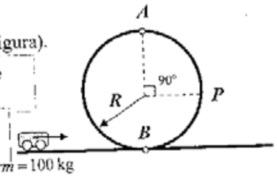
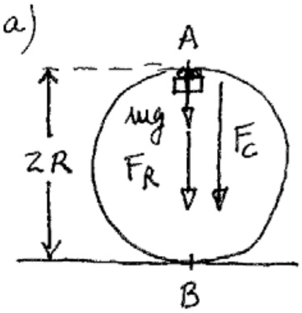
EXAMEN FÍSICA. CONVOCATORIA ORDINARIA MAYO 2011. AGR (MR / IA)

PROBLEMA 2 (2 p)
La vagoneta de una montaña rusa debe remontar un rizo de radio $R = 5$ m (ver figura).
a) Determinar cuál debe ser la velocidad mínima en el punto inferior B para que remonte el rizo, y cuál es la velocidad que corresponde en el punto más alto A.
b) Dibujar el DSL en el punto P y determinar la reacción normal del rail si la velocidad en B es el doble de la mínima calculada en el apartado anterior.



a)



$$F_R + mg = F_C = m \cdot \frac{v_A^2}{R}$$

Valor mínimo de la velocidad en A de manera que la vagoneta remonte el rizo: aquella que corresponde a $F_R = 0$

$$\underbrace{m \frac{v_{A\,min}^2}{R} = mg}_{} \longrightarrow v_{A\,min} = \sqrt{gR}$$

Velocidad en B cuando la velocidad en A ≈ $v_{A\,min}$ → Aplicamos conservación de la energía mecánica, considerando nulas las fuerzas de rozamiento

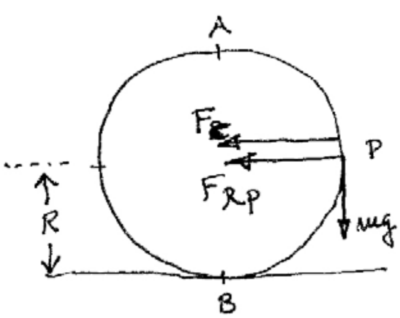
$$K_B = K_A + U_A \Longrightarrow \frac{1}{2} m v_{B\,min}^2 = \frac{1}{2} m v_{A\,min}^2 + mg \cdot 2R$$

$$v_{B\,min}^2 = v_{A\,min}^2 + 4gR = gR + 4gR \qquad v_{B\,min} = \sqrt{5gR}$$

Valores numéricos $\begin{cases} g = 9.8\ m/s^2 \\ R = 5\ m \end{cases}$ $\quad v_{A\,min} = \sqrt{9{,}8 \cdot 5} = 7\ m/s$

$$v_{B\,min} = \sqrt{5 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = \underline{\underline{15{,}7\ m/s}}$$

b) v_P, F_{RP} cuando $v_B = 2 v_{B\,min} = 31.4\ m/s$



Energías $K_B = K_P + U_P \longrightarrow K_P = K_B - U_P$

$$K_P = \frac{1}{2} m v_B^2 - mgR =$$

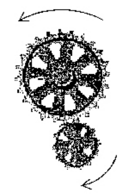
$$= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 31.4^2 - 100 \cdot 9{,}8 \cdot 5 = 44398\ J$$

$$K_P = \frac{1}{2} m v_P^2 \longrightarrow v_P = \sqrt{\frac{2 \cdot K_P}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 44398}{100}} = 29.8\ m/s$$

En este caso $F_C = F_{RP}$

$$F_{RP} = F_C = m \cdot \frac{v_P^2}{R} = 100 \cdot \frac{29.8^2}{5} = \underline{\underline{17759\ N}}$$

PROBLEMA 3 (3 p)



Una rueda dentada grande (radio $R_1 = 10$ cm) hace girar a otra pequeña (radio $R_2 = 5$ cm) tal y como se muestra en la figura. La rueda grande, que gira a12 revoluciones por minuto, está engranada a la la rueda pequeña.

a) Tomando como sentido positivo del eje Z el sentido perpendicular saliente, escribir los vectores velocidad angular de ambas ruedas dentadas, expresando sus módulos en rad/s.

b) Determinar el módulo de la aceleración en el borde de cada una de las ruedas.

c) Si el momento de inercia respecto al centro de la rueda grande es 4 veces mayor que el de la pequeña, ¿cuál es la relación entre sus energías cinéticas?.

a) Al estar engranadas, los puntos de la periferia de ambas ruedas dentadas se mueven con la misma velocidad lineal.

Rueda grande $\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} \longrightarrow v_1 = \omega_1 \cdot R_1$

$\omega_1 = 12 \text{ rpm} = 12 \cdot \frac{2\pi}{60} = \frac{2}{5}\pi \ \frac{rad}{s} = 1.26 \ \frac{rad}{s}$ $\quad \vec{\omega_1} = 1.26 \ \vec{K} \ \frac{rad}{s}$

gira en sentido contrario

Rueda pequeña: $v_2 = v_1 = \omega_2 \cdot R_2$

$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{\omega_1 \cdot R_1}{R_2} = \frac{2}{5}\pi \cdot \frac{10}{5} = \frac{4}{5}\pi \ \frac{rad}{s} = 2.51 \ \frac{rad}{s}$ $\quad \vec{\omega_2} = 2.51 (-\vec{K}) \ \frac{rad}{s}$

$(\omega_2 = 2\omega_1)$

b) Módulo de la aceleración en el borde: es el módulo de la aceleración centrípeta, ya que al girar con velocidad angular constante no hay aceleración tangencial

$a_1 = \omega_1^2 \cdot R_1 = 1.26^2 \cdot 0.1 = 0.16 \ m/s^2$

$a_2 = \omega_2^2 \cdot R_2 = 2.51^2 \cdot 0.05 = 0.32 \ m/s^2$

c) Momentos de inercia $I_1 = 4 I_2$

Energías cinéticas de rotación $\longrightarrow \begin{cases} K_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = 4 I_2 \omega_1^2 / 2 \\ K_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = I_2 (2\omega_1)^2 / 2 \end{cases}$

Relación $\frac{K_1}{K_2} = \frac{4 I_2 \omega_1^2 / 2}{I_2 \cdot 4 \omega_1^2 / 2} = 1 \Rightarrow K_1 = K_2$

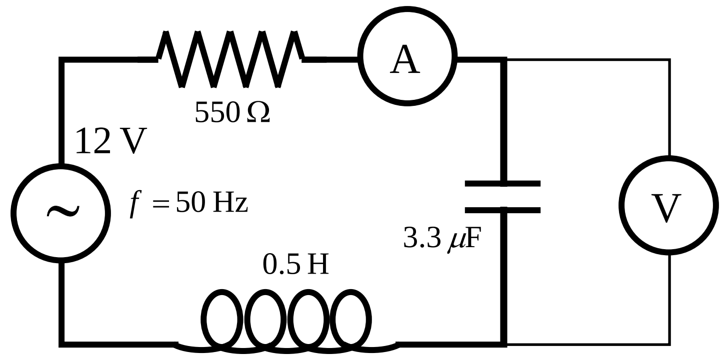
PREGUNTA 1. TEORÍA (3 p)

Ec. de Bernoulli: términos que intervienen en ella. Significado físico y condiciones de aplicabilidad

- Explica cómo se deduce la Ec. de Bernoulli (1 p)
- Atribuye el sentido físico correcto a cada término (1 p)
- Indica la validez para una línea de corriente de un fluido ideal en régimen estacionario. (1 p)

PROBLEMA 4 (2 p)

En el siguiente circuito de corriente alterna se pide:
a) Determinar cuál es la lectura del amperímetro A y del voltímetro V. b) ¿Cuál es la lectura de un voltímetro conectado entre los extremos de la resistencia y de la bobina?



---

a) Cálculo de impedancias del circuito

$$\omega = 2\pi\ f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\begin{cases} X_L = L\omega = 50\pi\ \Omega = 157\ \Omega \\ Z_L = j157\ \Omega = 157_{/90^o}\ \Omega \\ X_C = 1/C\omega = 1/\left(3.3\cdot 10^{-6}\cdot 100\ \pi\right) = 965\ \Omega \\ Z_C = -j\,965\ \Omega = 965_{/-90^o}\ \Omega \end{cases}$$

$$Z = R + \left(X_L - X_C\right) j = 550 - 807\, j\ \Omega$$

$$Z = 977_{/-56}\ \Omega$$

Lectura del amperímetro A: valor eficaz de la intensidad

$$I = V_0 / Z = 12_{/0^o} / 977_{/-56^o} = 12.3\cdot 10^{-3}{}_{/56^o}\ A$$ $\Rightarrow$ Lectura amperímetro: 12.3 mA

Lectura del voltímetro V: valor eficaz de la caída de tensión en el condensador

$$V_C = I\cdot Z_C = 12.3\cdot 10^{-3}{}_{/56^o} / 965_{/-90^o} = 11.8\cdot 10^{-3}{}_{/-34^o}\ V$$ $\Rightarrow$ Lectura voltímetro: 11.8 V

b) Lectura de un voltímetro entre los extremos de la resistencia

$$V_R = I\cdot R = 12.3\cdot 10^{-3}{}_{/56^o} / 550_{/0^o} = 6.8_{/56^o}\ V$$ $\Rightarrow$ Lectura voltímetro: 6.8 V

Lectura de un voltímetro entre los extremos de la bobina

$$V_L = I\cdot Z_L = 12.3\cdot 10^{-3}{}_{/56^o} / 157_{/90^o} = 1.9_{/146^o}\ V$$