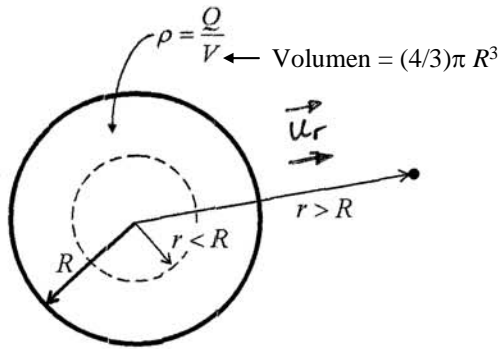


# ESTERA DIELECTRICA CON DENSIDAD DE CARGA UNIFORME CÁLCULO DEL POTENCIAL

Esfera de radio  $R$ , carga  $Q$



Cálculo del potencial en  $r > R$

Campo eléctrico para  $r > R$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Potencial: calculamos la diferencia de potencial entre el punto  $r$  y un punto de referencia  $r_0$

$$\Delta V = V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_0}^r \frac{KQ}{r^2} \cdot dr = -KQ \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_0}^r$$

$$\Delta V = V(r) - V(r_0) = KQ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

aplicando Gauss

Cálculo del potencial en  $r < R$

Campo eléctrico para  $r < R$

$$\vec{E} = \frac{4}{3} \pi \rho K r \cdot \vec{u}_r$$

$$\Delta V = V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_0}^r \frac{4}{3} \pi \rho K r dr = - \frac{4}{3} \pi \rho K \left[ \frac{r^2}{2} \right]_{r_0}^r$$

$$\Delta V = V(r) - V(r_0) = - \frac{2}{3} \pi \rho K (r^2 - r_0^2)$$

¿Cuál debe ser el punto  $r_0$  y cuál debe ser el potencial de referencia?

Para  $r > R$   $\Delta V = V(r) - V(r_0) = kQ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$   $\rho = \frac{Q}{V}$

Para  $r < R$   $\Delta V = V(r) - V(r_0) = \text{---} - \frac{2}{3} \pi \rho k (r^2 - r_0^2)$

Referencia: tomamos  $r_0 = R$  y  $V(r_0) = \frac{kQ}{R}$

(¿ puedes explicar por qué es conveniente hacerlo así?)

\* Para  $r > R \Rightarrow V(r) - V(r_0 = R) = kQ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$

$$V(r) - \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{R} \Rightarrow V(r) = \frac{kQ}{r} \quad [1]$$

Fuera de la esfera: ¡ igual que una carga puntual!

\* Para  $r < R \Rightarrow V(r) - V(r_0 = R) = -\frac{2}{3} \pi \rho k (r^2 - R^2)$

$$V(r) - \frac{kQ}{R} = \frac{2}{3} \pi \rho k (R^2 - r^2)$$

Puesto que  $\rho = \frac{Q}{V} \rightarrow V(r) - \frac{kQ}{R} = \frac{2}{3} \pi \frac{Q}{\frac{4}{3} \pi R^3} \cdot k (R^2 - r^2)$

$$V(r) - \frac{kQ}{R} = \frac{1}{2} kQ \left( \frac{R^2}{R^3} - \frac{r^2}{R^3} \right)$$

$$V(r) - \frac{kQ}{R} = \frac{1}{2} \frac{kQ}{R} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$V(r) = \frac{3}{2} \frac{kQ}{R} - \frac{1}{2} \frac{kQ}{R} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad \text{o bien} \quad V(r) = \frac{1}{2} \frac{kQ}{R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad [2]$$

¿ Qué ocurre cuando  $r = R$ ? Pues que las ecuaciones [1] y [2] dan igual valor  $V(R) = kQ/R$ , que es el valor que hemos tomado como referencia (en  $r = r_0 = R \rightarrow V(r_0) = kQ/R$ )

