

Ejercicios del tema 12

Ejercicio 22.1

$$H_0: m=16$$

$$H_1: m \neq 16$$

$$n=100$$

$$\bar{x} = 14$$

$$\hat{s}_x = 8$$

$$z = \frac{\bar{x} - m}{\hat{s}_x / \sqrt{n}} = \frac{14 - 16}{8 / \sqrt{100}} = \frac{-2}{8/10} = \frac{-2}{0,8} = -2,5$$

Si vamos a la tabla de valores z de la distribución normal estándar, podemos averiguar que la probabilidad de que, si H_0 fuera cierta, $z < -2,5$, es 0,0062. Como es un contraste bilateral, el valor-P es la suma de las probabilidades de que z fuera menor que -2,5 y mayor que 2,5.

Es decir, que el valor-P es $(2 * 0,0062) = 0,0124$

Es un valor bajo, pero no extremadamente bajo. Si seguimos la convención normal de aceptar como nivel de significación 0,05, podemos decir que rechazamos la hipótesis nula, porque el valor-P es menor que 0,05.

Si en cambio exigiéramos un nivel de significación de 0,01 no podríamos rechazar la hipótesis nula.

Otra forma de decirlo:

Con un nivel de significación de 0,05 la región de rechazo la constituyen los valores $|z| > 1,95$. Como el valor z obtenido es -2,5, está en la región de rechazo y podemos rechazar la hipótesis nula.

En cambio, para un nivel de significación de 0,01, la región de rechazo la constituyen los valores $|z| > 2,57$. Como el valor z obtenido es 2,5, que es menor que 2,57, el valor no está dentro de la región de rechazo, y por tanto no podemos rechazar la hipótesis nula.

Podemos decir con confianza que la duración media del préstamo de libros ha disminuido.

Ejercicio 22.3

$$H_0: m_0=200$$

$$H_1: m_0 < 200$$

$$n=60$$

$$\bar{x} = 195$$

$$\hat{s}_x = 10$$

$$z = \frac{\bar{x} - m}{\hat{s}_x / \sqrt{n}} = \frac{195 - 200}{10 / \sqrt{60}} = \frac{-5}{10 / 7,8} = \frac{-5}{1,28} = -3,9$$

Lo planteamos como un contraste unilateral, por lo tanto el valor-P lo constituye sólo la probabilidad de que z sea menor que $-3,9$.

$-3,9$ es precisamente el valor más pequeño que aparece en la tabla del libro. La probabilidad de un valor z menor que $-3,9$ es $0,0002$, es decir, que si H_0 fuera cierta, la probabilidad de que nos hubiera salido una muestra como la que hemos obtenido sería de $0,0002$ (2 de cada diez mil), lo que es evidentemente muy pequeño, y por tanto podemos rechazar H_0 .

Otra manera de hacerlo: como el contraste es unilateral, la región de rechazo, para un nivel de significación de $0,05$ está constituida por los valores $z < -1,64$.

Como el valor z obtenido, $-3,9$ es mucho menor, deducimos que realmente podemos rechazar la hipótesis nula, y concluir que efectivamente por término medio los paquetes de chocolate de esa fábrica contienen menos chocolate del anunciado.

Incluso con un nivel de significación de $0,01$, la región de rechazo la constituirían los valores z menores que $-2,32$. Como $-3,9$ es mucho menor que $-2,32$, también con un nivel de significación de $0,01$ rechazaríamos la hipótesis nula.