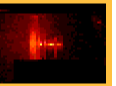
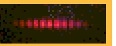




PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA

Gas ideal monoatómico	Gas ideal diatómico
$U = \frac{3}{2} nRT$	$U = \frac{5}{2} nRT$
$c_V = \frac{3}{2} R$	$c_V = \frac{5}{2} R$
$c_P = \frac{5}{2} R$	$c_P = \frac{7}{2} R$

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

Relación de Mayer $\quad c_P - c_V = R$

Ecuación del gas ideal $\quad pV = nRT$

Proceso adiabático $i \to f$ $\quad p_i V_i^{\gamma} = p_f V_f^{\gamma}$

$$W_{isot} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W_{adiab} = \frac{p_i V_i - p_f V_f}{\gamma - 1}$$

$$Q_V = n\, c_V \Delta T \qquad Q_P = n\, c_P \Delta T$$

PRIMER PRINCIPIO $\quad \Delta U = Q - W$

PROBLEMA

Un mol de gas diatómico está inicialmente a una temperatura de 300 K, ocupando un volumen de 3 litros. Partiendo de este estado se expansiona isotérmicamente hasta doblar su volumen. A continuación sufre un enfriamiento a presión constante alcanzando cierto estado, a partir del cual un proceso adiabático lo conduce al estado inicial. Todos los procesos descritos se suponen reversibles. Se pide:

a) Presión, temperatura y volumen del gas en los dos estados intermedios citados.

b) El calor intercambiado y el trabajo realizado en cada uno de los tres procesos del ciclo térmico, señalando los correspondientes signos e indicando en cada caso su significado físico.

c) El rendimiento del ciclo.

d) La variación de energía interna del gas al volver al estado de partida tras recorrer el ciclo.

$$R = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} = 0{,}082\ \mathrm{atm \cdot l \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$$

$$1\ \mathrm{J} = 0{,}24\ \mathrm{cal}$$

Esquema del proceso en diagrama *p*-*V* (diagrama de Clapeyron)

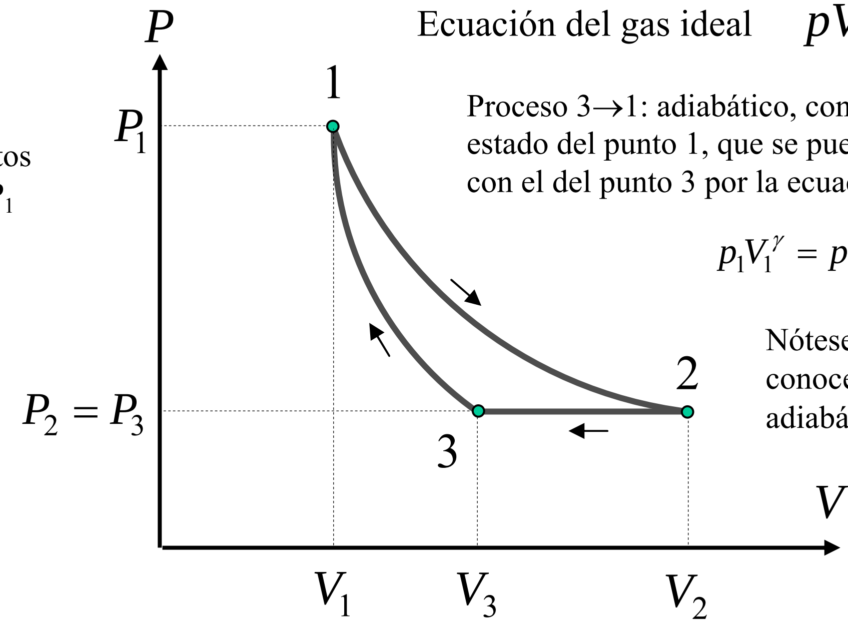
Punto 1: estado inicial, conocemos T_1, V_1 (datos enunciado) y podemos por tanto determinar P_1 usando la ecuación del gas ideal.

Proceso 1→2: isotermo, conocemos $T_2 = T_1$, V_2 (dato) y podemos también determinar P_2 usando la ecuación del gas ideal.

Proceso 2→3: isobaro, conocemos $P_2 = P_3$, pero no V_3 ni T_3, así que necesitamos una condición más puesto que tenemos dos incógnitas.

$$p_3 V_3 = nRT_3$$

Ecuación del gas ideal $pV = nRT$



Proceso 3→1: adiabático, conocemos el estado del punto 1, que se puede relacionar con el del punto 3 por la ecuación adiabática.

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma}$$

Nótese que es preciso conocer el coeficiente adiabático γ.

a) Presión, temperatura y volumen del gas en los dos estados intermedios citados.

Haremos un cuadro con P, V, T de los tres puntos notables del ciclo

Coeficiente adiabático (gas diatómico)

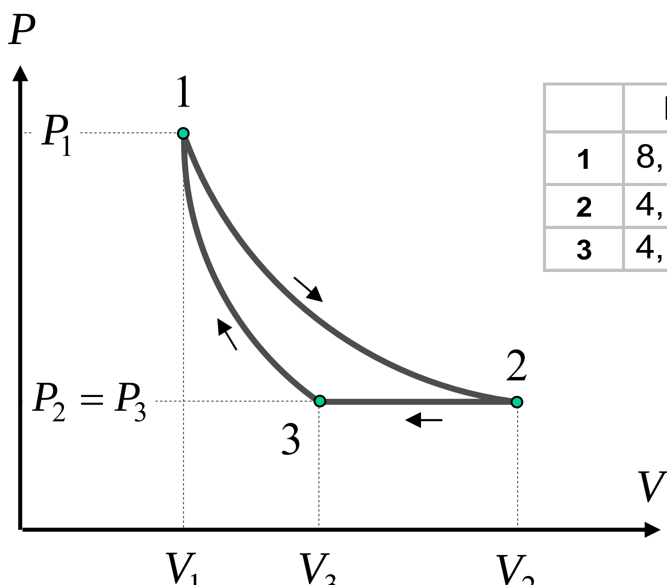
$$c_P = \frac{7}{2}R \qquad c_V = \frac{5}{2}R \qquad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{7}{5} = 1.40$$

Para obtener las cantidades desconocidas, a partir de los datos del enunciado vamos aplicando sucesivamente las siguientes ecuaciones

$$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} \longrightarrow \underset{1\to 2 \text{ isotermo}}{T_2 = T_1} \longrightarrow p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} \longrightarrow \underset{2\to 3 \text{ isobaro}}{P_3 = P_2}$$

$$3\to 1 \text{ adiabático} \qquad p_1 V_1^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} \longrightarrow V_3 = \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{1/\gamma} V_1$$

$$p_3 V_3 = nRT_3 \longrightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR}$$

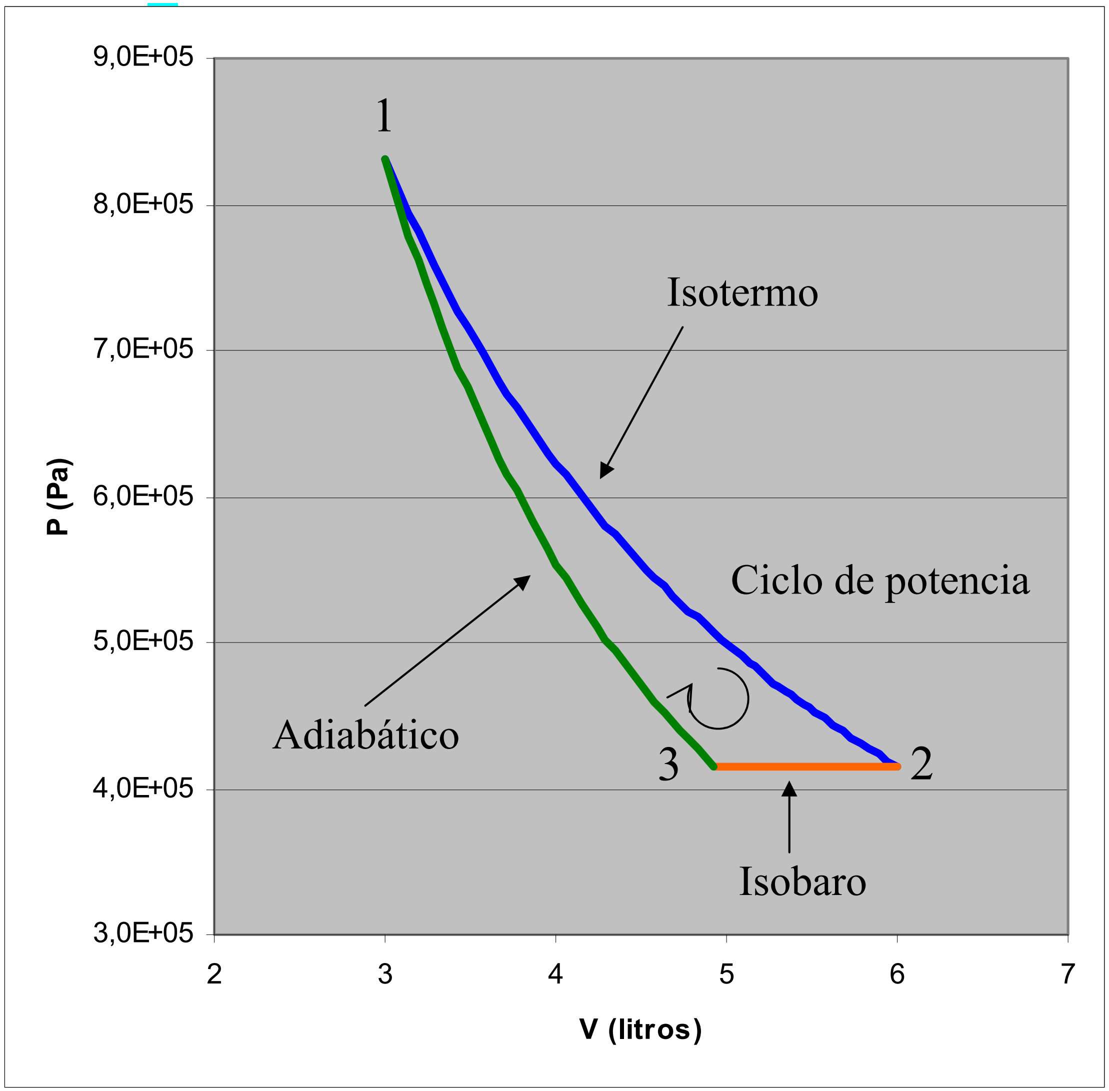


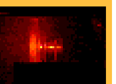
	P (Pa)	V (l)	T (K)
1	8,31E+05	3,00	300,0
2	4,16E+05	6,00	300,0
3	4,16E+05	4,92	246,1

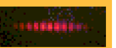
	P (Pa)	V (m^3)	T (K)
1	8,31E+05	**3,00E-03**	**300,0**
2	4,16E+05	**6,00E-03**	300,0
3	4,16E+05	4,92E-03	246,1

(Pueden cambiarse los datos numéricos de entrada en las casillas en azul)

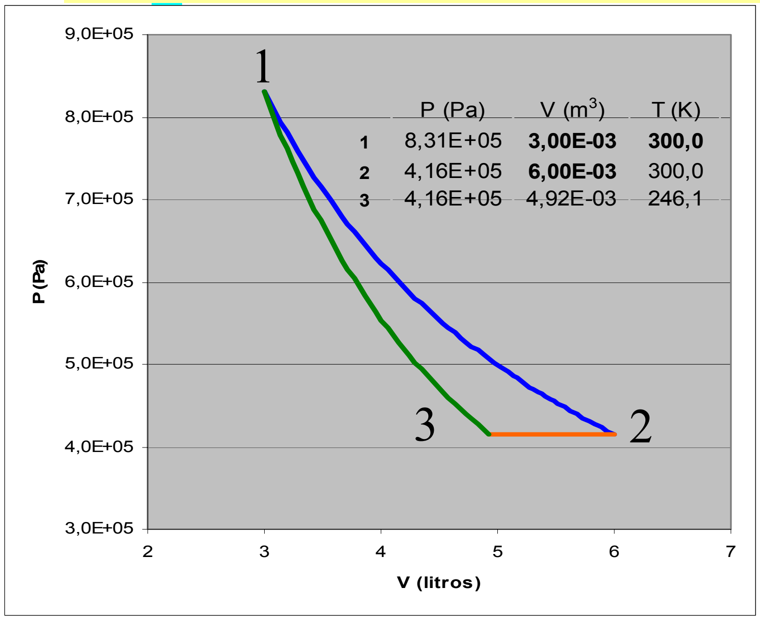
REPRESENTACIÓN GRÁFICA (ESCALA REAL)







b) El calor intercambiado y el trabajo realizado en cada uno de los tres procesos del ciclo térmico, señalando los correspondientes signos e indicando en cada caso su significado físico.



<u>Proceso isotermo</u> 1→2

$$W_{isot} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

La energía interna de un gas ideal depende sólo de su temperatura, por lo que en un proceso isotermo se verifica $\Delta U = 0$.

$$\Delta U_{isot} = Q_{isot} - W_{isot} = 0$$

$$Q_{isot} = W_{isot}$$

Signo trabajo: positivo, $V_2 > V_1$, <u>proceso expansión, el gas realiza trabajo contra el exterior</u>. En el diagrama *p-V* el valor del trabajo es el área bajo la curva isoterma (azul).

Signo calor: positivo, $Q_{isot} = W_{isot}$, <u>el gas recibe energía a medida que se expande</u> (por eso *T* se mantiene constante).

<u>Proceso isobaro</u> 2→3

$$Q_{isobaro} = Q_P = n\, c_P \left(T_3 - T_2\right)$$

$$W_{isobaro} = p_2\left(V_3 - V_2\right) \qquad \Delta U_{isobaro} = Q_{isobaro} - W_{isobaro}$$

Signo trabajo: negativo, $V_3 < V_2$,el gas se comprime a medida que se *enfría*, <u>los alrededores realizan trabajo sobre el gas</u>. En el diagrama *p-V* el valor del trabajo es el área bajo la recta isobara (naranja).

Signo calor: negativo, $T_3 < T_2$, <u>el gas cede energía a medida que se enfría</u>

<u>Proceso adiabático</u> 3→1 $\quad Q_{adiab} = 0$

$$W_{adiab} = \frac{p_3 V_3 - p_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{nR\left(T_3 - T_1\right)}{\gamma - 1}$$

$$\Delta U_{adiab} = -W_{adiab}$$

Signo trabajo: negativo, $T_3 < T_1$,el gas se comprime a medida que se *calienta*, <u>los alrededores realizan trabajo sobre el gas</u>. En el diagrama *p-V* el valor del trabajo es el área bajo la curva adiabática (verde).

b) El calor intercambiado y el trabajo realizado en cada uno de los tres procesos del ciclo térmico, señalando los correspondientes signos e indicando en cada caso su significado físico (solución numérica).

	P (Pa)	V (l)	T (K)
1	8,31E+05	**3,00**	**300,0**
2	4,16E+05	**6,00**	300,0
3	4,16E+05	4,92	246,1

		W (J)	Q (J)	ΔU (J)
Isot	**1→2**	1728,8	1728,8	0,0
Isob	2→3	-448,1	-1568,4	-1120,3
Adiab	3→1	-1120,3	0,0	1120,3
	Σ =	160,4	160,4	0,0

c) El rendimiento del ciclo.

$$\eta = \frac{W_{neto}}{Q_{in}} = \frac{160.4}{1728.8} = 0.0928 \ \ (9.28\%)$$

$$W_{neto} = W_{isot} + W_{isobaro} + W_{adiab}$$

$$Q_{in} = Q_{isot}$$

d) La variación de energía interna del gas al volver al estado de partida tras recorrer el ciclo.

Se trata de un ciclo, y la energía interna es una propiedad (función de estado). Por lo tanto, su incremento al volver al mismo punto de partida es cero.

$$\Delta U_{ciclo} = 0$$