

## Trabajo y Energía para un sólido rígido

## ENERGÍA CINÉTICO DE UN SÓLIDO RÍGIDO EN MOVIMIENTO PLANO

Movimiento Plano general = Traslación + Rotación

### Energía Cinética de Rotación

La energía cinética de un sistema de partículas en rotación será

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} (m_i R_i^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$v_i = \omega R_i$$

### Energía Cinética en Traslación

La energía cinética de un sistema de partículas en movimiento de traslación será

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

Porque todas las partículas tienen la misma velocidad en el movimiento de traslación

### Energía cinética de un sólido rígido en movimiento plano

$$K = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

## PRINCIPIO DEL TRABAJO Y ENERGÍA EN SÓLIDOS RÍGIDOS

El principio del trabajo y la energía para un sistema de partículas

$$W_{total} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{sys}; W_{total} = W_{ext. forces} + W_{int. forces}; W_{int. forces (in a rigidbody)} = 0$$

$$W_{ext. forces} = K_{sys,2} - K_{sys,1}$$

### Trabajo de las fuerzas que actúan en un sólido rígido

**El trabajo de una fuerza** durante un desplazamiento de su punto de aplicación del punto 1 al punto 2

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 F \cos(\alpha) ds = \int_1^2 F_T ds$$

**El trabajo de un par de fuerzas** que actúan sobre un sólido rígido

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \vec{M} \cdot d\vec{\theta} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta$$

Donde **M** es el momento del par de fuerzas y  $M_z$  es la componente de **M** en la dirección del eje de rotación

Si no hay rotación el par de fuerzas no hace trabajo

Cuando un sólido rígido rueda sin deslizar sobre una superficie, la fuerza de fricción en el punto de contacto no hace trabajo.

## PRINCIPIO DEL TRABAJO Y ENERGÍA EN SÓLIDOS RÍGIDOS

**Potencia** (el ritmo al cual el trabajo se hace)

En el caso de un SR sobre el que actúa una fuerza externa  $\mathbf{F}$ , y que se mueve con una velocidad  $\mathbf{v}$ , la potencia desarrollada por esa fuerza será

$$Potencia = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

En el caso de un SR que rota con una velocidad angular  $\omega$ , y sobre el que actúa un par de fuerzas de momento  $\mathbf{M}$

$$Potencia = \frac{dW}{dt} = \vec{M} \cdot \frac{d\vec{\theta}}{dt} = \vec{M} \cdot \vec{\omega} = M_z \omega$$

Problema. El engranaje A tiene una masa de 10 kg y un radio de giro de 200 mm; el engranaje B tiene una masa 3 kg y un radio de giro de 80 mm. El sistema está inicialmente en reposo cuando un par de fuerzas de magnitud 6 N.m se aplica al engranaje B. Despreciando la fricción, determinar (a) el número de revoluciones que da el engranaje B antes de que su velocidad angular alcance 600 rpm. (b) la fuerza tangencial que ejerce el engranaje B sobre el engranaje A. (c) la potencia que el motor suministra al sistema cuando el engranaje B está girando a 600 rpm; (D) cual es la energía (trabajo) suministrado cuando el engranaje B alcance 600 rpm.

