MECÁNICA DEL SOLIDO RÍGIDO

CINÉTICA, DINÁMICA

1.- Introducción

2.- Cinemática. Tipos de movimiento

- Traslación,
- Rotación
- Movimiento Plano General

3.- Cinética. Fuerzas y Aceleraciones.

- **Momento Angular y Momento de Inercia**
- **Ecuaciones fundamentales de la Dinámica.**
- **Métodos de Energía y Cantidad de Movimiento. Principios de Conservación.**

4.- Estática y Equilibrio

Mecánica del Sólido Rígido: Dinámica

3.- Cinética. Fuerzas y Aceleraciones.

Momento Angular y Momento de Inercia
Ecuaciones Fundamentales de la Dinámica

El problema general es:

Determinar el movimiento de un sólido rígido bajo la acción de fuerzas externas e internas.

Metodología para resolver el problema

Consideramos los SR como formados por un gran número de partículas. Entonces, se aplicarán las Leyes de Newton a dichas partículas y se deducirán las ecuaciones de la dinámica del movimiento. Posteriormente se considerarán el trabajo y la energía y se aplicarán también los principios de conservación de energía y momento.

Nuestro ámbito y enfoque preferente

Determinar el movimiento de rotación alrededor de un eje fijo y en movimiento plano general, con simetría respecto a un plano de referencia.

Mecánica del Sólido Rígido: Dinámica

3.- Cinética. Fuerzas y Aceleraciones.

Momento Angular y Momento de Inercia
Ecuaciones Fundamentales de la Dinámica

Conceptos “nuevos y viejos” a utilizar para describir el movimiento

Velocidad y Aceleración (de cada partícula)

Velocidad Angular y Aceleración Angular (del sólido)

Fuerzas, *internas y externas*

Momento de una Fuerza respecto de un punto

Centro de masas

Cantidad de movimiento o Momento Lineal (Momentum)

Momento Angular o Momento Cinético (Angular Momentum)

Momento de Inercia

+ *requieren algunos conceptos matemáticos*

Álgebra de vectores: Producto escalar y Producto vectorial

FUERZAS. Ver Taller

Diagramas de sólido libre:

Muestran todas las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo

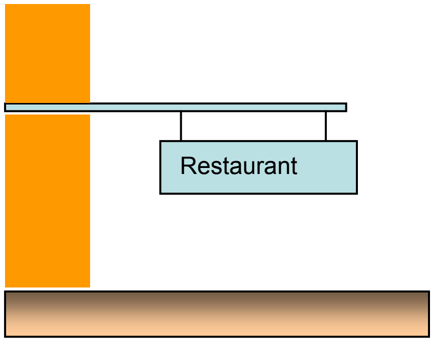


Diagrama de sólido libre de la barra empotrada en el muro

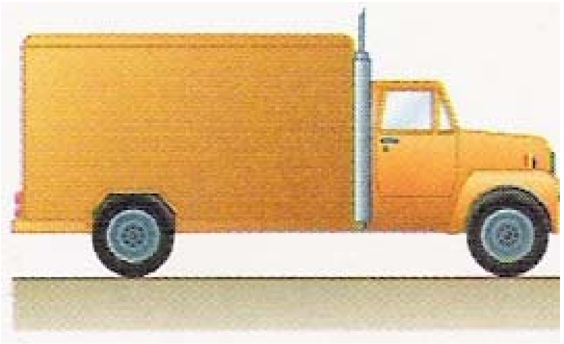


Diagrama de sólido libre sobre el camión, cuando circula (a) a velocidad constante en plano horizontal (b) cuando acelera [las ruedas motrice son las delanteras (c) Cuando frena si se bloquean las 4 ruedas

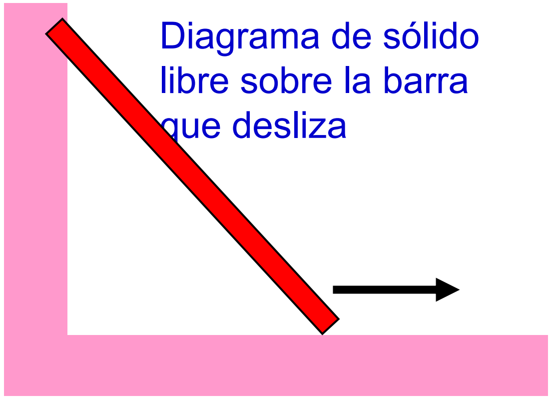
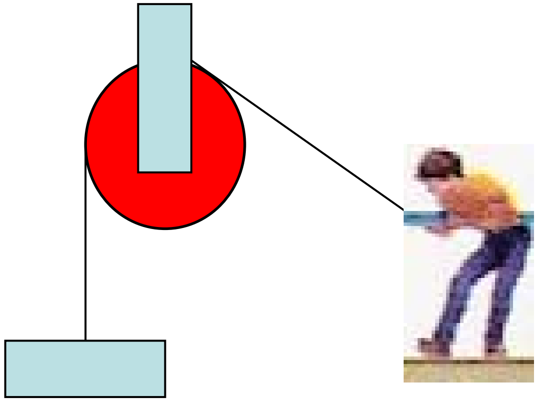


Diagrama de sólido libre sobre la barra que desliza

Diagrama de sólido libre sobre el ciclista y su bicicleta cuando asciende una rampa de inclinación θ

Diagrama de sólido libre sobre la polea, el bloque y la persona que sujeta el cable



Centro de Masas (Centro de gravedad)

de un sistema de partículas y/o de un sólido rígido

El centro de masas de un sistema de partículas (el Sólido Rígido es un caso particular) **es el punto del espacio donde el sistema de fuerzas gravitacionales formado por todas las fuerzas gravitatorias elementales que actúan sobre cada partícula elemental (*dm g*),es equivalente a una fuerza (*mg*) colocada allí**. La energía potencial de un sistema de partículas es *mgh*, donde *h* es la altura del centro de masas.

El centro de masas se mueve como una partícula de masa m = Σm_i bajo la influencia de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_{CM}} \qquad o \qquad m\overrightarrow{v_{CM}} = \sum_i m_i \vec{v}_i}$$

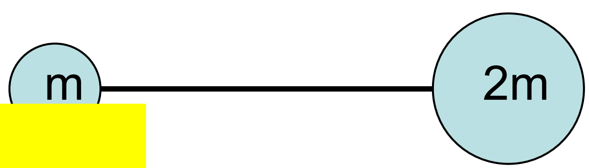
Cómo encontrar el punto “centro de masas

$$m\,\overrightarrow{r_{CM}} = \sum_i m_i \vec{r}_i \qquad or \qquad m\,\overrightarrow{r_{CM}} = \int \vec{r}\,dm$$

$$m\,x_{CM} = \sum_i m_i\,x_i; \quad m\,y_{CM} = \sum_i m_i\,y_i; \quad m\,z_{CM} = \sum_i m_i\,z_i$$

Encontrar el centro de masas de la figura representada,

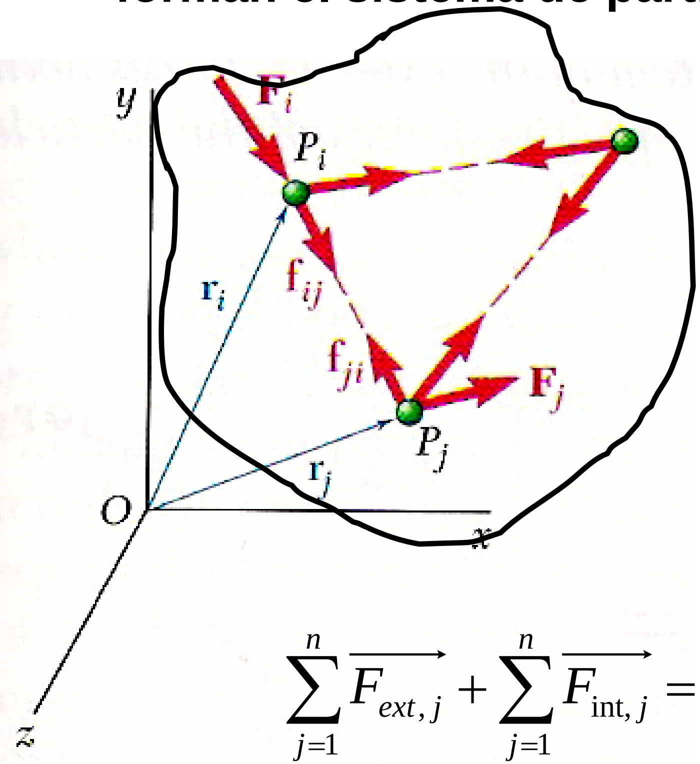
cdm
¿un punto mágico?



Ver Taller Centro de Masas

MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASAS

Las fuerzas internas y esternas que actúan sobre las partículas que forman el sistema de partículas son la causa de su movimiento (el cambio)



Ecuaciones fundamentales que describen el movimiento: Si se aplica la **Segunda Ley de Newton** al sistema de partículas, tendremos

$$Particula\ i \quad \overrightarrow{F_{ext,i}} + \overrightarrow{F_{\text{int},i}} = m_i\ \overrightarrow{a_i}$$

$$Particula\ j \quad \overrightarrow{F_{ext,j}} + \overrightarrow{F_{\text{int},j}} = m_j\ \overrightarrow{a_j}$$

Consideremos las fuerzas internas. Estas fuerzas actúan en pares. De acuerdo con la Tercera Ley de Newton, estas fuerza son iguales y opuestas, con la misma línea de acción. Si ahora consideramos todo el sistema de fuerzas, tendremos

$$\sum_{j=1}^{n} \overrightarrow{F_{ext,j}} + \sum_{j=1}^{n} \overrightarrow{F_{\text{int},j}} = \sum_{j=1}^{n} m_j\ \overrightarrow{a_j}$$

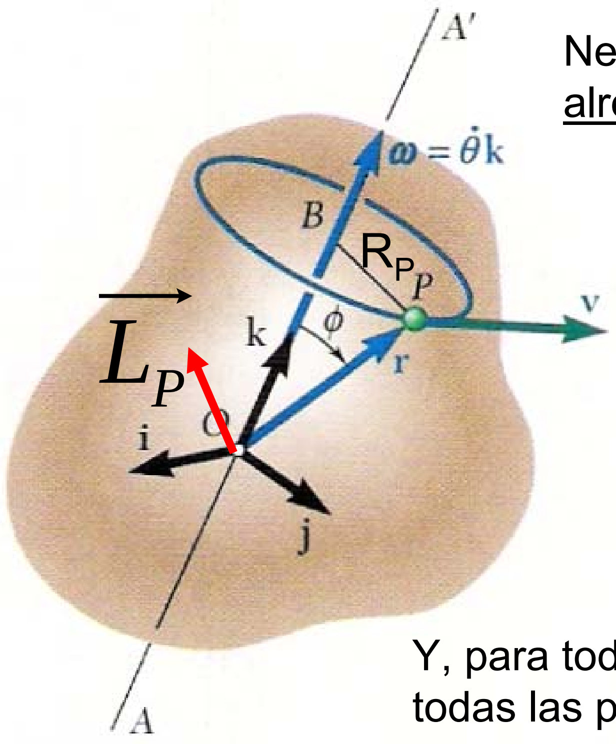
$$y \quad \sum_{j=1}^{n} \overrightarrow{F_{\text{int},j}} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{f_{ij}} = 0$$

De acuerdo con la definición del cdm, tendremos

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\ \overrightarrow{a_{CM}}}$$

♣ <u>Sólo las fuerzas externas pueden cambiar el movimiento del cdm</u>.
♣.<u>El movimiento de rotación no se describe mediante esta ecuación.</u> Solamente en el caso de movimiento puro de traslación, esta ecuación proporciona la descripción total del movimiento del sólido, porue en este caso todas las pertículas tiene la misma aceleración.

ROTACIÓN alrededor de un eje fijo. MOMENTO ANGULAR



Necesitamos introducir el concepto **MOMENTO ANGULAR** alrededor del punto O. Primero para el punto P,.

$$\overrightarrow{L_{P/O}} = \vec{r}_P \wedge \overrightarrow{m_P v_P} = \vec{r}_P \wedge m_P(\vec{\omega} \wedge \vec{r}_P)$$

$$\left|\overrightarrow{L_P}\right| = m_P\ r_P^2 \sin(\phi);$$

$$la \quad componente \;\; z \;\; de\, \overrightarrow{L_P}$$

$$\overrightarrow{L_P} \bullet \vec{k} = m_P\ r_P^2 \sin(\phi).\sin(\phi) = m_P R_P{}^2 \omega$$

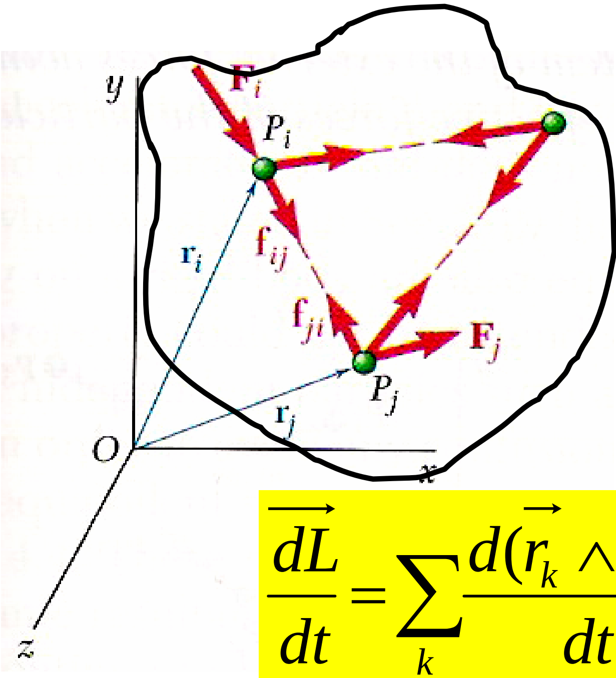
Y, para todo el cuerpo se sumarán los momentos angulares de todas las partículas

$$\vec{L} = \sum_P \overrightarrow{L_P} = \sum_P \overrightarrow{r_P} \wedge m_P(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{r_P}), \qquad or \qquad \int \overrightarrow{dL} = \int \vec{r} \wedge dm(\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

La componente del momento angular del sólido en rotación en la dirección del eje de rotación será:

$$L_z = (\sum_j m\, R^2)\, w = I\ w$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN



$$\vec{L} = \sum_k \vec{r}_k \wedge \vec{p}_k$$

Hay una relación general entre el ritmo de cambio del momento angular y el momento neto de las fuerzas aplicadas al sistema. Las fuerzas internas no cambian el momento angular

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_k \frac{d(\vec{r}_k \wedge \vec{p}_k)}{dt} = \sum_k \vec{r}_k \wedge \frac{d\vec{p}_k}{dt} =$$

$$\sum_k \vec{r}_k \wedge (\vec{F}_{ext,k} + \sum_j \vec{f}_{jk}) = \sum_k \vec{r}_k \wedge \vec{F}_{ext,k} + \sum_k \sum_j (\vec{r}_k \wedge \vec{f}_{jk}) = \sum_k \vec{r}_k \wedge \vec{F}_{ext,k}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

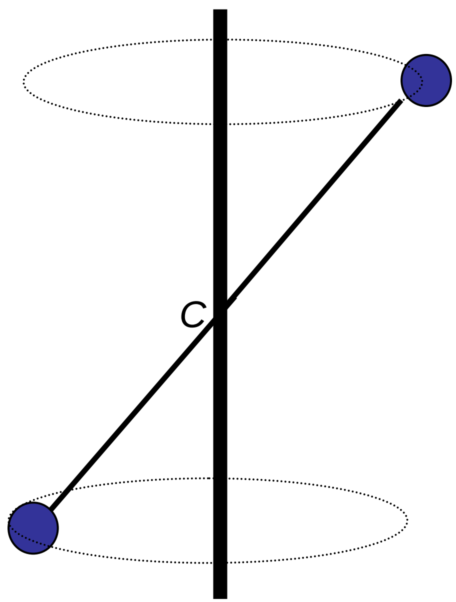
SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO ANGULAR (ROTACIÓN)

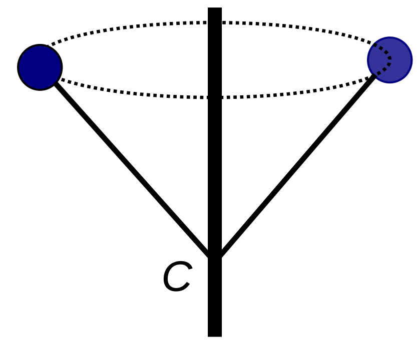
El momento neto de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es igual al ritmo de cambio del momento angular del sistema. *El punto respecto del cual **L** y **τ** se calculan debe ser un punto de un sistema inercial.*

Aprendiendo a representar y calcular el momento angular y el momento de inercia en casos simples. El poder de la simetría

Representar el momento angular del sistema respecto del punto C cuando el sistema rota en el sentido de las agujas del reloj y en el sentido contrario. Explica en cuál de los sistemas el momento angular es paralelo al vector velocidad angular

Calcula la aceleración angular de ambos sistemas cuando un par de fuerzas de momento **M** de magnitud 6 N.m se aplica en la dirección del eje de rotación. La masa de cada esfera es de 10 Kg y la distancia mínima al eje es de 0.5 m.

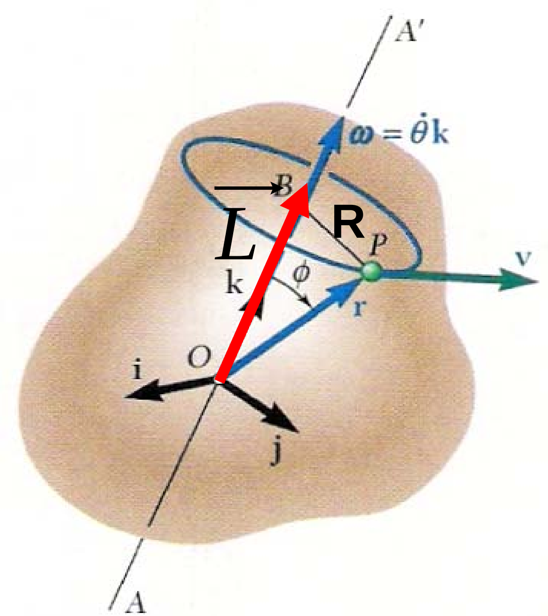




Donde está el centro de masas. ¿El sistema está equilibrado estáticamente? ¿y dinámicamente?

Ver Taller de Momentos de Inercia

ROTACIÓN alrededor de un eje fijo. MOMENTO ANGULAR y MOMENTO de INERCIA



En algunos casos especiales relevantes, y dependiendo de la distribución espacial de la masa alrededor del eje de rotación, ocurre que el momento angular respecto del punto O es paralelo a la velocidad angular

$$\vec{L_o} = \int \vec{dL} = \int \vec{r} \wedge dm\,(\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \vec{\omega}\left(\int R^2\, dm\right) = I\,\vec{\omega}$$

Donde ***I***, el **MOMENTO de INERCIA** del sólido rígido para el eje de rotación fijado, se define como

$$I = \sum_j R_j{}^2\, m_j = \int R^2\, dm$$

R es la mínima distancia desde cada partícula elemental al eje de rotación

En el caso más general, aún cuando **L** no sea paralelo a **ω**, la componente del momento angular en la dirección del eje de rotación se puede escribir siempre como

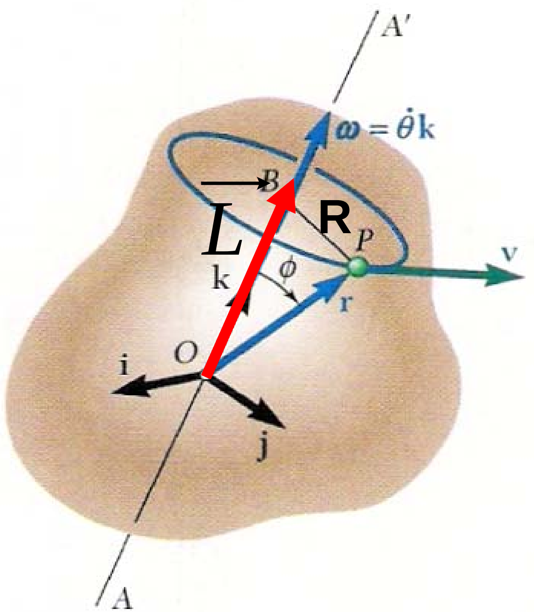
$$L_{z,O} = I\, w$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO ANGULAR (ROTACIÓN)

El momento neto de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es igual al ritmo de cambio del momento angular del sistema. *El punto respecto del cual **L** y **τ** se calculan debe ser un punto de un sistema inercial.*



En algunos casos especiales relevantes, cuando el momento angular respecto del punto O es paralelo a la velocidad angular

$$I = \int R^2\, dm$$ **MOMENTO de INERCIA**

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\,\vec{\omega})}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \boxed{I\vec{\alpha} = \vec{\tau}}$$

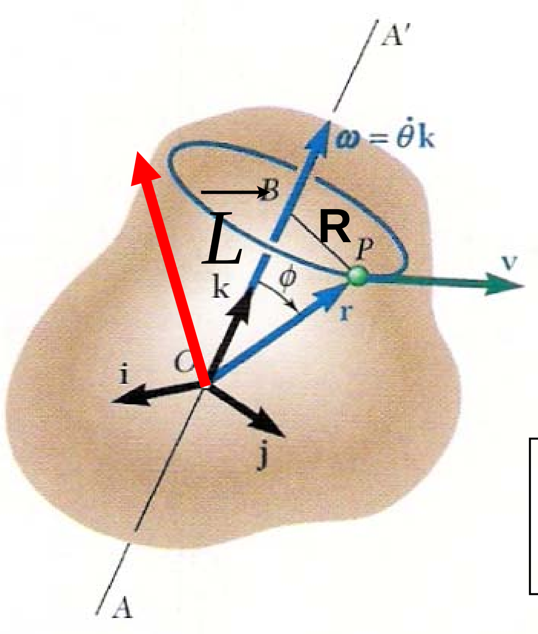
Asumimos que el momento de Inercia respecto del eje de rotación permanece constante en el tiempo

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO ANGULAR (ROTACIÓN)

El momento neto de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es igual al ritmo de cambio del momento angular del sistema. *El punto respecto del cual **L** y **τ** se calculan debe ser un punto de un sistema inercial.*



En el caso más general, cuando el momento angular **L** no es paralelo a la velocidad angular, siempre se cumple que

$$L_{z,O} = I\ \omega$$

$$I = \int R^2\, dm$$

MOMENTO de INERCIA

$$\frac{dL_{z,O}}{dt} = I\,\frac{d\omega}{dt} = \boxed{I\alpha = \tau_z}$$

Asumimos que el momento de Inercia respecto del eje de rotación permanece constante en el tiempo

Mecánica del Sólido Rígido.

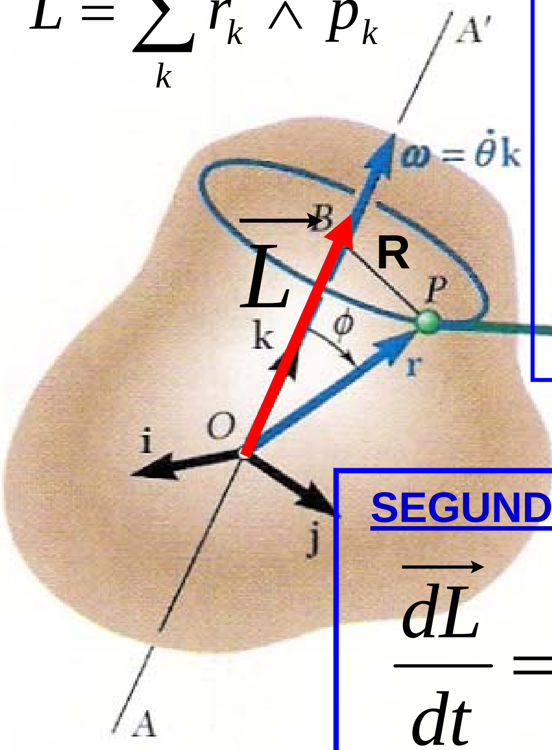
Dinámica

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN

RESUMEN

MOMENTO ANGULAR

$$\vec{L} = \sum_k \vec{r}_k \wedge \vec{p}_k$$



$$\boxed{\vec{L} = I\,\vec{\omega}}$$

Esta relación ocurre en casos relevantes, pero no es una relación general

$$I = \int R^2\,dm$$

es el **MOMENTO de INERCIA**

De unsólido rígido para un eje de rotación, R es la mínima distancia desde cada partícula al eje de rotación

SEGUNDA LEY DE NEWTON EN EL MOVIMIENTO ANGULAR (ROTACIÓN)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

El momento neto de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es igual al ritmo de cambio del momento angular del sistema

$$\frac{d\vec{L}_{CM}}{dt} = \vec{\tau}_{CM}$$

*El punto respecto del cual **L** y **τ** se calculan debe ser un punto de un sistema inercial.* **En el caso del centro de masas la relación se cumple sea cual sea el movimiento del cdm**

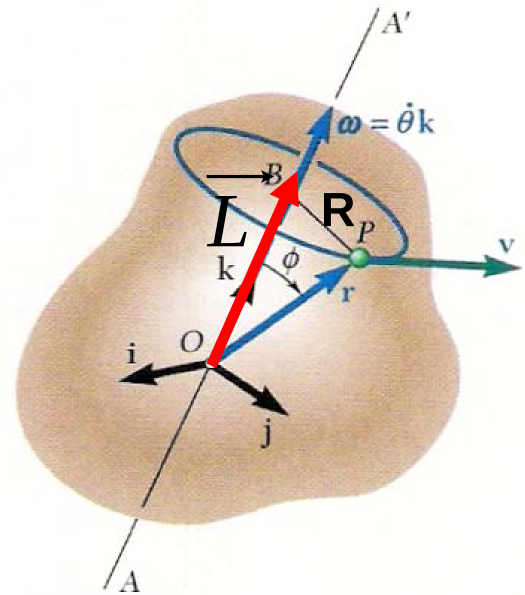
Cuando el momento angular es paralelo a la velocidad angular

$$\vec{\tau}_{CM} = I_{CM}\,\vec{\alpha}$$

Mecánica del Sólido Rígido.
Dinámica

ACERCA DE LA RELACIÓN ENTRE MOMENTO ANGULAR Y VELOCIDAD ANGULAR

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$



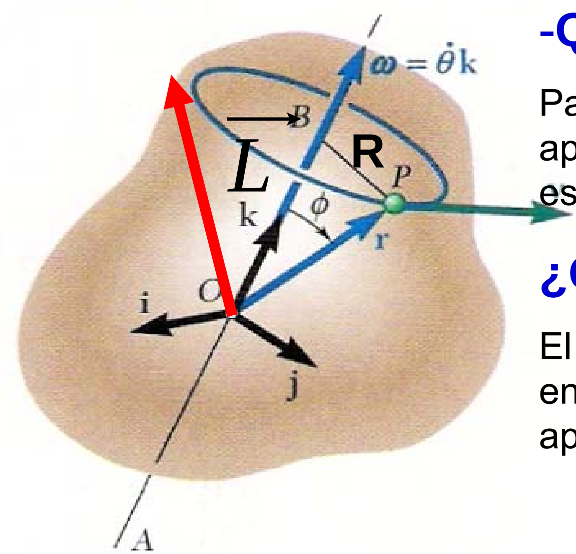
¿Cuando se cumple esta relación vectorial?:

- Para CUALQUIER sólido rígido hay siempre un sistema de tres ejes perpendiculares entre sí, llamados ejes principales de inercia. Cuando el sólido rota alrededor de uno de estos ejes, la relación vectorial se cumple.

-Cuando el eje de rotación es un eje de simetría.

-Para una placa plana, cuando el eje de rotación es perpendicular a la placa

- En el caso de movimiento plano, cuando los sólidos son simétricos respecto al plano de referencia.



-Qué sucede cuando la relación se cumple?

Para el caso de un movimiento de velocidad angular constante, no hay aplicado ningún momento de una fuerza. No hay vibraciones, si el sistema está equilibrado estáticamente.

¿Qué sucede cuando la relación no se cumple?

El momento angular rota con el cuerpo alrededor del eje de rotación, y entonces un momento de una fuerza tiene que aplicarse. Las vibraciones aparecen aunque el sistema esté equilibrado estáticamente.

ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL SR

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_{CM}}$$

Traslación

Rotación.

$$\overrightarrow{\tau_C} = I_C\,\vec{\alpha}$$

El punto C debe ser un punto de un sistema inercial (no acelerado). Si se utiliza el CM esta restricción no existe.

$$\overrightarrow{\tau_{CM}} = I_{CM}\,\vec{\alpha}$$

Cuidado!!: Estas ecuaciones sólo son válida cuando el momento angular es paralelo a la velocidad angular

Movimiento Plano General = Traslación + Rotación

$$\overrightarrow{\tau_C} = \sum_i \overrightarrow{M_C(F_{ext})_i}$$

$$\overrightarrow{\tau_{CM}} = \sum_i \overrightarrow{M_{CM}(F_{ext})_i}$$

El momento neto de todas las fuerzas externas respecto del punto C y respecto al centro de masas

La **masa** de un cuerpo es una medida de la inercia (resistencia) del cuerpo al cambio en su **movimiento de traslación.**

El **momento de inercia respecto de un eje** es una medida de la inercia (resistencia) del cuerpo al cambio en su **movimiento de rotación** respecto del eje.

Cuando el movimiento es una rotación pura alrededor de un eje, una sola ecuación describe el movimiento $\longrightarrow$

$$\overrightarrow{\tau_O} = I_O\,\vec{\alpha}$$

ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL SR

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_{CM}}$$

Traslación

Rotación.

$$\overrightarrow{\tau_C} = I_C\,\overrightarrow{\alpha}$$

$$\overrightarrow{\tau_{CM}} = I_{CM}\,\overrightarrow{\alpha}$$

El punto C debe ser un punto de un sistema inercial (no acelerado). Si se utiliza el CM esta restricción no existe.

Cuidado!!: Estas ecuaciones sólo son válida cuando el momento angular es paralelo a la velocidad angular

Movimiento Plano General = Traslación + Rotación

$$\overrightarrow{\tau_C} = \sum_i \overrightarrow{M_C(F_{ext})_i}$$

$$\overrightarrow{\tau_{CM}} = \sum_i \overrightarrow{M_{CM}(F_{ext})_i}$$

El momento neto de todas las fuerzas externas respecto del punto C y respecto al centro de masas

Cuando el movimiento es una rotación pura alrededor de un eje, una sola ecuación describe el movimiento →

$$\overrightarrow{\tau_O} = I_O\,\overrightarrow{\alpha}$$

<u>Cómo aplicar estas ecuaciones</u>

1.- Dibujar el Diagrama de Sólido Libre (de cada cuerpo)

2.- Aplicar las ecuaciones de movimiento

Seleccionar un adecuado sistema de referencia- Plantear y resolver el sistema de ecuaciones para cada uno de los componentes de las fuerzas y momentos. Utilizar relaciones cinemáticas.

Principio de Conservación del Momento Angular

Cuando el momento neto de las fuerzas externas aplicadas a un sistema de partículas es cero, el momento angular del sistema permanece constante, esto es:

$$\frac{d\overrightarrow{L_{sys}}}{dt} = 0 \qquad \overrightarrow{L_{sys}} = const$$

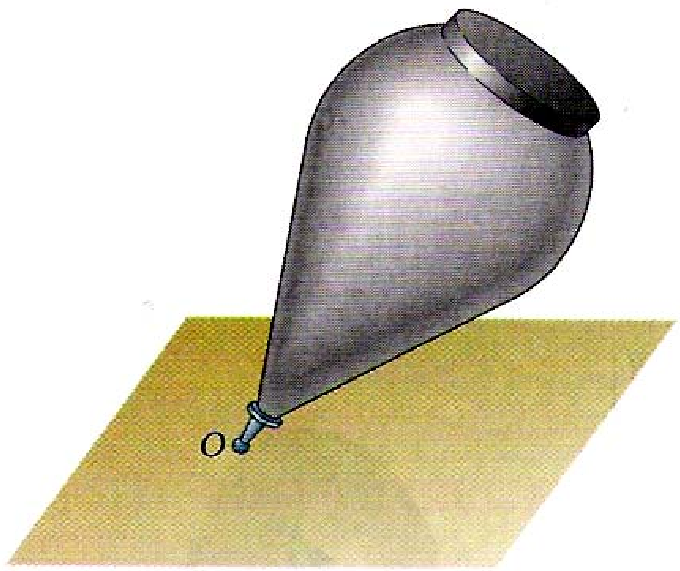
Este es el enunciado del *Principio de Conservación del Momento Angular*

Con este principio podemos entender la estabilidad de un helicóptero, ….

Explicar porqué son necesarias dos hélices y cómo funcionan.

Ejemplo de un movimiento tridimensional alrededor de un punto fijo: El giróscopo

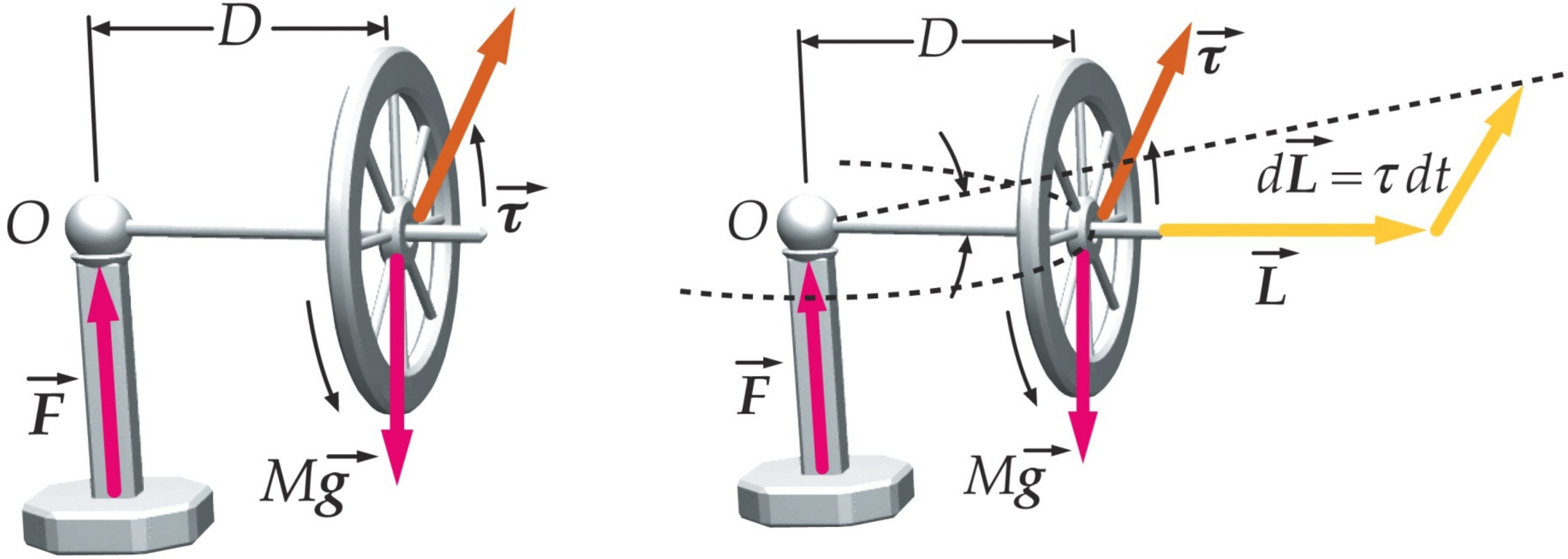
El punto O es un punto fijo, pero el eje de rotación cambia de dirección, rotando alrededor del eje vertical.



Ejercicio: Describir el movimiento de la peonza. Dibujar el diagrama de sólido libre de la peonza. Explicar utilizando la segunda ley de Newton de la rotación el movimiento del sólido

Ejemplo de un movimiento alrededor de un punto fijo: El giróscopo

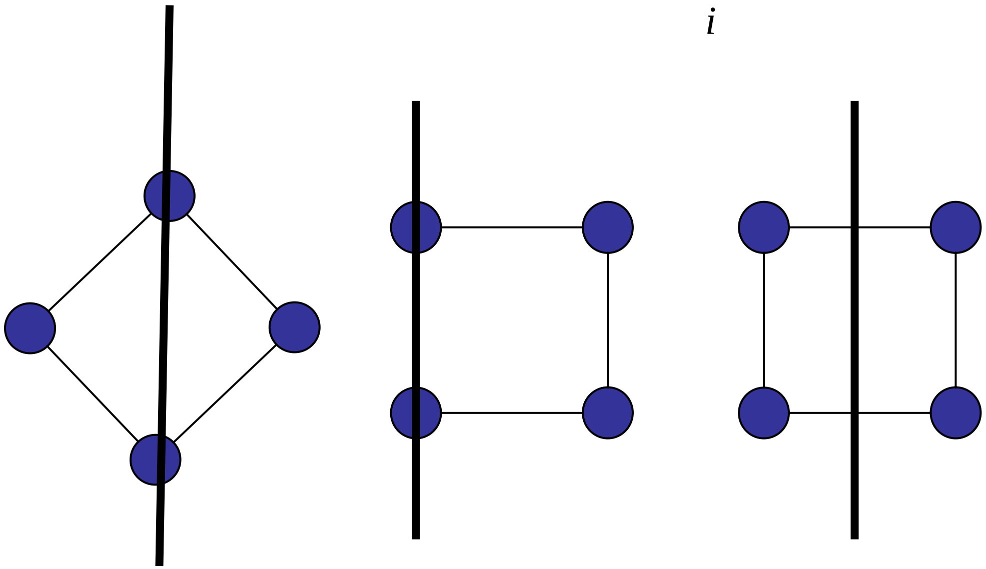
El punto O es un punto fijo, pero el eje de rotación cambia de dirección, rotando alrededor del eje vertical.



Momento de Inercia

$$I = \sum_i R_i^2 \, m_i = \int R^2 \, dm$$

[Unidades SI]= kg. m^2



Cuatro masas iguales, de valor *m*, forman un cuadrado de lado *a*, calcular el momento de inercia respecto al eje de rotación mostrado en las figuras. Calcular el radio de giro en cada uno de los casos. Señalar dónde se encuentra el centro de masas en cada caso.

Radio de Giro, *k*

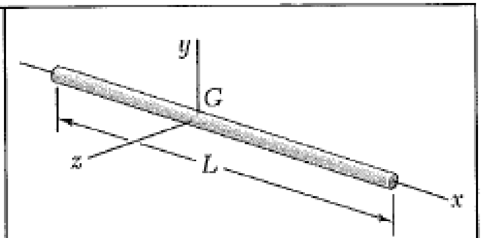
$$I = \sum_i R_i^2 \, m_i = \int R^2 \, dm = m k^2$$

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

Momentos de inercia de cuerpos homogéneos

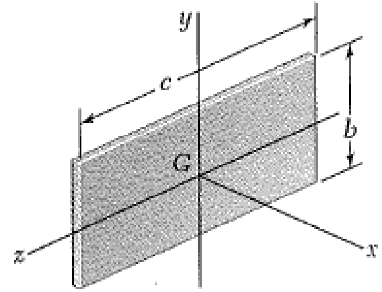
Barra delgada

$$I_y = I_z = \tfrac{1}{12} m L^2$$



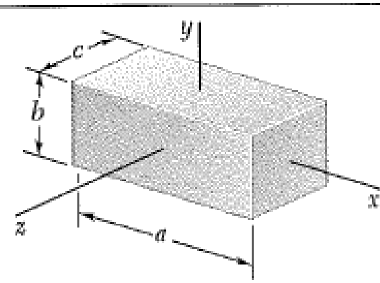
Placa rectangular delgada

$$I_x = \tfrac{1}{12} m (b^2 + c^2)$$
$$I_y = \tfrac{1}{12} m c^2$$
$$I_z = \tfrac{1}{12} m b^2$$



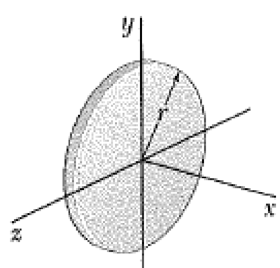
Prisma rectangular

$$I_x = \tfrac{1}{12} m (b^2 + c^2)$$
$$I_y = \tfrac{1}{12} m (c^2 + a^2)$$
$$I_z = \tfrac{1}{12} m (a^2 + b^2)$$



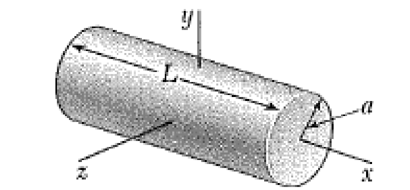
Disco delgado

$$I_x = \tfrac{1}{2} m r^2$$
$$I_y = I_z = \tfrac{1}{4} m r^2$$



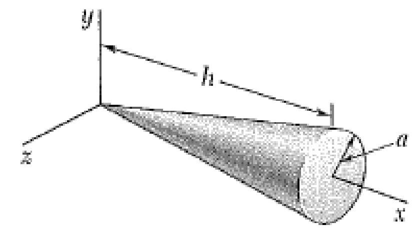
Cilindro circular

$$I_x = \tfrac{1}{2} m a^2$$
$$I_y = I_z = \tfrac{1}{12} m (3a^2 + L^2)$$



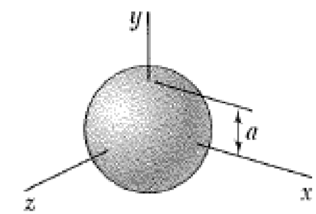
Cono circular

$$I_x = \tfrac{3}{10} m a^2$$
$$I_y = I_z = \tfrac{3}{5} m \left(\tfrac{1}{4} a^2 + h^2\right)$$



Esfera

$$I_x = I_y = I_z = \tfrac{2}{5} m a^2$$



Teorema del Eje paralelo o Teorema de Steiner

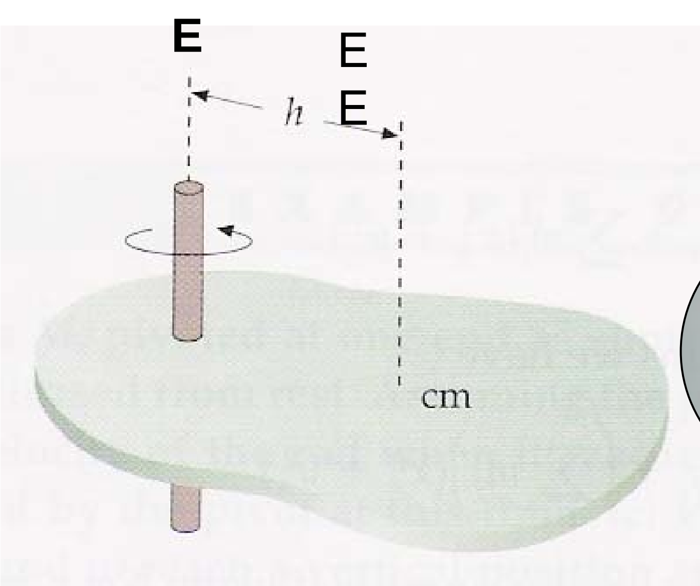
El momento de inercia de un sólido respecto de un eje de rotación y el momento de inercia respecto de un eje paralelo al primero y que pase por el centro de masas están relacionados por la ecuación

$$I_E = I_{CM} + m\,h^2$$

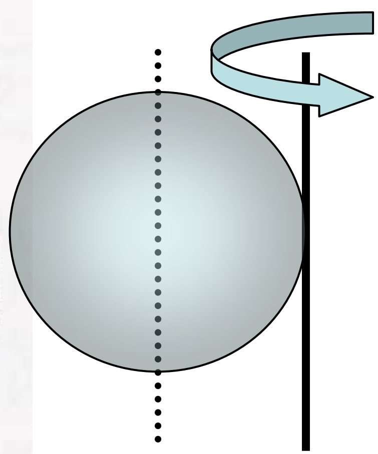
I_E. Momento de inercia respecto al eje de rotación *E*

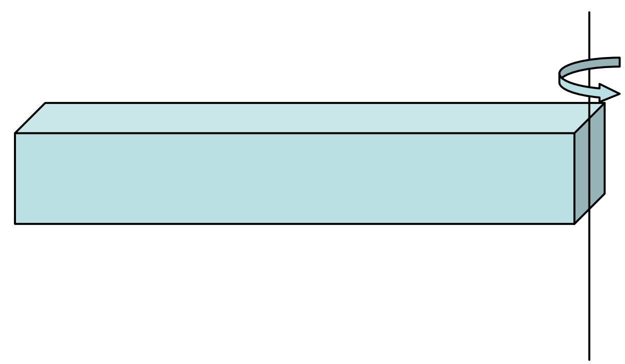
I_{CM}: momento de Inercia respecto de un eje paralelo al eje *E* y que pase por el centro de masas.

h: distancia mínima entre los ejes



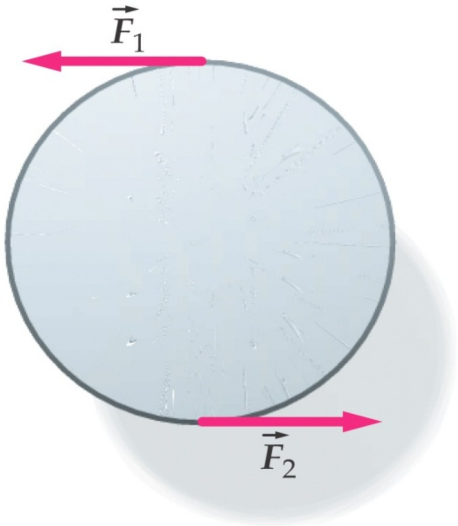
Calcular el momento de inercia respecto del eje de rotación de las figuras que se representan,





Momento de una fuerza. Respecto a un punto y respecto a un eje

Pares de fuerzas. Momentos puros

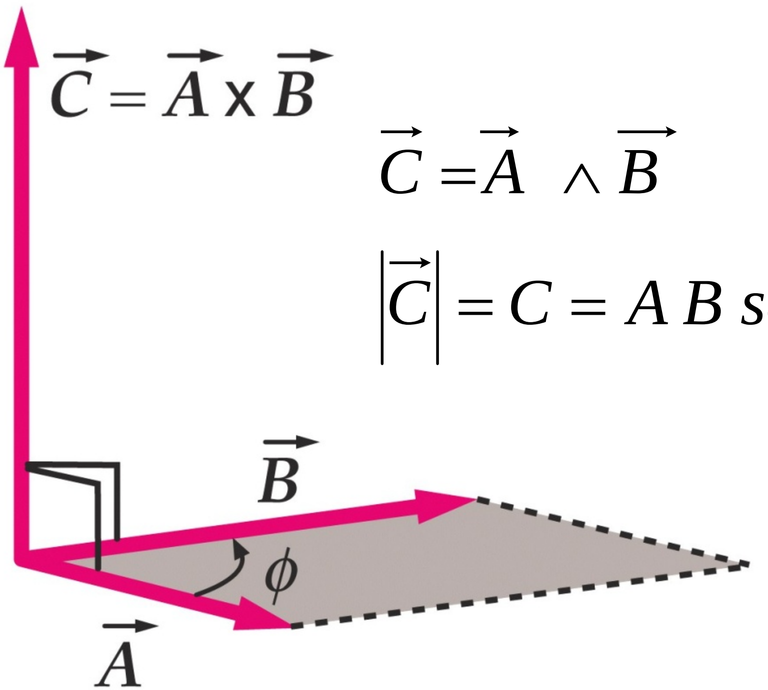


¿Qué efecto produce sobre un cuerpo un par de fuerzas (iguales y opuestas)?

Representar el diagrama de solido libre sobre la llave grifa mostrada en la figura. Hacer el diagrama de sólido libre sobre la tuerca enroscada en la tubería¿Qué acción producen estas fuerzas?

El momento de una fuerza respecto de un punto *es un vector, <u>cuyo módulo es el producto de la fuerza por la menor distancia entre la línea de acción de la fuerza y el punto</u>.*
<u>Su dirección</u> es perpendicular al plano que forman la fuerza y el vector
<u>Su sentido</u> está dado por la regla del tornillo

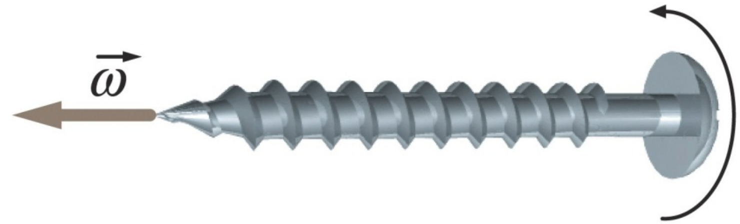
Producto Vectorial de dos vectores



$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$\left|\vec{C}\right| = C = A\,B\,sen(\phi)$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$$



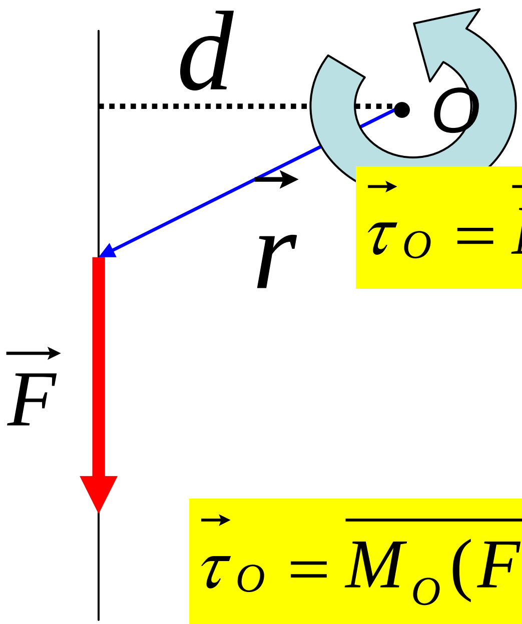
(b)

Significado geométrico del producto vectorial:
El módulo del producto vectorial de dos vectores es el área del paralelogramo que forman

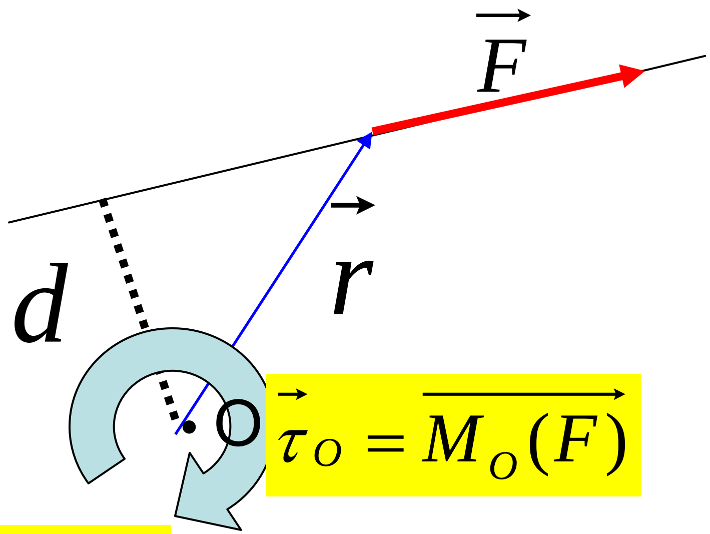
¿Cuál es la expresión analítica del producto vectorial en función de los componentes?

Recordar el concepto de producto escalar de dos vectores

Momento de una fuerza [SI]= N.m



$$\vec{\tau}_O = \overrightarrow{M_O(F)}$$



$$\vec{\tau}_O = \overrightarrow{M_O(F)}$$

$$\vec{\tau}_O = \overrightarrow{M_O(F)} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

$$\tau_O = \left| \overrightarrow{M_O(F)} \right| = r\ F\ \sin(\phi) = d\ F$$

Ver y demostrar que el momento de la fuerza respecto de un punto es el mismo cuando la fuerza se desplaza a lo largo de la línea de acción. Esto forma parte dell principio de transmisibilidad pra larotación.

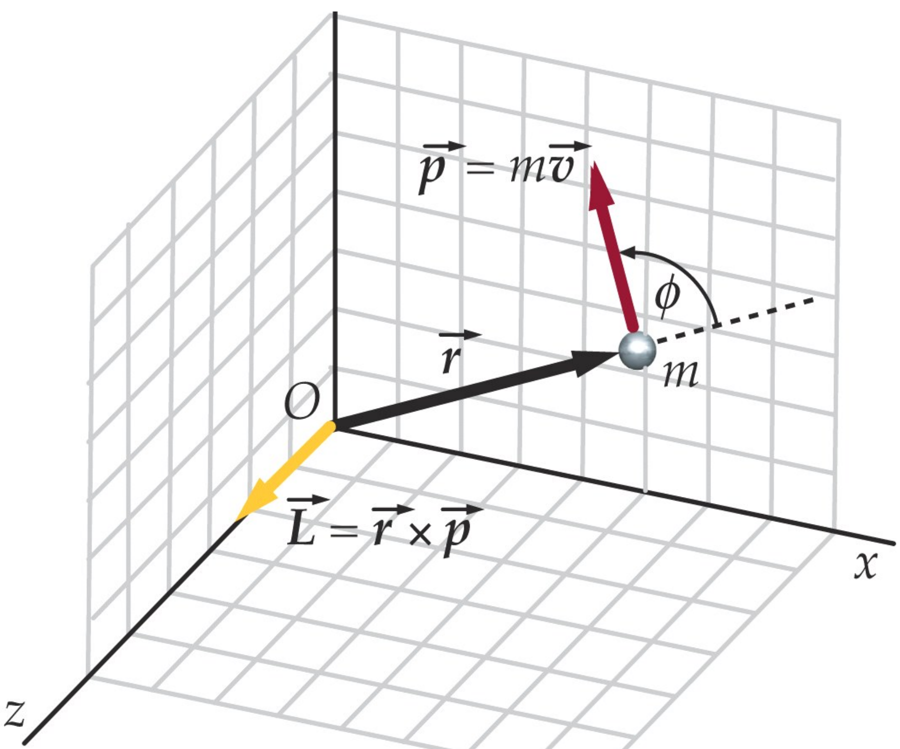
Momento de una fuerza (torque)   Momento Angular

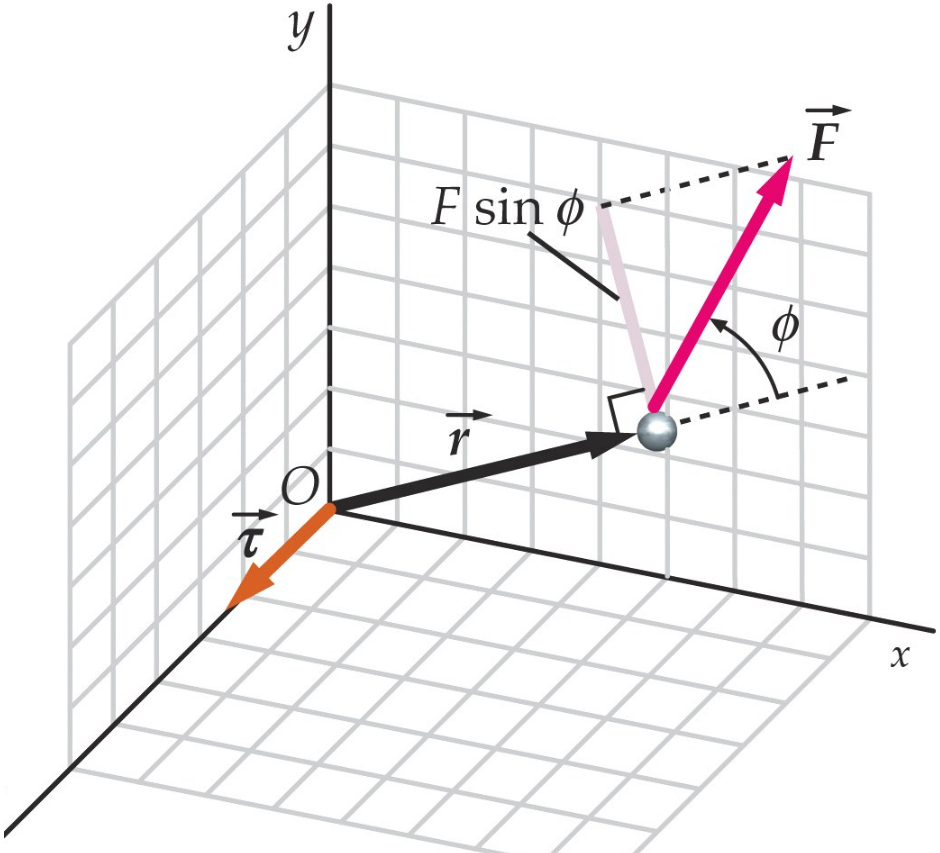
Producto vectorial

$$\overrightarrow{L_{P/O}} = \vec{r}_P \wedge \overrightarrow{m_P v_P}$$

$$\vec{\tau}_O = \overrightarrow{M_O(F)} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

$$\tau_O = \left|\overrightarrow{M_O(F)}\right| = r\ F \sin(\phi) = d\ F$$



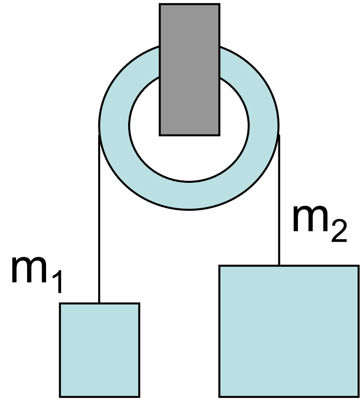


Mecánica del Sólido Rígido. DINÁMICA. PROBLEMAS

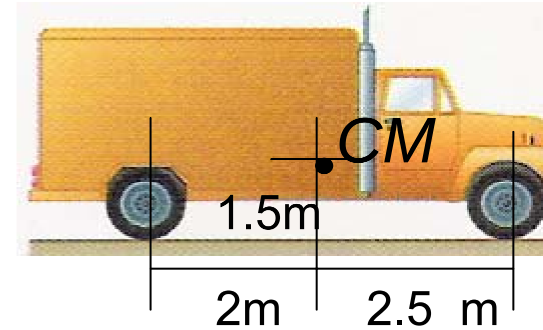
1.- Una bola de radio R =11 cm y masa M = 7.2 kg cae rodando sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. (a) Determinar la aceleración del centro de masas (b) si la esfera se deja caer desde el reposo desde una altura de 3 m encima del plano horizontal, determinar la velocidad angular y la velocidad del centro de masas, cuando la bola alcance el plano horizontal.
Repetir el problema para un disco y para un cilindro sólido con el mismo radio y masa ¿Cual de estos objetos llegaría antes al plano horizontal si se dejaran caer a la vez desde el mismo punto. En todos los casos la rodadura es sin deslizamiento.

2.- Una barra uniforme y delgada de longitud L = 1 m y masa M = 10 kg, que está pivotada en un extremo, como se muestra en la figura, se sujeta horizontalmente y entonces se suelta partiendo del reposo. (a) Calcular las reacciones en el punto de suspensión y la aceleración angular en el momento en que la barra se libera. (b) la velocidad angular de la barra y las reacciones en el pivote cuando la barra alcanza la posición vertical

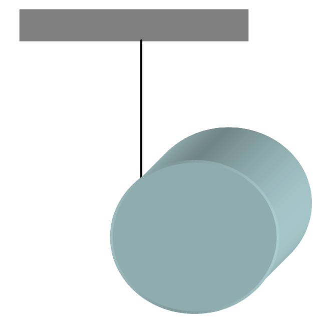
3.- Una máquina de Atwood tiene dos bloques con masas m_1 y m_2, conectadas por una cuerda de masa despreciable a través de una polea que rueda sin fricción en su eje. La polea se puede asemejar a un disco uniforme d masa M y radio R. Encontrar la aceleración angular de la polea y la aceleración lineal de cada bloque. Datos m_1 = 10 kg; m_2= 12 kg; M = 3 kg; R= 0,20 m



4.- Un camión con una velocidad de 15 m/s frena bruscamente , bloqueando todas las ruedas. Se observa que el camión se detiene en 20 m. Determinar la reacción normal y la fuerza de fricción en cada eje mientras se produce el deslizamiento. Peso del camión 15.000 Kg. (b) Calcular las reacciones en las ruedas en reposo. Partiendo del reposo el camión reanuda su marcha con una aceleración de 0,75 m/s^2. Calcular en este caso las reacciones en las ruedas, sabiendo que las motrices son las traseras.



5.-A rope is wrapped around a cylinder of length L=50 cm, radius r= 20 cm and mass m = 20kg. Knowing that the cylinder is released from rest, determine (a) the tension in the rope (b) the velocity of the center of the cylinder after it has moved downward a distance s= 2 m.



6.-A cycle rider maintains an upward constant speed of 5 m/s in an incline 10º. (a) Assuming no wind friction, calculate the supplied power by the cycle rider. (b) Draw the free-body diagram (b1) for the complete system, (b2) for the front wheel (b3) for the rear wheel. © What is the angular velocity of the rear wheel if its radius is 0.35 m. Mass 70 kg

7..- A bowling ball of radius R= 11 cm and mass M= 7.2 kg, is thrown so that the instant it touches the floor it is moving horizontally with a speed of 5 m/s and it is no rotating. The coefficient of kinetic friction between the ball and the floor is μ = 0.08. Find (a) the time the ball slides and (b) the distance the ball slides before it rolls without slipping.