EJEMPLO DE PROCESOS DE UN GAS IDEAL: ANÁLISIS DE UN CICLO DE CARNOT

En un ciclo de potencia de Carnot descrito por un gas perfecto diatómico (γ = 1.40) la presión máxima es 3.50 bar y el volumen específico al final del proceso de expansión isoterma es 19.0 litro/mol. La etapa isoterma de alta temperatura ocurre a 400 K, y se sabe que durante la etapa isoterma de baja temperatura el calor rechazado en cada ciclo es 1570 J/mol. Se supone que todas las etapas son reversibles. La constante universal de los gases es R = 8,314 J·mol^{-1}·K^{-1}. Usando los valores numéricos dados junto a este enunciado, se pide:

a) Calcular las coordenadas *P*, *v*, *T* de todos los puntos notables del ciclo. Haga una gráfica a escala.

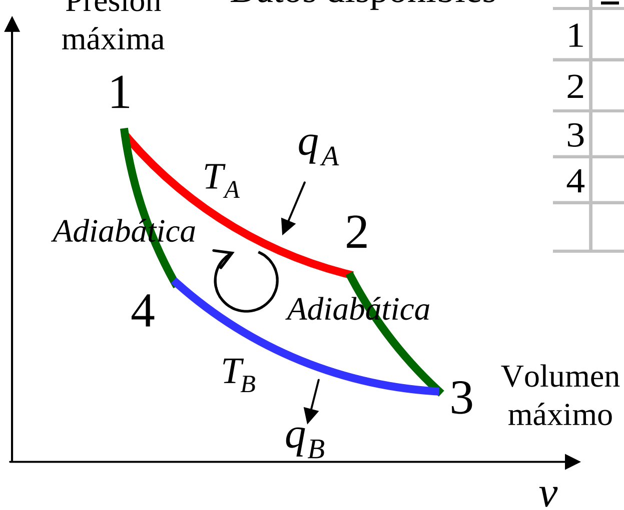
b) Calcular el calor entrante en cada ciclo, así como el trabajo neto que realiza el ciclo y el rendimiento.

c) Calcular la variación de energía interna y de entropía del gas entre los estados de presión máxima y volumen máximo.

---

a) Calcular las coordenadas *P*, *v*, *T* de todos los puntos notables del ciclo. Haga una gráfica a escala.

Datos disponibles



Gráfica cualitativa

(Pasamos todos los datos al S.I.)

	v (m³/mol)	P (Pa)	T (K)	
1	v_1	$\boldsymbol{P_1}$	$\boldsymbol{T_1}$	T_A
2	$\boldsymbol{v_2}$	P_2	$\boldsymbol{T_2}$	
3				T_B
4				
		$\boldsymbol{q_B}$ (J/mol)		

<u>Cálculos</u>

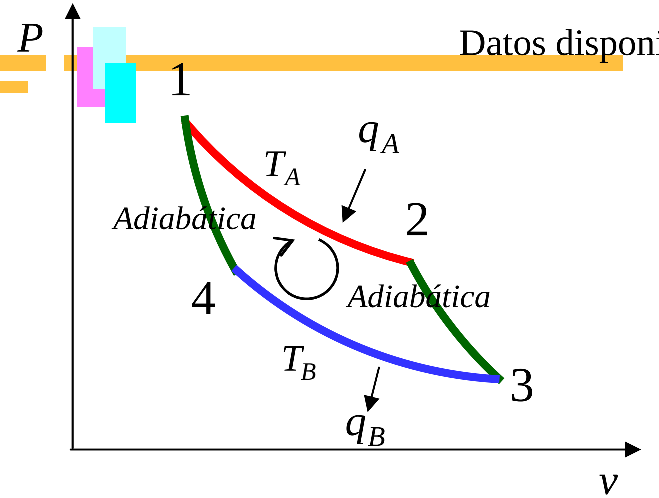
Para v_1 y P_2, usamos la ecuación del gas ideal

$$v_1 = RT_1 / p_1$$

$$p_2 = RT_2 / v_2$$

Observación: nótese que todos los volúmenes en este problema son *específicos molares* ($v = V$ / mol)

Datos disponibles



Gráfica cualitativa

	v (m^3/mol)	P (Pa)	T (K)	
1	v_1	$\boldsymbol{P_1}$	$\boldsymbol{T_1}$	$\}\ T_A$
2	$\boldsymbol{v_2}$	P_2	$\boldsymbol{T_2}$	
3	v_3	P_3	T_3	$\}\ T_B$
4	v_4	P_4	T_4	
		$\boldsymbol{q_B}$ (J/mol)		

Cálculo de temperatura $T_3 = T_4$

Relaciones adiabáticas

$$p_1 v_1^\gamma = p_4 v_4^\gamma = \frac{RT_4}{v_4} v_4^\gamma \qquad p_1 v_1^\gamma = RT_4 v_4^{\gamma-1}$$

$$p_2 v_2^\gamma = p_3 v_3^\gamma = \frac{RT_3}{v_3} v_3^\gamma \qquad p_2 v_2^\gamma = RT_3 v_3^{\gamma-1}$$

Puesto que $T_3 = T_4 \rightarrow \quad \dfrac{p_1 v_1^\gamma}{p_2 v_2^\gamma} = \left(\dfrac{v_4}{v_3}\right)^{\gamma-1}$

$$\ln\frac{v_4}{v_3} = \frac{1}{\gamma-1}\ln\left(\frac{p_1 v_1^\gamma}{p_2 v_2^\gamma}\right)$$

Calor y trabajo en proceso isotermo $q = w$

$$w_{isot} = \int_{v_3}^{v_4} p\,dv = RT_3 \ln\frac{v_4}{v_3} = q_B \quad \rightarrow \quad \ln\frac{v_4}{v_3} = \frac{q_B}{RT_3}$$

Igualando: $\dfrac{q_B}{RT_3} = \dfrac{1}{\gamma-1}\ln\left(\dfrac{p_1 v_1^\gamma}{p_2 v_2^\gamma}\right)$

$$T_3 = T_4 = \frac{(\gamma-1)\,q_B}{R\ln\left(\dfrac{p_1 v_1^\gamma}{p_2 v_2^\gamma}\right)}$$

Una vez obtenidas las temperaturas, los volúmenes específicos se obtienen de las relaciones adiabáticas

$$v_4 = \left(\frac{p_1 v_1^\gamma}{RT_4}\right)^{1/(\gamma-1)} \qquad v_3 = \left(\frac{p_2 v_2^\gamma}{RT_3}\right)^{1/(\gamma-1)}$$

Una vez conocidos temperaturas y volúmenes específicos, las presiones se obtienen de la ecuación del gas ideal

$$p_3 = RT_3 / v_3 \qquad p_4 = RT_4 / v_4$$

a) Calcular las coordenadas *P*, *v*, *T* de todos los puntos notables del ciclo. Haga una gráfica a escala.

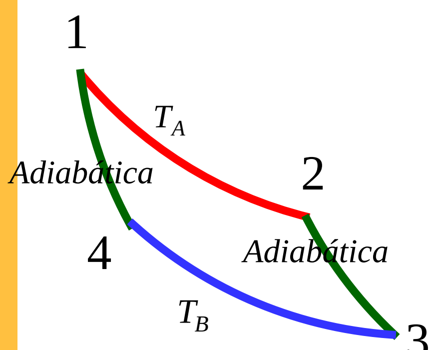
Datos numéricos

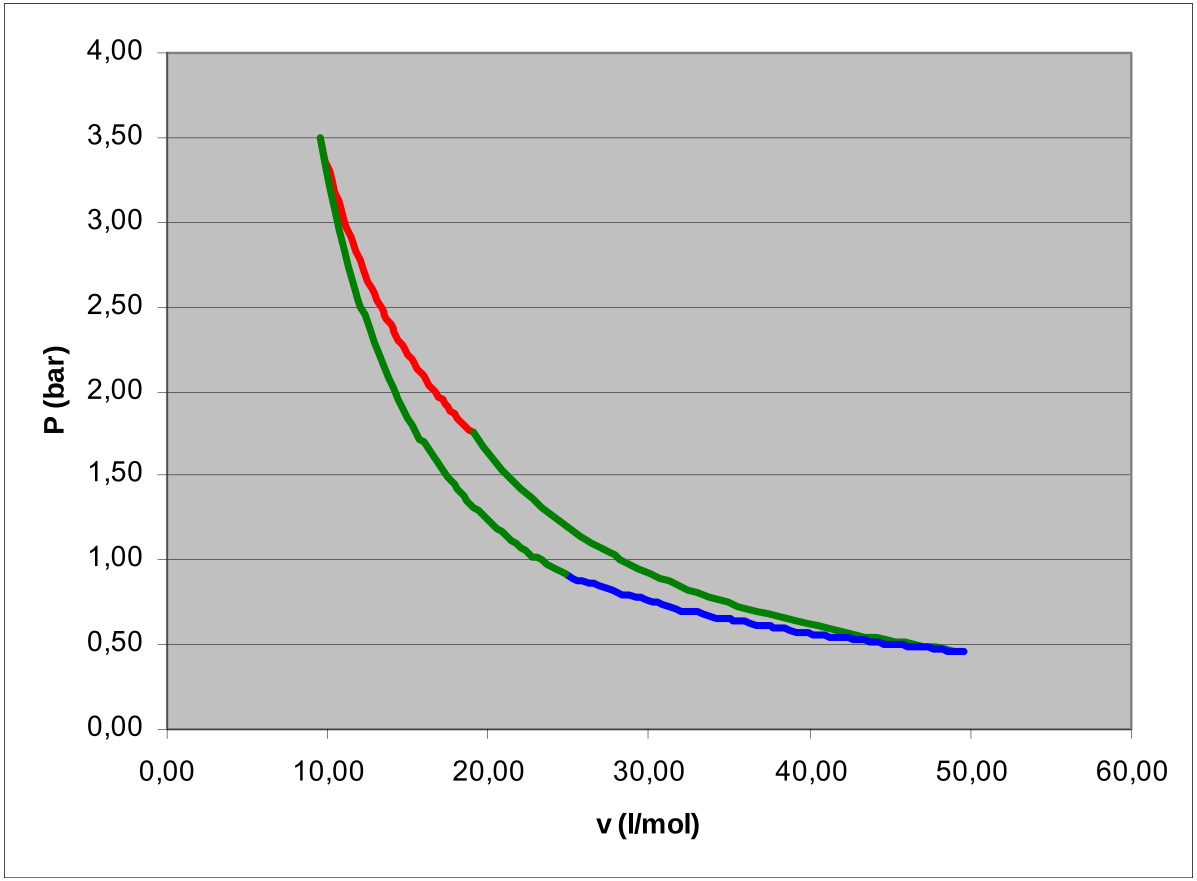
γ =	1,4		
	1		
P1 (bar)=	3,50	3,50E+05	Pa
V2 (l/mol) =	19,00	1,90E-02	m3/mol
qB (J/mol) =	1570,0	-1,57E+03	J/mol
T1 (K) =	400,0		

Note que q_B es negativo porque es el calor rechazado, es decir, calor saliente

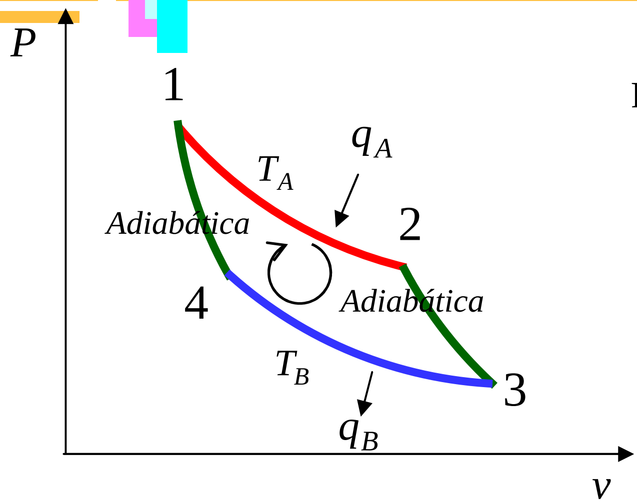
Coordenadas P, V, T

	v (m3/mol)	P (Pa)	T (K)
1	9,50E-03	3,50E+05	400,0
2	1,90E-02	1,75E+05	400,0
3	4,96E-02	4,57E+04	272,5
4	2,48E-02	9,13E+04	272,5





b) Calcular el calor entrante en cada ciclo, así como el trabajo neto que realiza el ciclo y el rendimiento.



Gráfica cualitativa

Procesos isotermos $\quad q = w \qquad w = \int_{v_a}^{v_b} p\,dv = RT\ln\frac{v_b}{v_a}$

Procesos adiabáticos $\quad q = 0 \qquad w = \frac{p_b v_b - p_a v_a}{1-\gamma} = \frac{p_a v_a - p_b v_b}{\gamma - 1}$

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = \frac{w_A + w_B}{q_A} = \frac{w_A + q_B}{w_A}$$

c) Calcular la variación de energía interna entre los estados de presión máxima y volumen máximo.

Energía interna $\quad \Delta u = q - w$

c) Calcular la variación de entropía del gas entre los estados de presión máxima y volumen máximo.

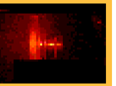
Procesos isotermos $\quad \Delta s_{ab} = \int \frac{\delta q_{isot}}{T} = \frac{1}{T}\int \frac{\delta w_{isot}}{T} = \frac{1}{T}\int_{v_a}^{v_b} p\,dv = \frac{1}{T}\int_{v_a}^{v_b} \frac{RT}{v}\,dv = R\ln\frac{v_b}{v_a}$

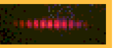
Procesos adiabáticos reversibles

$\Delta s_{ab} = 0$

0, adiabático reversible

$$\Delta s_{13} = \Delta s_{12} + \cancelto{0}{\Delta s_{23}} = R\ln\frac{v_2}{v_1}$$





b) Calcular el calor entrante en cada ciclo, así como el trabajo neto que realiza el ciclo y el rendimiento.

c) Calcular la variación de energía interna y de entropía del gas entre los estados de presión máxima y volumen máximo.

	w (J/mol)	q (J/mol)	Δu (J/mol)	Δs (J/K.mol)
1→2	**2,30E+03**	**2,30E+03**	**0,00E+00**	**5,76E+00**
2→3	**2,65E+03**	**0,00E+00**	**-2,65E+03**	**0**
3→4	**-1,57E+03**	**-1,57E+03**	**0,00E+00**	**-5,76E+00**
4→1	**-2,65E+03**	**0,00E+00**	**2,65E+03**	**0**
Σ =	7,35E+02	7,35E+02	0,00E+00	2,66E-15

$$w_{neto} = 7{,}35E+02$$

$$q_{in} = 2{,}30E+03$$

$$q_{out} = -1{,}57E+03$$

$$\left(q_{in} = q_A \;\; \text{y} \;\; q_{out} = q_B\right)$$

Rend. Teórico

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = \quad \textbf{31,9\%}$$

31,9%

$$\Delta s_{13} = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} = 5{,}76E+00$$