Solucionario del Examen EXTRAORDINARIO

El presente documento de debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que es esperable que tengan los exámenes de los alumnos. En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes. En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.

Sección 1: Problemas (elegir 2). Puntuación máxima 3 puntos cada uno.

1. Los centros de dos esferas metálicas de radios R_1=2.5 cm y R_2=4 cm están separados una distancia d=0.2 m. La primera tiene una carga de $3\cdot10^{-6}$ C y la segunda de $-6\cdot10^{-6}$ C.
   a. Determina el potencial eléctrico de cada una y la fuerza con que interaccionan, aclarando si es atractiva o repulsiva.

   A continuación, realizamos una conexión eléctrica entre ellas haciendo que se toquen y llevándolas de nuevo tras el contacto a sus posiciones originales

   b. Explica qué ocurre cuando se tocan y determina el potencial final de cada una.
   c. Determinar la carga final de cada una.

   Dato: K=$9\cdot10^{9}$ Nm^2/C^2

Apartado 1(a)	Puntos
El potencial eléctrico de una esfera metálica de radio R y carga Q viene dado por $V = K\frac{Q}{R}$	0.25
Aplicado a cada esfera resulta $V_1 = K\frac{Q_1}{R_1} = \mathbf{1.08\ MV}$, $V_2 = K\frac{Q_2}{R_2} = \mathbf{-1.35\ MV}$	0.25
La fuerza electrostática entre las esferas viene dada por la ley de Coulomb $\vec{F} = K\frac{Q_1Q_2}{r_{12}^2}\vec{u}$ siendo $\vec{u}$ el vector que une los centros de ambas esferas y r_{12} la distancia entre esos centros.	0.25
Sustituyendo obtenemos **F= −4.05 N**. El sentido negativo indica que la fuerza es **atractiva**.	0.25

Apartados 1(b) y 1(c)	Puntos
Cuando las esferas entran en contacto intercambian carga hasta igualar sus potenciales electrostáticos. La esfera con mayor potencial, la número 1, cede una carga q a la de menor potencial, la esfera 2. De esta manera el potencial 1 disminuye y el 2 aumenta hasta igualarse.	0.5
$V_1' = K\frac{Q_1-q}{R_1} = K\frac{Q_2+q}{R_2} = V_2'$	0.5
Operando para despejar la carga intercambiada resulta $q = \frac{Q_1R_2-Q_2R_1}{R_1+R_2} = 4.15\ \mu C$ Con lo que los valores finales de carga son Q_1'=-1.15 μC; Q_2'=-1.85 μC	0.5
Sustituyendo en el potencial de cualquier esfera (son iguales al final) V'= $K\frac{Q_1'}{R_1} = K\frac{Q_2'}{R_2} = -4.16\cdot10^5 V$	0.5

2. Desde una base científica establecida en Urano, queremos lanzar un satélite de comunicaciones que orbite alrededor de este planeta, pero manteniéndose siempre en la vertical de nuestra base. Teniendo en cuenta que el periodo de rotación de Urano es de 17 horas, y la masa del satélite 250 kg determina:
   a. La altura sobre la superficie del planeta a que debe orbitar el satélite
   b. La energía cinética y potencial que posee en esa órbita
   c. Velocidad con que impactaría con la superficie del planeta si por alguna razón se desestabilizase su órbita y cayera sobre él.

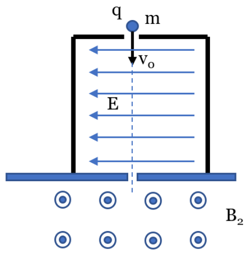
   Datos: M_{Urano}=8.7·10^{25} kg; R_{Urano}=25300 km; G=6.67·10^{-11} Nm^2/kg^2

Apartado 2(a)	Puntos
Para que el satélite orbite siempre sobre el mismo punto de la superficie de Urano los dos cuerpos tienen que tener la misma velocidad angular y por tanto el mismo periodo: $T_{sat}=T_{Urano}$	0.25
Igualamos la fuerza gravitatoria (Newton) a masa por aceleración centrípeta [$\omega^2(r+h)$] y luego como $\omega=2\pi/T$ despejamos la altura de la órbita en función del periodo dado. $$G\frac{Mm}{(R+h)^2}=ma_c=m\frac{v^2}{R+h}=m\omega^2(R+h)=\frac{4\pi^2 m(R+h)}{T^2}$$ *Esto en el fondo es la deducción de la tercera ley de Kepler, que puede usarse aquí sin demostración (ni penalización por ello) puesto que no se pide explícitamente hacerla* $(R+h)^3=\frac{GM}{4\pi^2}T^2$	0.25
Operamos para despejar R+h=8.19·10^7 m; **h=5.66·10^7 m** (si dan R+h -0.25)	0.5

Apartado 2(b)	Puntos
La Energía cinética es $E_C=m_s v^2/2$, donde $v=2\pi(R+h)/T$=8408.38 m/s → E_c=8.83·10^{9}J *(Si el resultado está mal como consecuencia de un mal valor introducido en h no se penaliza aquí)*	0.5
La Energía potencial es E_p=-GMm/(R+h)=-1.77·10^{10} J *(Si el resultado está mal como consecuencia de un mal valor introducido en h no se penaliza aquí)*	0.5

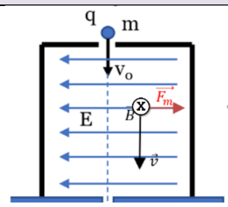
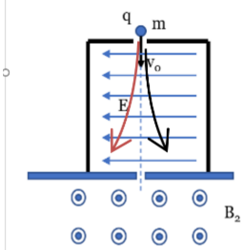
Apartado 2(c)	Puntos
La energía mecánica inicial es la suma de los 2 valores calculados antes E_m=−8.96·10^9 J Imponemos la conservación de le energía mecánica entre el punto en órbita y el punto de impacto. $$\frac{-GMm}{R}+\frac{mv_i^2}{2}=E_m=-8.96\cdot 10^9$$	0.5
Despejamos el valor de la velocidad de impacto $v_i=\sqrt{\frac{2(E_m+GMm/R)}{m}}=19.6\ km/s$	0.5

3. Una partícula α entra en una región el espacio comprendido entre dos placas paralelas que crean un campo eléctrico $E=5\cdot10^5$ N/C como se ve en el esquema. Queremos que las partículas que lleven una velocidad de $v_o=10^6$ m/s paralela a dichas placas atraviesen la región sin desviarse. Para ello hay que añadir en esa región un campo magnético B_1.

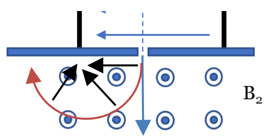


   a. Razona qué dirección y sentido tiene que llevar ese campo magnético B_1 para que sea posible lo que queremos, y explica cualitativamente qué trayectoria seguiría una partícula que entrase a una velocidad **mayor** de la mencionada v_o (se valorará la inclusión un esquema aclaratorio)
   b. Realiza un balance de fuerzas en la región y deduce el módulo del campo magnético requerido en este caso. Razona cómo afectaría al resultado que entrase un electrón en lugar de una partícula α .
   c. Si a la salida de la región existe sólo un campo magnético $B_2=1.5$ T con el sentido indicado en el esquema, dibuja qué trayectoria seguirá la partícula α y deduce la expresión que te permita determinar a qué distancia del punto de entrada chocará contra la pantalla que separa ambas regiones.

   Datos: $q_\alpha=3.2\cdot10^{-19}$ C; $m_\alpha=6.64\cdot10^{-27}$ kg

Apartado 3(a)		Puntos
La fuerza eléctrica lleva la dirección del campo eléctrico. Como la fuerza de Lorentz viene dada por $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ hay que elegir la dirección del campo magnético de tal modo que la fuerza resultante sea opuesta a la eléctrica, y puedan así cancelarse. De este modo B tendrá que ser perpendicular al papel, y usando la regla de la mano derecha el sentido de B tendrá que ser **hacia adentro**.		0.5
Siendo la Fuerza eléctrica independiente de la velocidad y la magnética proporcional a ella, para partículas más rápidas la Fuerza magnética domina sobre la eléctrica y se desvía hacia la derecha según miramos el esquema – flecha negra (la izquierda desde el punto de vista de la partícula). Si en cambio la velocidad es menor gana la fuerza eléctrica y se desvía hacia la izquierda según miramos el esquema (flecha roja).		0.50

Apartado 3(b)	Puntos
Igualamos los módulos de las fuerzas eléctrica y magnética $q\cdot v\cdot B_1$ sen$(90^o)=q\cdot E \rightarrow B_1=E/v=0.5$ T	0.5
La diferencia entre una partícula α y un electrón es la carga y la masa. En la expresión anterior el valor de la carga se simplifica, y la masa no aparece; por lo tanto el valor de B encontrado sería el mismo para cualquier partícula independientemente de su carga o masa. Para un electrón el valor de campo magnético requerido es el mismo.	0.5

Apartado 3(c)		Puntos
En presencia sólo de campo magnético la fuerza es siempre perpendicular a la trayectoria (centrípeta -flechas negras) y hace que la partícula describa una semicircunferencia hasta chocar con la pantalla, como se ve en el esquema. Como el campo es hacia afuera, y dado que la carga es positiva, la regla de la mano derecha establece que la desviación de la partícula es hacia la izquierda según vemos en el esquema.		0.25
La ecuación del movimiento es $F_m=q\cdot v\cdot B_2=m\cdot a_c$		0.25
Teniendo en cuenta que la aceleración es centrípeta $qvB_2=mv^2/R \rightarrow R=m\cdot v/(qB_2)=1.38$ cm. El punto de impacto estará a una distancia de la salida de un diámetro $d=2R=2.77$ cm		0.5

4. La expresión de una onda sonora unidimensional que se propaga por un líquido, en Pascales, es la siguiente:

P(x,t)= 0.3 sen (π·x/10 – 451 t), donde x está en metros y t en segundos.

   a. Determina la amplitud, la longitud de onda y el desfase inicial de la onda. Indica en qué sentido del eje X se está propagando.
   b. Determina la frecuencia de la onda y calcula la velocidad con que se propaga.
   c. Calcula la diferencia de fase (en grados) y la diferencia en el valor de presión que se sentirá en t=0 entre los puntos x=2 m y x=5 m.

Apartado 4(a)	Puntos
La estructura genérica de una onda armónica es $\psi(x,t) = A \cdot sen(kx \pm \omega t + \varphi)$ Comparando con la expresión dada identificamos: • Amplitud=0.3 Pa • desfase φ=0 • k=π/10 rad/m → k=2π/λ → λ=20 m • La onda además se propaga en sentido positivo del eje X por llevar el término ωt signo “–“	 0.25 0.25 0.25 0.25

Apartado 4(b)	Puntos
De nuevo de la expresión dada identificamos ω=451 rad/s → ν=ω/2π=**71.78 Hz**	0.5
La velocidad de propagación es v = ω/k = **1435.4 m/s**	0.5
Apartado 4(c)	Puntos
La fase es el argumento de la función trigonométrica $\phi(x,t)$ = π·x/10 – 451 t $\phi(2,0) = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$; $\phi(5,0) = \frac{\pi}{2}$ Luego $\Delta\phi = 0.9424\, rad =$ **54º** *(si no se da en grados -0.25)*	0.5
La presión es el propio valor de la onda P(x,t)= 0.3 sen (π·x/10 – 451 t) P(2,0)=0.176 Pa; P(5,0)=0.3 Pa. Luego la dif de presión entre los puntos es **ΔP=0.124 Pa**	0.5

Sección 2: Cuestiones (elegir 3). Puntuación máxima 1 punto cada una.

5. En cada reacción de fusión nuclear en el Sol se emiten 26.7 MeV en forma de 6 fotones de radiación gamma. Calcula la frecuencia de dicha radiación y su longitud de onda.

Datos: $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s; 1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s

Cuestión 5	Puntos
La energía de cada fotón será E/6 = 4.45 MeV = $7.12 \cdot 10^{-13}$ J	0.25
Según Planck E=hν, luego la frecuencia es $\nu = 1.07 \cdot 10^{21}$ Hz	0.5
Como la velocidad de propagación es la de la luz y es $c = \lambda \cdot \nu \rightarrow \lambda = 2.79 \cdot 10^{-13}$ m	0.25

6. La edad de la Tierra es 4500 millones de años. El período de semidesintegración del uranio-235 es 704 millones de años. ¿Qué porcentaje de uranio-235 natural hay en la actualidad en la Tierra respecto a la cantidad inicial?

Cuestión 6	Puntos
La evolución temporal del número de átomos de una muestra radiactiva sigue la ley $N = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$ donde λ es la constante de desintegración.	0. 5
La constante de desintegración (λ) está relacionada con el periodo de semidesintegración ($t_{1/2}$) según $\lambda = \ln(2)/t_{1/2} = 9.84 \cdot 10^{-4}$ (millones de años)$^{-1}$ *(es igualmente válido si se pasan los tiempos a segundos)*	0.25
Al cabo de 4500 millones de años entonces queda $N/N_0 = e^{-4.43} = 0.0119$, lo que supone el 1.19% de la cantidad inicial	0.25

7. El nivel de presión acústica que medimos con un sonómetro a 5 m de un altavoz es de 80 dB. Determina la intensidad de la onda en esa localización y a qué distancia habrá que alejarse para que el nivel se reduzca a 75 dB. Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}

Cuestión 7	Puntos
El nivel de presión acústica en decibelios viene definido en función de la intensidad del sonido (I) y de la intensidad umbral (I_0) como L(dB)=10 log I/I_0	0.25
El nivel a 5 m es 80 dB=10 log $(I/10^{-12})$ luego $I = 10^{8} \cdot 10^{-12} = \mathbf{10^{-4}\ W/m^2}$ Si a otra distancia es 75 dB la I' será $I' = 10^{-12} \cdot 10^{7.5} = \mathbf{3.16 \cdot 10^{-5}\ W/m^2}$	0.25
En una onda esférica la intensidad cae con el cuadrado de la distancia a la fuente I ~ $1/r^2$ $I/I' = r'^2/r^2 \rightarrow r' = r\sqrt{I/I'} = 5 \cdot 1.778 = \mathbf{8.89\ m}$	0.25 0.25

8. Sabemos que la variación del flujo magnético a través de la superficie limitada por un circuito hace aparecer en éste una corriente inducida. Define flujo magnético, y detalla el tipo de magnitudes cuya variación puede dar origen a un cambio en su valor

Cuestión 8	Puntos
El flujo magnético se define en el caso más general como $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Si el campo es homogéneo en la superficie considerada se simplifica como $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ *No exigimos la expresión con la integral pero sí la expresión considerando que tanto B como S son vectores, y usando producto escalar. Si solo dicen Φ=BS cos(θ) damos la mitad (0.25) y si sólo dicen Φ=BS damos cero en esta parte.*	0.5
La variación temporal del flujo puede venir de cambios en el campo magnético, en la superficie…	0.25
… o en el ángulo que forman ambos vectores	0.25

9. Deduce razonadamente a qué altura de la superficie terrestre el valor de la gravedad se reduce a la cuarta parte del valor que tiene en la superficie, teniendo en cuenta que R_T=6370 km.

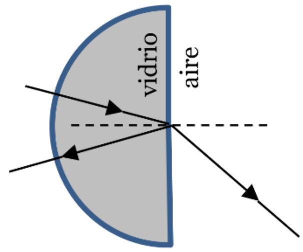
Cuestión 9	Puntos
Al ser $F=GMm/r^2=mg$ la aceleración de la gravedad se puede expresar como $g=GM/r^2$	0.25
En la superficie $g_s=GM/R^2$ y a cierta altura $g'=GM/(R+h)^2$	0.25
Como $g_s/g'=4 \rightarrow (R+h)^2/R^2=4$ $\rightarrow R+h=2R \rightarrow$ **h=R=6340 km** A una altura igual al radio de la Tierra (es decir a una distancia 2R del centro) la aceleración de la gravedad es 4 veces menor que en la superficie del planeta	0.25 0.25

10. En una reacción nuclear un núcleo de ${}^{7}_{3}Li$ absorbe un protón de baja energía y se vuelve inestable, descomponiéndose en varias partículas α. Escribe la reacción nuclear que tiene lugar representándola con la notación correspondiente, determina cuántas partículas α aparecerán y cuánta energía se liberará en el proceso, expresada en MeV.
Datos: m (${}^{7}_{3}Li$)=7.01818 uma; m(protón)=1.00813 uma; m(α)=4.0026033 uma; 1 uma=$1.67\cdot10^{-27}$ kg; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s; 1eV= $1.6\cdot10^{-19}$ J

Cuestión 10	Puntos
La reacción que tiene lugar la representamos con la notación ${}^{A}_{Z}X$, donde X es el símbolo del elemento, Z su número atómico y A su número másico El protón es ${}^{1}_{1}p$ y la partícula α (núcleo de He) ${}^{4}_{2}\alpha$	0.25
La reacción es ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}p \rightarrow 2 \cdot {}^{4}_{2}\alpha$ *Se puede aceptar que no se use estrictamente esta notación, pero el alumno debe conocer el numero atómico y másico de cada especie y mostrar que el balance de protones y neutrones casa en la reacción.*	0.25
La energía liberada la obtenemos a partir de defecto de masa en los productos. Lo tomamos en valor absoluto como $m_{reactivos}-m_{productos}$ para que el número sea positivo. $m_{p+}m_{Li}-2\cdot m_{\alpha}$ =(1.00813+7.01818-2·4.0026033) uma = 0.0211034 uma = $3.5242\cdot10^{-29}$ kg	0.25
Convertimos ese defecto de masa en energía según la conocida fórmula de Einstein $E=mc^2$ $E=3.1718\cdot10^{-12}$ J = **19.82 MeV** que es la energía que se libera en el proceso	0.25

Sección 3: Cuestiones experimentales (elegir una). Puntuación máxima 1 punto cada una.

11. En un experimento de óptica introducimos un haz láser por la parte circular de un vidrio con forma de medio cilindro. Cuando el haz de entrada llega a la separación entre vidrio y aire formando un ángulo de 15º respecto a la normal vemos 2 haces a la salida, como en el esquema. Sin embargo, si el ángulo es 55º sólo observamos un único haz a la salida. Explica a qué se debe la diferencia y a partir de qué ángulo de incidencia cambia el comportamiento.
Datos n_{vidrio}=1.66; n_{aire}=1



Cuestión 11	Puntos
La ley de Snell de la refracción establece la relación entre el ángulo incidente desde el medio 1 y el ángulo transmitido al medio 2: $n_1 sen(\theta_i)=n_2 sen(\theta_t)$	0.25
Cuando lo anterior se aplica al paso de luz de un medio a otro menos denso ópticamente (n menor) el ángulo refractado es mayor que el de incidencia, y existe un ángulo (llamado límite) para el cual el ángulo refractado es 90º, con lo que en la práctica el haz no penetra en el segundo medio (aire en este caso), sino que queda en el vidrio. El ángulo de 15º es inferior a este ángulo límite, pero 55º es superior a él. Para ángulos mayores que el límite la ley de la refracción no tiene solución ya que ningún ángulo tiene un seno mayor que la unidad, por eso solo se observa el haz reflejado en esos casos. *(En función de lo detallado de la explicación damos 0.25 ó 0.5 aquí)*	0.5
Igualamos el haz refractado a 90º para obtener el valor del ángulo límite en ese caso n_1 sen $(\theta_c)=n_2 \cdot$sen $90=n_2 \rightarrow \theta_c$=arcsen(1/1.66)=37.0º . A partir de una incidencia de 37º no hay haz transmitido y se da la reflexión interna total	0.25

12. Un astronauta desea medir el valor de la aceleración de la gravedad en el exoplaneta en que ha aterrizado empleando un péndulo simple con una longitud de 150 cm. Para mejorar la precisión cronometra el tiempo que tarda el mismo en oscilar 5 veces, y repite la medida cuatro veces encontrando los siguientes valores:

t (s)	10.5	11.0	10.8	10.2

Determina un único valor de gravedad que pueda ofrecer como resultado de su experimento.

Cuestión 12	Puntos
El periodo de un péndulo está relacionado con la longitud de la cuerda y la gravedad local según $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ por lo tanto $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$	0.5
De cada experimento sacamos el periodo dividiendo el tiempo medido por las 5 oscilaciones a que corresponde, y hacemos la media aritmética de esos periodos: 2.10 s, 2.20 s, 2.16 s, 2.04 s $\rightarrow \bar{T} = 2.125\ s$	0.25
Insertamos ese periodo medio en la fórmula, con L=1.5 m y obtenemos la gravedad: **g=13.114 m/s²**	0.25

Atención: La anterior es la manera correcta de hacer el cálculo. Si se introduce cada periodo en la fórmula, se obtienen 4 valores para la gravedad y luego se hace la media de esos valores el resultado es ligeramente diferente:
g(m/s²)= 13.428, 12.2350, 12.6923, 14.2295 $\rightarrow \bar{g} = 13.146\ m/s^2$

Dado que no es materia del curso la sutil diferencia entre estos dos procedimientos ***damos ambos por válidos.***