VACIADO DE UN DEPÓSITO

Objetivo

Estudio de la ecuación de continuidad. En esta práctica pretendemos realizar un ajuste empírico del vaciado de un depósito cilíndrico en el intervalo en que el proceso está gobernado por una curva exponencial.

Fundamento

Consideremos un depósito cilíndrico de sección S, lleno con cierta cantidad de un líquido incompresible de densidad ρ, y que dispone de un sumidero en su parte inferior. Supondremos que cuando se abre el sumidero, a través de éste se descarga al exterior un flujo másico dado por

$$\dot{m} = C\,y \qquad [1]$$

donde y es la altura desde el sumidero hasta el nivel de la superficie libre del líquido y el parámetro C, de dimensiones [M L^{-1} T^{-1}], ha de ser determinado experimentalmente.

Aplicando la ecuación de continuidad a este problema (véase figura 1 al margen para el desarrollo que sigue) se tiene que la masa contenida en el depósito sufre la siguiente variación por unidad de tiempo:

$$\frac{dm}{dt} = -C\,y \qquad [2]$$

Como la masa encerrada en el depósito en cierto instante está dada por

$$m = \rho\,S\,y \qquad [3]$$

podemos combinar ambas ecuaciones y obtener la función que nos da el decrecimiento del nivel de líquido en función del tiempo:

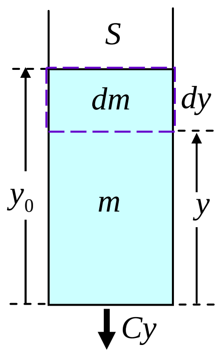

Figura 1

$$\rho\,S\,\frac{dy}{dt} = -C\,y \qquad [4]$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{C}{\rho\,S}\,dt \qquad [5]$$

Esta ecuación puede integrarse para dar

$$y = y_0 \exp\left(-\frac{C}{\rho\,S}\,t\right) \qquad [6]$$

donde y_0 es la altura de líquido sobre el nivel del sumidero cuando $t = 0$.

Parte experimental

Usaremos una bureta como depósito cilíndrico, y agua como líquido experimental, admitiendo que su densidad es igual a 1.00 g/cm^3.

Antes de llenar la bureta debemos medir los siguientes parámetros: a) La distancia en cm que media entre la marca superior y la marca inferior de la escala de la bureta (distancia L en la figura 2), lo que nos servirá para convertir en alturas las lecturas de volumen vaciado (en cm^3) que iremos haciendo sucesivamente; b) La distancia en cm desde la abertura de salida hasta la marca inferior de la escala de la bureta (distancia h en la figura 2), esto nos servirá (combinado con la conversión entre longitudes y

volúmenes obtenida de la medida anterior) para obtener en cada medida los valores de *y* cuando leamos el volumen de líquido que queda en la bureta.
Véase sobre la figura 2 que si medimos la longitud *L* que abarca la parte graduada de la bureta, correspondiente a un volumen total V_0 (por ejemplo, 50 cm^3), la altura del nivel de agua sobre el punto de salida cuando se haya descargado un volumen *V* es

$$y = \left(\frac{V_0 - V}{V_0}\right) L + h \qquad [7]$$

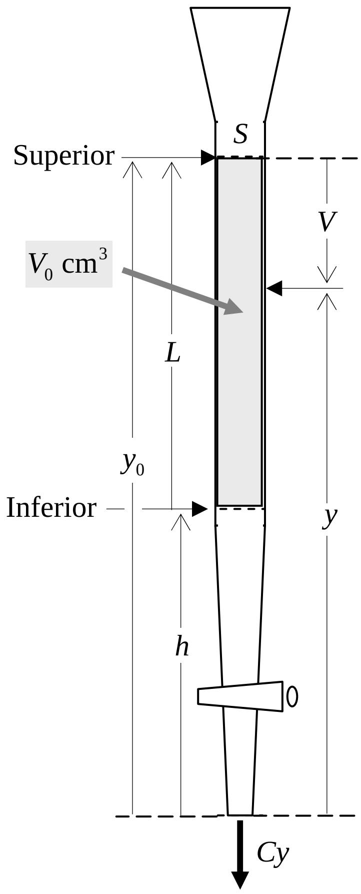

Figura 2

TOMA DE MEDIDAS
Se empieza llenando una bureta de 25 cm^3, se enrasa a cero (en este momento la altura del líquido sobre el punto de salida es $y_0 = L + h$, véase figura 2) y se anota el volumen $V = 0$ para $t = 0$.
Seguidamente se abre completamente la llave, cronometrando el tiempo que tarda en vaciar un volumen de 1 cm^3. Se anota el tiempo y el volumen vaciado ($V = 1$ cm^3).
A continuación se llena otra vez, se enrasa de nuevo, y abriendo completamente la llave se cronometra el tiempo que tarda en vaciar 2 cm^3. Se anota el nuevo tiempo y el nuevo volumen ($V = 2$ cm^3).
Este proceso se repite tantas veces como sea necesario, vaciando cada vez 1 cm^3 más que la vez anterior y anotando el volumen vaciado y el tiempo correspondiente.
En caso de que la bureta sea de 50 cm^3, se tomarán las medidas cada 2 cm^3.

Tratamiento de datos

En este punto se dispone de una tabla con dos columnas: los tiempos (variable independiente) y los volúmenes vaciados (variable dependiente).
1. En primer lugar se utiliza la ecuación [7] para convertir los volúmenes vaciados *V* en alturas *y*, que se añaden a la tabla de datos en una tercera columna.
2. Seguidamente se toman los logaritmos neperianos Ln *y*, añadiendo una cuarta columna.
3. Transforme la ecuación [6] en una relación lineal entre el tiempo *t* y el Ln *y*.
4. Represente gráficamente Ln *y* frente al tiempo, y calcule la pendiente y la ordenada en el origen, acotando sus errores correspondiente.
5. A partir del valor de la pendiente obtenida, determine el valor del coeficiente *C* de la ecuación [6]. Explique de qué forma puede estimarse la superficie *S*.