magnética, y en qué orientaciones será máxima esta fuerza.
   b. Determina la fuerza por unidad de longitud que sufrirá el hilo debido a este campo externo B_0, indicando módulo, dirección y sentido en los siguientes casos (Incluye en tu respuesta un esquema aclaratorio, y ten en cuenta que en los esquemas adjuntos de los dos casos el punto de vista se ha cambiado para visualizar mejor las condiciones particulares de cada pregunta)
      (b1) La corriente circula en la dirección del eje Y positivo.
      (b2) La corriente lleva la dirección de la bisectriz del plano XY.
   c. Queremos anular la fuerza en el caso (b1) añadiendo un segundo hilo paralelo por encima del anterior, en el plano YZ, y con la misma corriente. Determina a qué distancia habrá que colocarlo y si el sentido de la corriente tendrá que ser la misma del hilo inicial o la contraria.

   Datos: $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ T·m/A





Apartado (a) **total:0.75**	Puntos
La fuerza magnética sobre una corriente eléctrica depende de la intensidad, el módulo del campo, la longitud del conductor y su orientación relativa F=I·L^B=ILB sen (θ)	0.25
En este caso sólo jugamos con la orientación (θ). La fuerza **será cero** si lo es sen(θ), por tanto si el conductor se coloca **paralelo** al campo magnético	0.25
Para que sea máxima la fuerza → sen θ=1, lo que ocurrirá si el conductor se coloca perpendicular a la dirección de eje X, es decir en cualquier dirección en el plano YZ *(damos por válido si sólo dicen "eje Y" o "eje Z")*	0.25

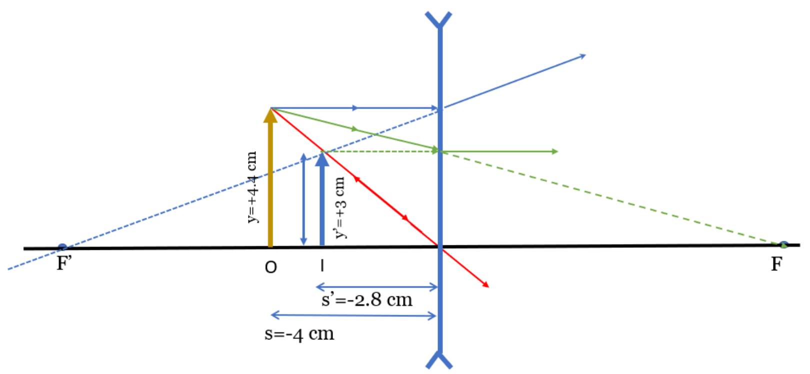
Apartado (b1) **total:0.75**	Puntos
En este caso θ=90º, con lo que el módulo será F/L=I·B·sen90º=**30 N/m**	0.25
 El producto vectorial de la corriente y el campo lleva la dirección de las flechas rojas. Valoramos con este 0.25 el **esquema**	0.25
La **dirección** de la fuerza será la del **eje Z.** Según la regla de la mano derecha, el **sentido** será el **negativo** del eje Z	0.25
Apartado (b2) **total:0.75**	Puntos
 En este caso θ=45º, con lo que el módulo será F/L=I·B sen45º =**21.2 N/m**	0.25
El producto vectorial de la corriente y el campo lleva la dirección perpendicular al papel. Valoramos con este 0.25 el **esquema.** *El alumno podría utilizar otro punto de vista en el diagrama igualmente válido para mostrar la dirección Z.*	0.25
La **dirección** de la fuerza será la del **eje Z.** Según la regla de la mano derecha, el **sentido** será el **negativo** del eje Z	0.25

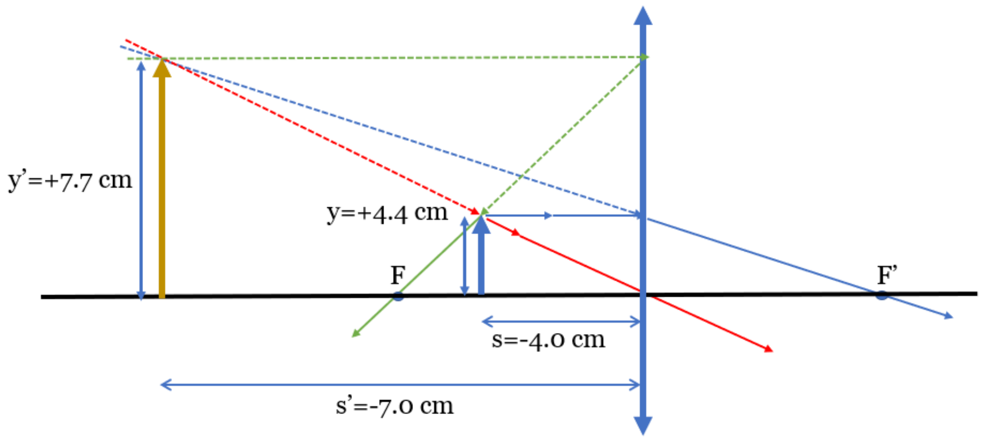
Apartado (c) **total:0.75**	Puntos
El campo que crea un hilo rectilíneo es $B=\mu_0 I/2\pi d$, y la fuerza magnética entre corrientes paralelas por unidad de longitud es $F/L=I_1B_2=\mu_0 I_1 I_2/2\pi d$	0.25
Como la fuerza del campo externo va hacia abajo y colocamos el hilo por encima, necesitamos que la fuerza sea **atractiva**. Para ello las corrientes tienen que tener el **mismo sentido**	0.25
Para dejar al hilo en equilibrio la fuerza debida al campo externo (obtenida en (b1), 30 N debe ser igual a la del nuevo conductor. Como las corrientes son iguales $\mu_0 I_1 I_2/2\pi d=30 \rightarrow d=\mu_0 I^2/(2\pi\cdot 30)=$**0.15 mm**	0.25

4. Un objeto de 4.4 cm de altura está situado 4.0 cm a la izquierda de una lente divergente, y se observa una imagen virtual 2.8 cm a la izquierda de la lente cuando se ilumina con una luz que viene de la izquierda.
   a. Determina la focal de la lente, su potencia en dioptrías, el tamaño de la imagen y su orientación.
   b. Explica las 3 reglas de trazado de rayos, y aplícalas a este caso para mostrar los resultados anteriores. Trata de mantener las proporciones en el dibujo.
   c. Si sustituimos la lente divergente por una convergente con la misma focal, calcula dónde aparecerá la imagen y qué altura tendrá. Realiza un trazado de rayos para ilustrarlo.

Apartado (a)	Puntos
La fórmula de Gauss de las lentes delgadas establece (criterio DIN) $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ En este caso nos dan datos para disponer de s=-4.0 cm; s'=-2.8 cm. Despejamos **f'= −9.3 cm**	0.25
La potencia será **P=1/f'=−10.75 m⁻¹ = -10.75 Dioptrías**	0.25
El aumento lateral es y'/y=A. Además sabemos que A está relacionado con las posiciones de objeto e imagen A=s'/s. Por tanto y'=y·s'/s=**3.1 cm (tamaño imagen**)	0.25
Como es positivo el resultado la imagen es **derecha**	0.25

Nota sobre el criterio de signos: *En caso de no utilizar este criterio de signos (DIN), la fórmula de Gauss sería* $\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ *y el aumento lateral A=y'/y=-s'/s. Si se mantiene con coherencia este criterio también es válido. Ojo porque en este caso algunos resultados podrían tener signo cambiado y estar bien.*

Apartado (b)	Puntos
Explica **al menos dos** reglas de trazado de rayos: (con 2 bien explicados ya damos 0.5 aquí) • El rayo que llega a la lente paralelo al eje óptico sale pasando por el foco imagen (f') • El rayo que pasa por el foco objeto sale de la lente paralelo al eje óptico • El rayo que incide en el centro de la lente no se desvía	0.5
 Realiza el trazado de rayos completo para este caso. *(Debe ser cualitativamente correcto aunque no se realice a escala)*	0.5

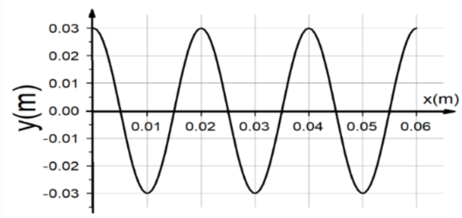
Apartado (c)	Puntos
Si la lente es convergente cambiamos el signo de f'=93.3 cm y s' pasa a ser incógnita $$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$ Resulta **s'=-7 cm** y como antes y'=y·s'/s=4.4·(-7/-4)=**7.7 cm** *Si los resultados salen incorrectos como consecuencia de un error previo en la determinación de f' no se arrastra aquí el error. Hay que comprobar si se ha aplicado la formula coherentemente.*	0.25 0.25
	0.5

Sección 2: Cuestiones (elegir 3). Puntuación máxima 1 punto cada una.

5. En un concierto hay 10000 personas pidiendo un "BIS". Si emplean 1.5 s en cada grito y la sonoridad a la misma distancia de cada emisor es de 75 dB, determinar la sonoridad total y la energía total transmitida por el aire a través de 1 cm². Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m²

Cuestión 5	Puntos
La sonoridad viene dada en función de la intensidad como L(dB)=10·log(I/I₀), por tanto $I=I_0 \cdot 10^{7.5}=3.16\cdot10^{-5}$ W/m²	0.25
Para 10000 fuentes iguales la intensidad será simplemente 10000·I=0.316 W/m² L_{tot}=115 dB *Nótese que no es imprescindible obtener esta I total si se opera en el logaritmo, pues 10·log(10000I/I₀)= 10·log(I/I₀)+ 10·log(10⁴)=75+40=115 dB*	0.25
La Intensidad es energía por unidad de superficie y tiempo. E=I·S·t	0.25
Para t=1.5 s y S=1 cm²=10^{-4} m² E=I·S·t=$4.74\cdot10^{-5}$ J	0.25

6. La imagen de la derecha representa el perfil de una onda que tiene una velocidad de propagación v=200 m/s. Determinar su longitud de onda, frecuencia, desfase y escribir la función de la onda.



Cuestión 6	Puntos
De la gráfica se extrae que **λ=0.02m=2 cm** → k=2π/λ=31.83 m⁻¹ (*No es necesario dar k*)	0.25
Como v=λ·ν se obtiene ν=200/0.02=**10000 Hz** (La frecuencia angular es ω=2πν=62831.8 rad/s, se acepta también como respuesta a "frecuencia")	0.25
y=A·sin(kx-ωt+δ). Por ejemplo para x=0 y suponiendo que el gráfico dado es para t=0 resulta y=Asin(δ) Como vemos que para este caso y=A debe ser sen δ=1 → **δ=π/2**	0.25
Del gráfico también se obtiene que **A=0.03 m**. La función de onda final **y=0.03·sen 2π(x/0.02-10000·t+π/2)**=0.03·sen(31.83·x-62831.8·t+π/2) *Puede expresarse la solución dejando 2π factor común o sin hacerlo. Es igualmente correcto*	0.25

7. El isótopo ^{14}C es radiactivo y se produce en la atmósfera como resultado del bombardeo de la radiación cósmica del espacio. Los seres vivos asimilan este carbono y muestran una actividad de 600 Bq por gramo de carbono. Cuando mueren dejan de absorber carbono y el que tienen se desintegra con un periodo de semidesintegración de 5500 años. El carbono tomado de una madera de una tumba egipcia muestra 457.2 Bq por gramo de carbono. ¿Qué edad tiene la tumba?

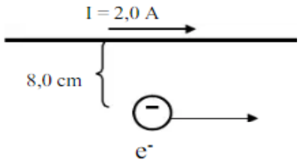
Cuestión 7	Puntos
La Actividad de una muestra radiactiva sigue la ley $A=A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$	0.25
De los datos se extrae que la actividad inicial (t=0) es 600 Bq=A_0	0.25
La constante de desintegración está relacionada con el periodo de semidesintegración según $\lambda=\ln(2)/T_{1/2}=1.26\cdot10^{-4}$ años⁻¹	0.25
Sustituyendo en la expresión inicial para la madera de la tumba resulta $457.2=600\cdot e^{-0.000126\cdot t}$ → **t=2157 años**	0.25

8. Un Kilogramo de carbón, al arder, produce 7000 kcal. Calcular la cantidad de carbón necesaria para producir la misma energía que 1 kg de ${}^{235}_{92}U$, si la fisión de un núcleo de este elemento libera 200 MeV.
Datos: 1J = 0.24 cal; 1eV= 1.6:10^{-19} J; N_A = 6.02·10^{23} mol^{-1}; Peso atómico ${}^{235}_{92}U$= 235.04 g/mol

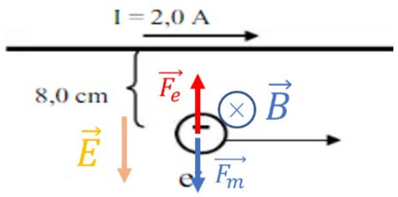
Cuestión 8	Puntos
Determinamos el número de átomos de Uranio en 1 kg dividiendo por Pa (para obtener mol) y multiplicando por el numero de Avogadro (para obtener átomos) $$1\,000g \cdot \frac{1}{Pa} \cdot N_A = 2.56 \cdot 10^{24}\ \acute{a}tomos$$	0.25
Cada uno de estos átomos produce al fisionarse 200MeV=200·10^6·1.6·10^{-19} J =3.2·10^{-11} J de energía	0.25
La energía total producida es 8.19·10^{13} J, que en calorías es 1.96·10^{13} cal	0.25
Dividiendo por el calor producido por un kg de carbón (7·10^6 cal) al arder resulta equivalente a **2.81·10^6 kg**	0.25

En este caso no se piden los valores intermedios que hemos ido calculando de modo que se valorará si han ido sabiendo aplicar los diferentes factores de conversión.

9. En la figura se muestra un conductor muy largo y un electrón que se mueve paralelamente al conductor.
   a. Calcula el módulo del vector B que produce la corriente eléctrica en el punto en que se encuentra el electrón.
   b. Qué dirección y sentido habría que dar a un campo eléctrico externo que añadiésemos para que el electrón mantenga la trayectoria rectilínea mostrada. Incluye un esquema donde aparezcan las fuerzas implicadas y los vectores $\vec{B}$ y $\vec{E}$



Dato: μ_0 = 4π·10^{-7} T m A^{-1}

Cuestión 9	Puntos
El campo magnético creado por un hilo rectilineo a una distancia d de él es B=μ_0I/2πd Sustituyendo en este caso resulta B=**5·10^{-6} T**	0.25
 La dirección de F_m es la del producto vectorial de velocidad y campo, cambiada de sentido por el signo negativo de la carga del electrón. **El campo magnético va hacia adentro del papel**, y la velocidad hacia la derecha, por tanto F_m va **hacia abajo**	0.25 0.25
Para que el electrón no se desvíe, la fuerza eléctrica tiene que igualar a la magnética y tener misma dirección y sentido opuesto. Por tanto F_e tiene que ir hacia arriba, como es un electrón (q<0) el campo eléctrico debe ir **hacia abajo**. *Nótese que no se pide calcular el módulo del campo eléctrico*	0.25

10. Si se redujera a la mitad el volumen de la Tierra y perdiese la mitad de su masa. ¿Cómo se vería afectada la aceleración de la gravedad en su superficie?

Cuestión 10	Puntos
La aceleración de la gravedad viene dada por $g = \frac{GM}{R^2}$	0.25
El volumen de la esfera es V=4πR³/3. La mitad del volumen corresponde a un cambio de radio $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{V}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$ Luego $r^3 = \frac{1}{2}R^3 \rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}R = 0.7937R$	0.5
$g' = \frac{G\cdot M/2}{(0.7937R)^2} = \frac{GM}{R^2}\cdot 0.794$ La gravedad se reduce al 79.4%	0.25

Sección 3: Cuestiones experimentales (elegir una). Puntuación máxima 1 punto cada una.

11. El péndulo de segundos es un péndulo cuyo periodo en La Tierra es, precisamente, dos segundos (un segundo para el camino de ida y un segundo para el de vuelta). Si se llevara uno a la Luna podríamos encontrar los siguientes periodos medidos en segundos

T_1	T_2	T_3	T_4
4.92	4.97	4.91	4.90

Determina la gravedad en la Luna a partir de los datos

Cuestión 11	Puntos
El periodo de un péndulo está relacionado con su longitud y la gravedad según $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ de manera que si en la Tierra T=2 s como g=9.8m/s² resulta **L=99.4 cm**	0.25
Como $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ y ya conocemos L obtenemos los valores de g para cada T en la Luna	0.25
T_1=4.92 s; g_1=1.621 m/s² | T_2=4.97 s; g_2=1.589 m/s² | T_3=4.91 s; g_3=1.628 m/s² | T_4=4.90 s; g_4=1.634 m/s²	0.25
Finalmente hacemos la media aritmética de los 4 valores g=1.618 m/s²	0.25

12. Procedente de un foco dentro de una piscina con agua (n=1.33), llegan a la superficie agua-aire varios rayos con distinta inclinación. Se ha rellenado una tabla, pero sospechamos que algunos valores de ángulo refractado pueden ser incorrectos, y hay otros que faltan por rellenar. Copia la tabla en tu cuadernillo, corrige los valores incorrectos y completa los que faltan explicando cómo lo has hecho.

$\Theta_{incidente}$ (grados)	36	40	45	46	52	60
$\Theta_{refractado}$ (grados)	51.4		19.8	No hay haz	120	

Cuestión 12	Puntos
La ley de Snell para la refracción establece que n_{agua} sen(θ_i)= n_{aire} sen(θ_t), donde n_{aire}=1	0.25
Aplicamos la expresión a los valores de la tabla dando por buenos los ángulos incidentes $\Theta_{incidente}$ (grados): 36 | 40 | 45 | 46 | 52 | 60 $\Theta_{refractado}$ (grados): 51.4 | **58.7** | ~~19.8~~ **70.1** | ~~No hay haz~~ **73.1** | ~~120~~ No hay haz | No hay haz	0.5
En los casos de 52° y 60° la segunda ley de Snell no da solución, lo que quiere decir que no hay haz transmitido debido a reflexión total.	0.25