



**UNIVERSIDAD DE  
CASTILLA - LA MANCHA**

**E.T.S.I. AGRONOMOS DE ALBACETE**  
DPTO. PRODUCCION VEGETAL Y TECNOLOGIA AGRARIA

# **E.L.U. AGOTAMIENTO POR SOLICITACIONES NORMALES**

**PABLO GALLETERO MONTERO**  
**JESUS MONTERO MARTINEZ**

## **CURSO DE CALCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO**

Albacete, del 4 al 8 de octubre de 1999



## 1.INTRODUCCION

El hormigón armado es un material compuesto que surge de la unión de hormigón en masa con armadura de acero, con el fin de resolver el problema de la casi nula resistencia a tracción del hormigón en masa.

Supóngase, por ejemplo, una viga de hormigón solicitada a flexión simple (fig.1). Debido a la flexión presentará una zona comprimida (en el interior de la curvatura) y una zona traccionada (en el exterior de la curvatura). Si la viga se construye con hormigón en masa, se agrieta en la zona traccionada debido a su prácticamente nula resistencia a tracción y se produce el colapso de la misma. Para evitarlo, se incorpora a la barra otro material, como es el acero, capaz de absorber tanto tracciones como compresiones y que resuelve la problemática descrita, obteniéndose de este modo un material compuesto que es el hormigón armado. Lógicamente para que la combinación de ambos materiales y la transmisión de esfuerzos funcione correctamente es preciso que ambos materiales permanezcan siempre unidos. Por ello, la armadura se incorpora en forma de redondos de acero corrugado que mejoran las condiciones de adherencia.

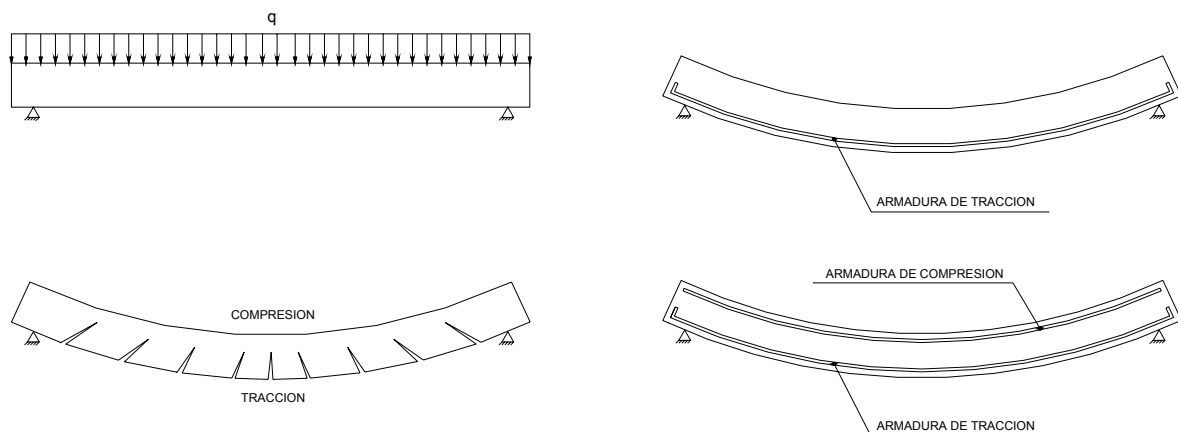


Fig.1 Concepto de hormigón armado

Debido al problema planteado, la armadura de tracción es imprescindible, mientras que la de compresión podría en principio no existir. Ahora bien, si se incorpora la armadura de compresión, ésta colaborará con el hormigón para resistir los esfuerzos (fig.1)

Planteado el concepto elemental de hormigón armado, hay que señalar que la armadura real de una pieza lineal es más compleja que la descrita en la fig.1, estando integrada por dos conjuntos de elementos (fig.2). Por un lado, un grupo de redondos dispuestos según el eje longitudinal de la barra a los que se denomina armadura longitudinal y, por otro lado, una serie de cercos o estribos a los que se denomina armadura transversal.

Se trata, por tanto, de dos grupos diferentes de armaduras a los que se les encomiendan misiones distintas. La armadura longitudinal se dispone para hacer frente a los esfuerzos de tipo normal (N,M), mientras que la armadura transversal se

coloca para hacer frente a los esfuerzos cortantes. Ello implica que el cálculo del estado límite último de agotamiento se realiza por separado (y así lo plantea la norma EHE), por un lado, agotamiento por solicitaciones normales y, por otro, agotamiento por solicitaciones cortantes. El estado actual de los conocimientos sobre el hormigón armado no permite (a diferencia de lo que ocurre con las estructuras metálicas) un cálculo único y conjunto frente a todo tipo de esfuerzos.

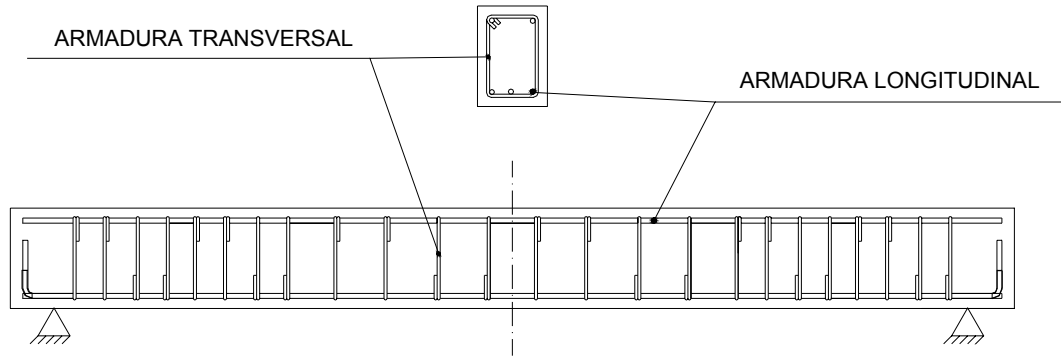


Fig.2 Armadura completa de una barra de hormigón armado

Finalmente indicar que, debido al hecho de que el hormigón es capaz de resistir compresiones pero no tracciones, es de vital importancia saber identificar correctamente cuáles son las caras de tracción de la barra. Una equivocación en este sentido supondría colocar la armadura al revés, dejando zonas traccionadas sin la necesaria armadura, lo que produciría muy probablemente el colapso de la barra.

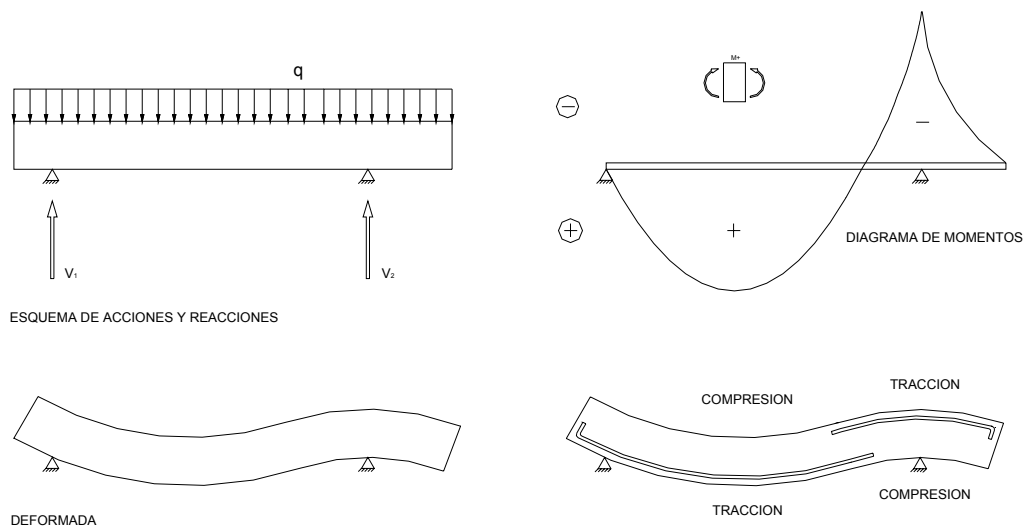


Fig.3 Identificación de caras traccionadas

Hay dos formas de identificar la posición de la cara traccionada. La primera de ellas es utilizando la deformada de la barra. La cara traccionada es la que se encuentra en la parte exterior de la curvatura, que es la que aumenta de longitud, y la comprimida la que se encuentra en la parte interior, que es la que disminuye de longitud (fig.3). La segunda forma es a partir del diagrama de momentos flectores de la barra. Si se sigue el criterio de signos indicado en la fig.3, la cara traccionada se

encuentra en aquel lado de la barra en el que esté dibujado el diagrama de momentos flectores.

En la fig.3, aparecen dos zonas claramente diferenciadas, la del vano y la del voladizo. La zona del vano (entre apoyos), es zona de momentos positivos, el diagrama de momentos se encuentra dibujado en la parte inferior de la barra y la parte exterior de la curva también, por ello, la cara traccionada es la inferior. En cambio, en torno al apoyo derecho y en el voladizo, aparecen momentos negativos, el diagrama de momentos está en la parte superior y la parte exterior de la curvatura también, por lo cual, la cara traccionada es la superior y la armadura de tracción debería colocarse arriba. A las armaduras de tracción colocadas en la cara superior en zonas de momentos negativos se les llama por este motivo “armaduras de negativos”.

## 2. FUNDAMENTOS DEL CALCULO DE SECCIONES DE HORMIGON ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES NORMALES

### 2.1. DIAGRAMAS TENSION - DEFORMACION DEL ACERO Y DEL HORMIGON

El punto de partido para el estudio del comportamiento de una sección de hormigón armado frente a solicitaciones normales son los diagramas tensión deformación tanto del hormigón como del acero.

Comenzando por el acero, la norma EHE en su art. 38.4 proporciona como diagrama tensión – deformación de cálculo el representado en la fig.4

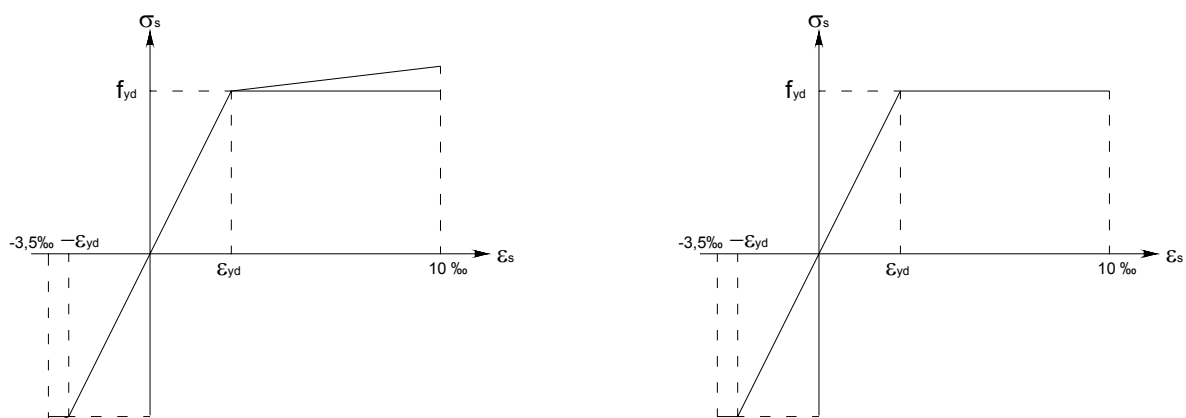


Fig.4 Diagrama tensión deformación de cálculo del acero

Dicho diagrama (tanto en tracción como en compresión) presenta forma bilineal compuesta por dos ramas rectas, una primera de comportamiento elástico en la que se cumple la ley de Hooke de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones,

cuya pendiente es el módulo de elasticidad longitudinal del acero  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$  y una segunda rama de comportamiento plástico que puede considerarse horizontal.

A la vista de los diagramas de la fig.4, es preciso comentar dos cuestiones. La primera, que el cálculo del hormigón armado se realiza en régimen plástico. Y la segunda, que la norma EHE plantea como diagrama tensión deformación en la zona plástica una recta con una ligera pendiente positiva, si bien admite que el cálculo considerando que la rama plástica es horizontal es en general suficientemente preciso.

Por lo que respecta a los límites numéricos del diagrama, en tracción se considera agotada la capacidad resistente del acero para un alargamiento del 10‰ siendo el alargamiento correspondiente al límite elástico  $\varepsilon_{yd}$  el obtenido por la expresión

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E}$$

En la zona de compresión son válidos todos los comentarios hechos en tracción excepto que, por razones de compatibilidad con el hormigón, el acortamiento máximo a de limitarse al 3.5‰

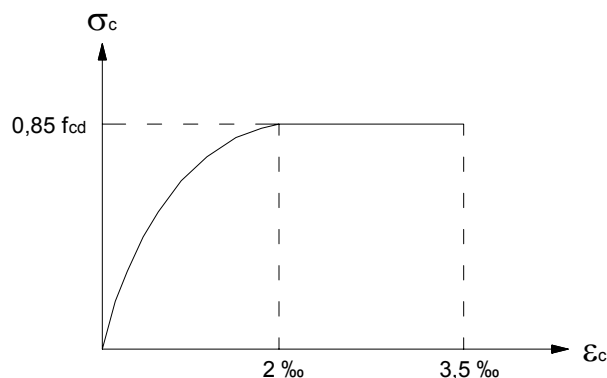


Fig.5 Diagrama parábola rectángulo

Por lo que respecta al hormigón la, norma EHE plantea como diagrama tensión deformación el conocido como diagrama parábola rectángulo (fig.5) formado por una parábola de segundo grado y un segmento recto paralelo el eje de las deformaciones. El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa 2‰ y el acortamiento máximo en flexión es del 3.5‰. Todo el diagrama del hormigón se define en compresión, no existe la parte correspondiente de tracción porque el hormigón es incapaz de trabajar a tracción.

Por último indicar que en el diagrama parábola rectángulo la ordenada máxima tiene un valor de  $0.85 \cdot f_{cd}$  con el fin de contemplar el fenómeno conocido como cansancio del hormigón.

## 2.2. COMPORTAMIENTO DE UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES NORMALES

Se desarrolla en este apartado el estudio del comportamiento interno de una sección de hormigón armado frente a solicitaciones externas de tipo normal (axial  $N$  y momento  $M$ ).

Supóngase una barra genérica de hormigón armado como la viga representada en la fig.6, con uniones rígidas en sus extremos como ocurre habitualmente y sometida a una carga o acción (uniformemente repartida en este caso) contenida en uno de sus planos de simetría, que genera en sus uniones extremas las correspondientes reacciones. En este caso, por tratarse de uniones rígidas, aparecen tres componentes de reacción en cada una de ellas  $N$ ,  $M$ ,  $V$  (axial, momento y cortante). Tal y como se planteó en la introducción, a pesar de la existencia del cortante, la especialización de las armaduras hace que la armadura longitudinal se dedique básicamente a resolver la problemática generada por los esfuerzos normales ( $N, M$ ), reservando el cortante  $V$  para la armadura transversal.

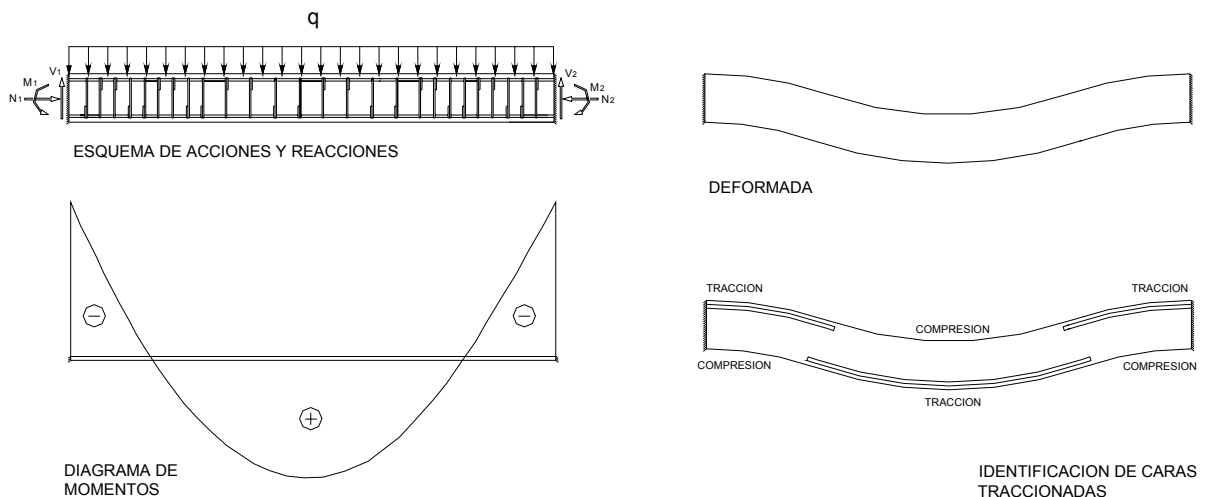


Fig.6 Esquema de barra modelo

Se han representado también en la fig.6 su diagrama de momentos flectores, su deformada y la identificación de las caras traccionadas de la misma.

Considérese ahora una sección determinada de la barra en la que se va a plantear el cálculo de sus necesidades de armadura longitudinal, por ejemplo la sección central del vano. Para visualizar lo que ocurre en dicha sección se realiza un corte imaginario por la misma quedando dividida la barra en dos porciones, de las cuales seleccionamos como sólido libre la porción izquierda. En la fig.7 se representa el sólido libre seleccionado con indicación de las acciones y reacciones exteriores así como el esquema de la sección de hormigón armado en la que se ha realizado el corte.

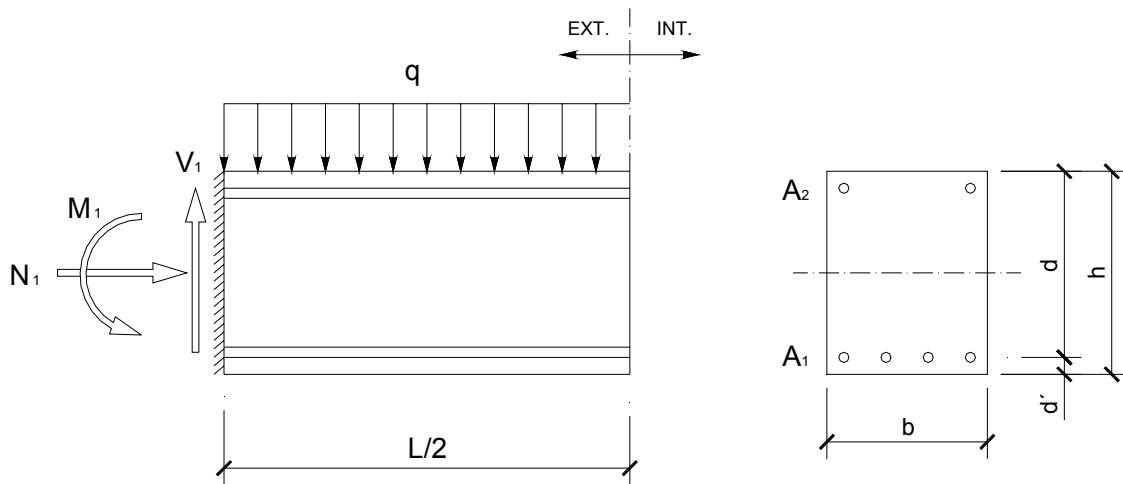


Fig.7 Sólido libre con acciones y reacciones exteriores

En el esquema de la sección se identifica el eje de flexión (el perpendicular al plano de las cargas que la generan) y se acotan los lados de la misma como “b” (lado paralelo al eje) y “h” (lado perpendicular el eje). Asimismo se identifican las dos armaduras longitudinales dispuestas en principio en los lados de la sección paralelos al eje de flexión, siendo en este caso la inferior la de tracción (ver fig.6) a la que se denomina  $A_1$  y la superior la de compresión a la que se denomina  $A_2$ . Por último, se indica el recubrimiento de las armaduras medido desde su eje ( $d'$ ) así como el canto útil de la sección ( $d$ ). Al ser el hormigón un material incapaz de soportar tracciones y al tener que disponer necesariamente un recubrimiento de hormigón para las armaduras, se tendrá siempre, más allá de la armadura de tracción, una pequeña banda de hormigón no protegida por ninguna armadura y, por tanto, sin ninguna utilidad resistente (fig.8). Por ello, solamente es útil desde un punto de vista resistente (canto útil) la porción del canto comprendida entre el borde comprimido y el eje de la armadura de tracción.

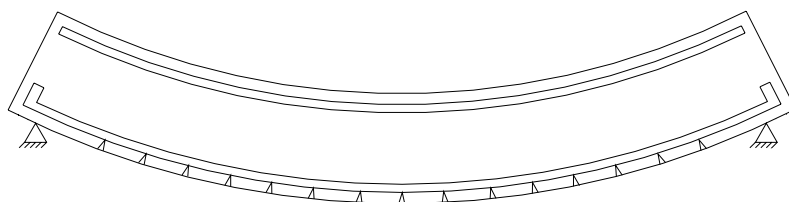


Fig.8 Concepto de canto útil

Planteado el esquema de la sección de hormigón armado a calcular, se analizan a continuación las deformaciones unitarias que experimentan las distintas “fibras longitudinales” que atraviesan dicha sección (fig.9). En efecto, la sección en cuestión se encuentra en zona de momentos positivos con compresiones en la cara superior y tracciones en la inferior, es decir, con acortamientos de las fibras en la cara superior y alargamientos en la inferior y, lógicamente una fibra intermedia que ni se alarga ni se acorta, a la que se denomina fibra neutra, que en secciones de hormigón armado no tiene por qué coincidir con el centro de gravedad de la sección. Asimismo se observa, comparando la porción deformada con la original, que los alargamientos y acortamientos de las fibras aumentan hacia los extremos de la

sección. Pues bien, en la fig.9 se ha representado el esquema de alargamientos unitarios ( $\varepsilon$ ) de las distintas fibras longitudinales de la barra (relación entre la variación de longitud de la fibra y la longitud inicial)

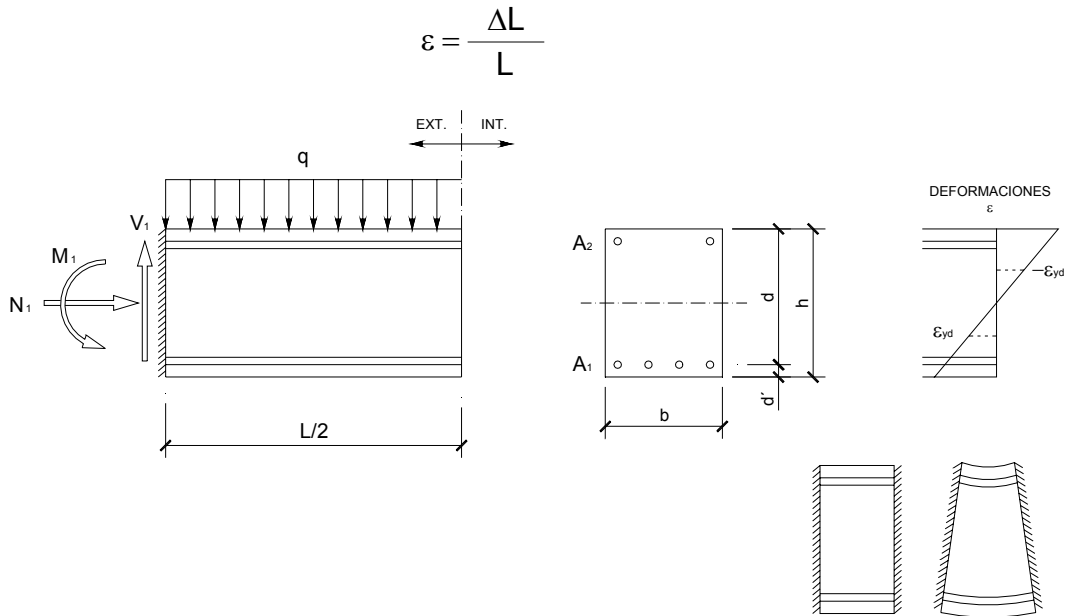


Fig.9 Deformaciones unitarias de las fibras longitudinales

Aceptando la hipótesis de Bernoulli de que las secciones planas antes de la deformación continúan siendo planas después de la deformación, se obtendrá un diagrama de variación de deformaciones unitarias lineal, con deformación nula en la fibra neutra y máximos en los extremos, variando linealmente desde la fibra neutra a los extremos.

Conocidas las deformaciones que experimentan las distintas fibras de la pieza de hormigón armado en la sección en estudio, se plantea ahora la cuestión de conocer las tensiones a que están trabajando dichas fibras según el material de que se trate. Para ello es preciso utilizar como herramienta los diagramas tensión – deformación tanto del hormigón como el acero (fig.4 y 5).

Comenzando por el acero (fig.10) se observa que en la fibra neutra, al ser su deformación nula también lo será la tensión (de acuerdo con el diagrama tensión – deformación). A medida que nos alejamos de la fibra neutra (tanto en tracción como en compresión) aumentan las deformaciones unitarias y por tanto (según el diagrama tensión – deformación) aumentarán las tensiones en principio de forma lineal. Llegará un momento en que, si se supera el valor del límite elástico de deformación  $\varepsilon_{yd}$  se entra en zona plástica, y todas las fibras situadas más allá de ese punto en dirección al extremo tendrán una deformación  $\varepsilon$  superior al límite elástico, por lo cual, a partir de ese momento se mantendrá la tensión constante en el valor  $f_{yd}$ . Hay que indicar que en esta primera aproximación a las tensiones se ha dibujado el diagrama de tensiones a lo largo de toda la sección, si bien es cierto que no en toda la sección hay acero. Este aspecto se aclarará más adelante. Asimismo hay que señalar que el resultado de este análisis es dibujar en la sección (tanto en

tracción como en compresión) el diagrama tensión deformación con la diferencia de que en esta ocasión se representan las tensiones en horizontal

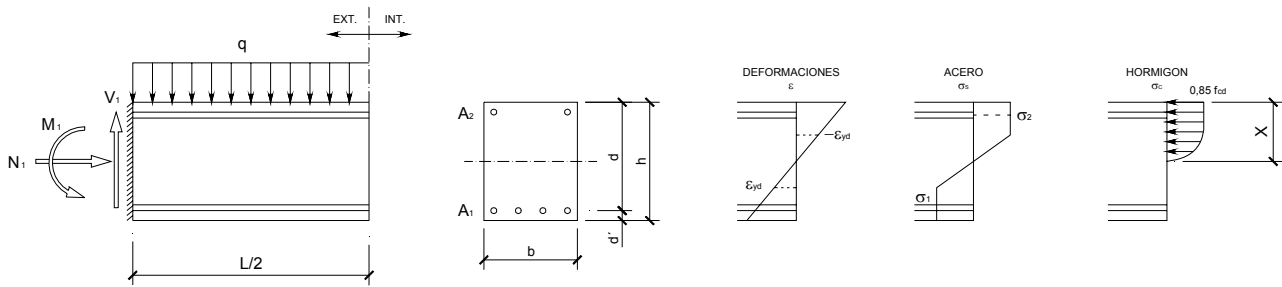


Fig.10 Tensiones en el acero y en el hormigón

Por lo que respecta al hormigón solamente presentará diagrama de tensiones en la zona comprimida, debido a su incapacidad para desarrollar tensiones de tracción. Al igual que ocurría con el acero, la tensión en la fibra neutra es cero y en dirección hacia el extremo van creciendo las deformaciones y por tanto las tensiones en este caso de forma parabólica. Llega un momento en que si se supera el valor de deformación del 2‰ la tensión permanece constante en el valor  $0.85 \cdot f_{cd}$  obteniéndose el diagrama parábola rectángulo aplicado a la sección con inicio de la parábola justo en la fibra neutra (fig.10).

Finalmente, en la fig.11 se muestra el diagrama conjunto real de tensiones que se obtiene, en principio, a partir de la superposición de los diagramas de tensiones de los dos materiales con ciertas matizaciones. En efecto, el acero no se encuentra presente en toda la sección sino solo en dos pequeñas bandas en los extremos de la misma, que vistas en perfil podrían considerarse como puntuales. Por ello la aportación real del acero es del siguiente modo fig.11

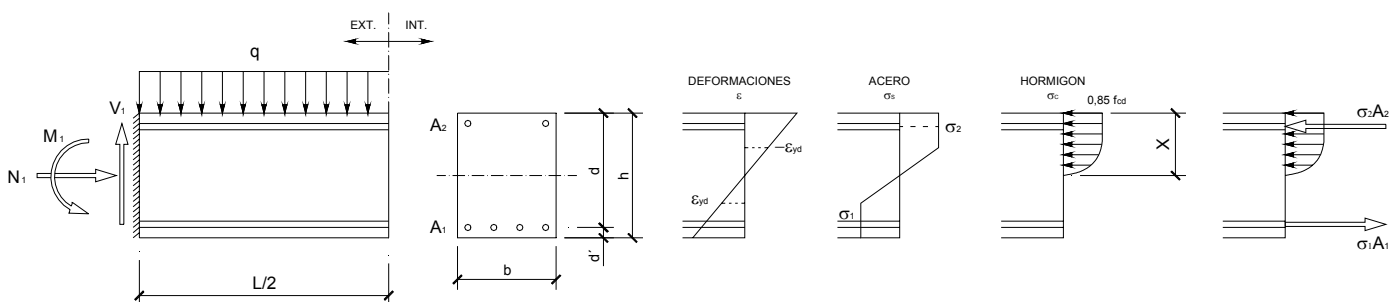


Fig.11 Esquema ampliado con el esquema real

En cualquier punto donde exista una armadura aparece determinada sección de acero  $A$  ( $\text{mm}^2$ ) (que está muy localizada y podría considerarse puntual) trabajando a una determinada tensión  $\sigma$  ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ) proporcionada por el diagrama general de tensiones del acero en función de la posición de la armadura en cuestión. El producto de la sección  $A$  ( $\text{mm}^2$ ) por la tensión  $\sigma$  ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ) tiene magnitud de fuerza (N), por tanto la aportación de los redondos de acero a la capacidad resistente de la sección es colaborar con una fuerza que puede considerarse puntual de valor

$$A \cdot \sigma \text{ (N)}$$

Generalmente aparece una fuerza correspondiente al conjunto de la armadura de tracción ( $A_1 \cdot \sigma_1$ ) y otra correspondiente al conjunto de la armadura de compresión ( $A_2 \cdot \sigma_2$ ).

Por lo que respecta al diagrama de tensiones del hormigón, la experimentación desarrollada hasta la fecha confirma que el diagrama parábola rectángulo es el que realmente mejor describe el comportamiento del hormigón. Ahora bien, la incomodidad que supone el cálculo de la resultante del diagrama parabólico y de su punto de aplicación, ha conducido a buscar otros tipos de diagramas para el hormigón que, aun no siendo reales, proporcionen de forma cómoda resultados prácticamente iguales a los reales. Uno de los diagramas de tensiones que se proponen y que está admitido por la norma EHE en su art.39.5 es el diagrama rectangular que presenta una tensión en el hormigón igual a la del diagrama parábola rectángulo ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ) y una profundidad ( $y$ ) en función de la profundidad de la fibra neutra ( $x$ ) que viene dada por:

$$y = 0,8 \cdot x \text{ para } x \leq 1,25 \cdot h$$

$$y = h \text{ para } x > 1,25 \cdot h$$

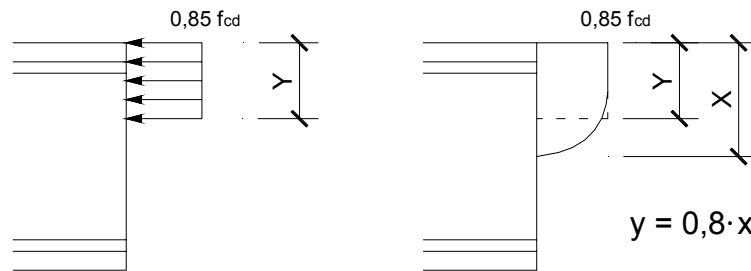


Fig.12 Definición del diagrama rectangular

Superponiendo ambos diagramas se comprueba que el parábola rectángulo presenta su inicio en la fibra neutra como es lógico mientras que el rectangular comienza a una pequeña distancia de la fibra neutra, presentando ambos la misma tensión de cálculo en el hormigón. Asimismo se ve en el esquema solapado que el área de ambas figuras resulta equivalente y la localización del punto de aplicación prácticamente igual

Se obtiene así el esquema real de comportamiento interno de una sección de hormigón armado que se resume en la fig.13

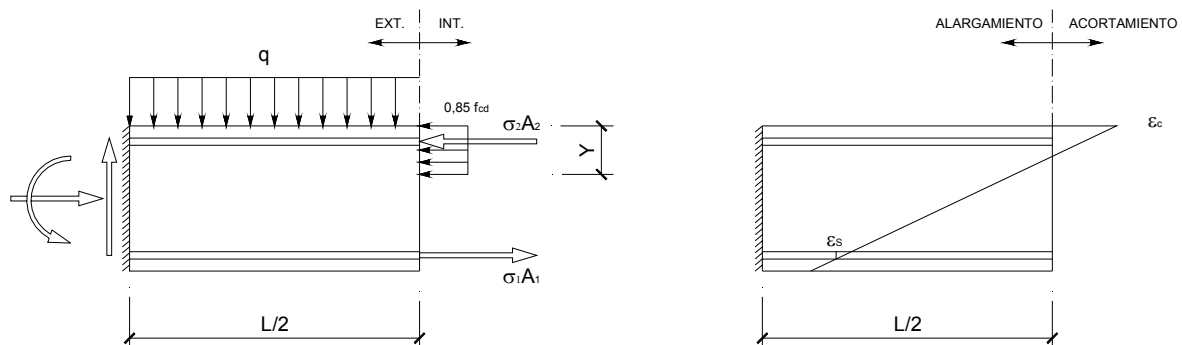


Fig.13 Esquemas de cálculo de la sección

Planteado el esquema de trabajo de la sección de hormigón armado, es preciso realizar un último comentario acerca de cómo se realiza el cálculo y la comprobación frente al agotamiento de la sección de hormigón armado por solicitaciones normales.

En el cálculo de secciones de hormigón armado, al realizarse un cálculo plástico por haberse comprobado experimentalmente que reproduce mejor el comportamiento real del hormigón, no es válido el planteamiento tradicional de comparación entre la tensión de trabajo y la admisible ( $\sigma \leq \sigma_{adm}$ ) típico de la teoría de Resistencia de Materiales y aplicable a cálculos en régimen elástico

En efecto, si se observa el diagrama tensión deformación del acero, al utilizar también la zona plástica del diagrama (rama horizontal del mismo) el conocimiento de la tensión a que se encuentra trabajando el material no proporciona una información real acerca de si el acero está a punto de alcanzar el estado límite último de agotamiento o no. Así, si se nos dice que la tensión en el acero es  $400/1.15$  (N/mm<sup>2</sup>) con el planteamiento tensional clásico será imposible saber si el acero se encuentra en la situación (1) (fig.14) muy lejos aún de la rotura o en la situación (2) a punto de alcanzar el estado límite último de agotamiento y por tanto del colapso, debido a que en la zona plástica todas las posibles situaciones presentan la misma tensión, el límite elástico del acero  $f_{yd}$ .

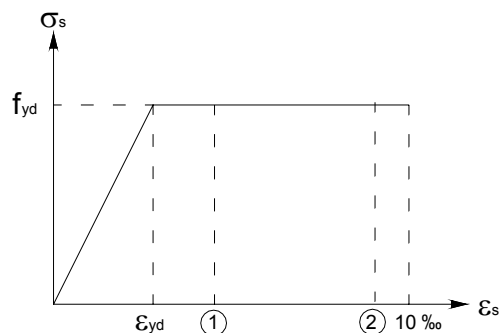


Fig.14 Inutilidad del planteamiento tensional clásico

Ante esta situación, la norma EHE en su art.8.1.2 plantea que en la comprobación de los estados límites últimos que supongan la rotura de una sección o elemento (como es el caso del E.L.U. de agotamiento por solicitaciones normales) se debe satisfacer la condición:

$$R_d \geq S_d$$

siendo  $R_d$  el valor de cálculo de la respuesta estructural y  $S_d$  el valor de cálculo del efecto de las acciones. Es decir, que la respuesta interior de la sección sea igual o superior al efecto de las acciones exteriores.

El significado de esta condición es el siguiente. En el sólido representado en la figura 15 y teniendo muy clara la frontera entre el interior y el exterior se tiene por un lado el conjunto de acciones y reacciones exteriores, frente a las cuales aparecen unas hipotéticas reacciones interiores para equilibrarlas (fig.15.a). Pues bien, en la fig.15.b se han sustituido todas las acciones y reacciones exteriores por su

resultante y la respuesta interior por la causa que la origina, es decir, las fuerzas desarrolladas por las armaduras y el bloque de compresiones del hormigón.

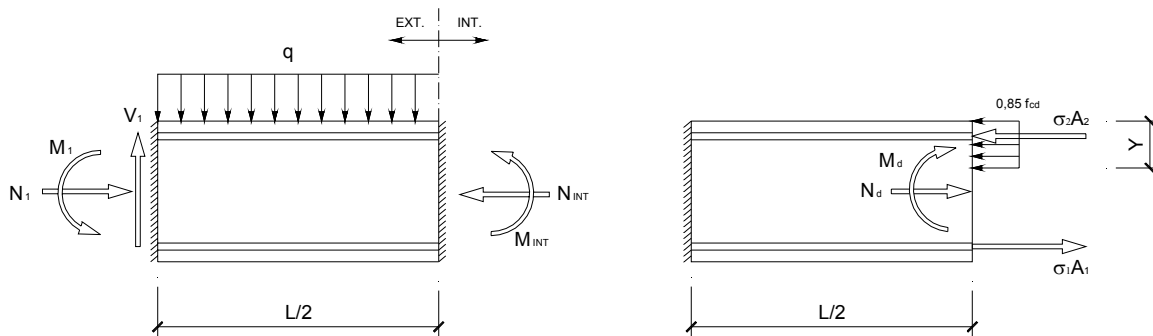


Fig.15 Planteamiento del cálculo en régimen plástico

Pues bien, la condición de que la respuesta estructural sea igual o superior a los efectos de las acciones, ha de interpretarse en el sentido de que la sección de hormigón armado tiene que ser capaz de generar suficiente respuesta estructural para equilibrar a los efectos de las acciones exteriores, dicho de otro modo, la sección de hormigón armado tiene que tener el suficiente tamaño, con la suficiente cantidad de armadura como para generar una suficiente respuesta interior capaz de llegar a equilibrar a las resultantes de los esfuerzos exteriores.

Por tanto, al final, el cálculo de la sección se basa en el estudio del equilibrio estático de la misma entre acciones exteriores y respuestas interiores mediante las ecuaciones de equilibrio estático. En principio son 3 las posibles ecuaciones de equilibrio estático linealmente independientes que se le pueden aplicar a un sólido ( $\Sigma M=0$  (equilibrio de momentos),  $\Sigma F_N=0$  (equilibrio de fuerzas en dirección axial),  $\Sigma F_L=0$  (equilibrio de fuerzas en dirección cortante)). Ahora bien, dado que a la armadura longitudinal se le adjudica solamente la función de absorber los efectos del axial y del momento, la tercera ecuación deja de tener sentido en este caso, por lo cual para el cálculo de la armadura longitudinal se dispone solo de dos ecuaciones de equilibrio linealmente independientes que son

$$\begin{aligned} \Sigma M &= 0 && \text{(equilibrio de momentos)} \\ \Sigma F_N &= 0 && \text{(equilibrio de fuerzas en dirección axial)} \end{aligned}$$

## 2.3. DOMINIOS DE DEFORMACION

Mediante los dominios de deformación se pretende realizar un barrido continuo de todas las posibles situaciones que puede presentar el diagrama de deformaciones en función de los diferentes tipos de esfuerzos que pueden solicitar la sección, desde la tracción simple o compuesta (toda la sección traccionada), pasando por la flexión simple o compuesta (una parte de la sección traccionada y otra comprimida), hasta la compresión simple o compuesta (toda la sección comprimida).

Los dominios de deformación son una especie de catálogo de todas esas situaciones, siendo los parámetros de clasificación las deformaciones máximas en el hormigón y en el acero, y la profundidad de la fibra neutra.

Se desarrollan a continuación los 6 dominios existentes, exponiendo sus valores característicos de profundidad de fibra neutra y deformaciones límites, así como los tipos de diagramas de fuerzas a que dan lugar.

### DOMINIO 1

Corresponde a situaciones de tracción simple o tracción compuesta que implican que toda la sección se encuentra traccionada. Al encontrarse todas las fibras traccionadas el hormigón es incapaz de colaborar en ningún punto de la sección y todos los esfuerzos tienen que ser soportados por las dos armaduras de acero en tracción, siendo las dos armaduras de acero imprescindibles. Al no poder colaborar el hormigón es evidente que la sección no presenta ningún bloque de compresiones del mismo (fig.16)

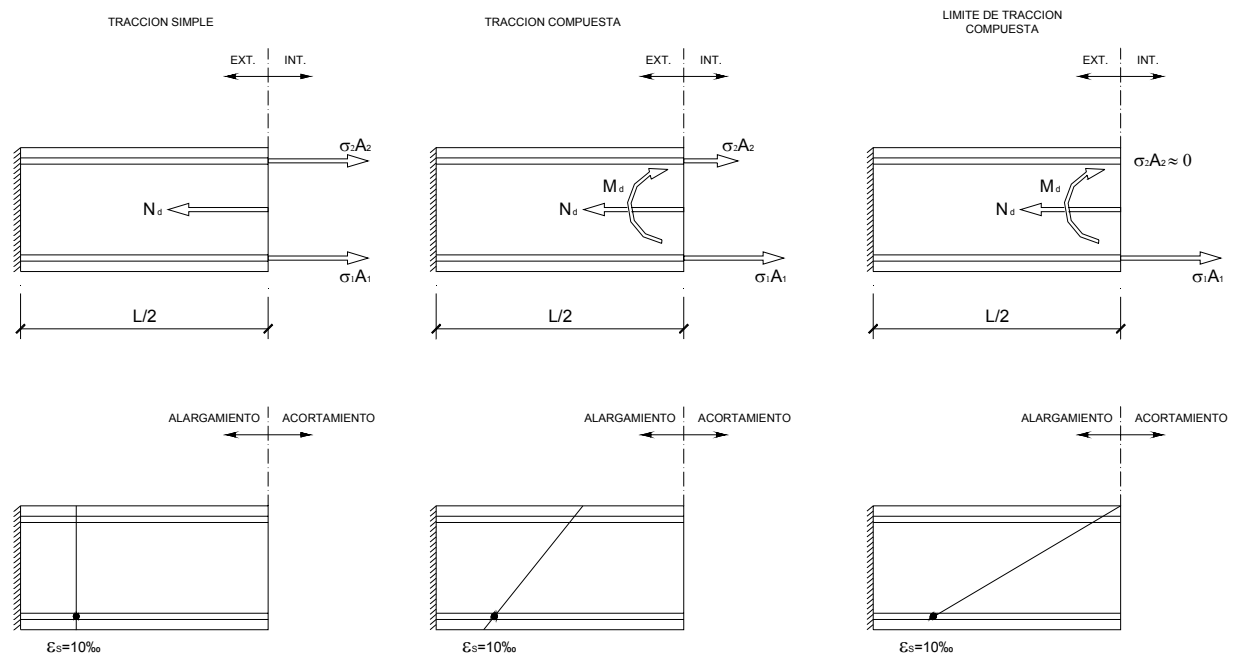


Fig.16 Tracción simple. Tracción compuesta

Cuando la situación es de tracción simple, la sollicitación se reduce al esfuerzo axial de tracción centrado (caso 1º) y por ello, debido a la simetría de la situación ambas armaduras desarrollan la misma fuerza.

Cuando la situación es de tracción compuesta la sollicitación se compone de un axial de tracción y un momento flector. Ahora bien, el efecto del axial predomina nítidamente sobre el del momento y finalmente ambas armaduras resultan traccionadas, si bien una de ellas más que la otra.

Por lo que a las deformaciones se refiere, al no intervenir el hormigón y depender la resistencia de la sección de las armaduras la situación límite de éstas



## DOMINIO 2

El dominio 2 abarca situaciones de flexión simple y flexión compuesta en las que el hormigón no llega a alcanzar su deformación de rotura.

En flexión simple la solicitación de la sección se reduce al momento flector, quedando caracterizada la sección por la presencia de una zona traccionada y otra comprimida. En flexión compuesta la sección está solicitada por un esfuerzo axial y un momento flector, si bien en este caso predomina el efecto del momento flector sobre el del axial, y el resultado es, al igual que en flexión simple, que conviven la tracción y la compresión dentro de la sección. Por ello, la fibra neutra en este caso tiene existencia real dentro de la sección.

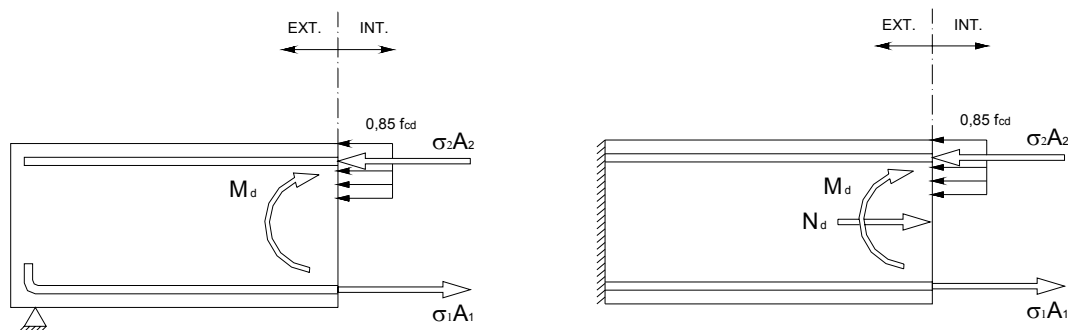


Fig.19 Esquemas de flexión simple y compuesta

El dominio 2 está integrado por situaciones en las que la zona traccionada de la sección es muy superior en tamaño frente a la zona comprimida. El acero de la armadura traccionada se encuentra en su situación límite de alargamiento del 10‰ mientras que el hormigón no llega a alcanzar su acortamiento de rotura presentando, acortamientos que oscilan entre el 0‰ y el 3.5‰ .

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre  $x=0$  y la profundidad correspondiente a la recta de deformación en que ambos materiales alcanzan simultáneamente su deformación máxima  $\epsilon_s=10‰$  y  $\epsilon_c=3.5‰$  (fig.20). El cálculo de este segundo límite del dominio 2 se realiza fácilmente interpolando en el esquema de la figura 20

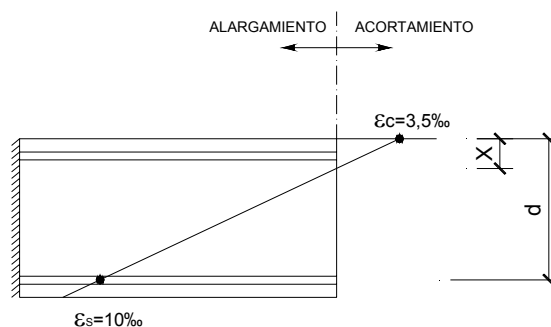


Fig.20. Frontera entre dominios 2 y 3

$$\frac{3,5 + 10}{d} = \frac{3,5}{x} \Rightarrow x = \frac{3,5 \cdot d}{3,5 + 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,259 \cdot d$$

El dominio 2, por tanto, es también un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al alargamiento del 10‰ en la armadura de tracción, cubriendo un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=0$  y  $x=0,259 \cdot d$  (fig.21)

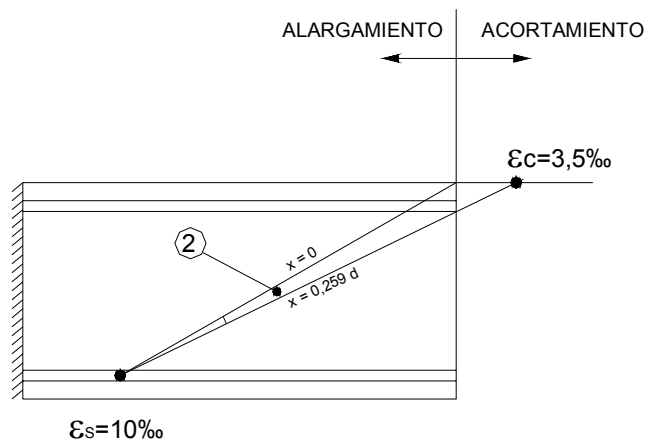


Fig.21 Esquema del dominio 2

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, un pequeño bloque de compresiones del hormigón, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.22)

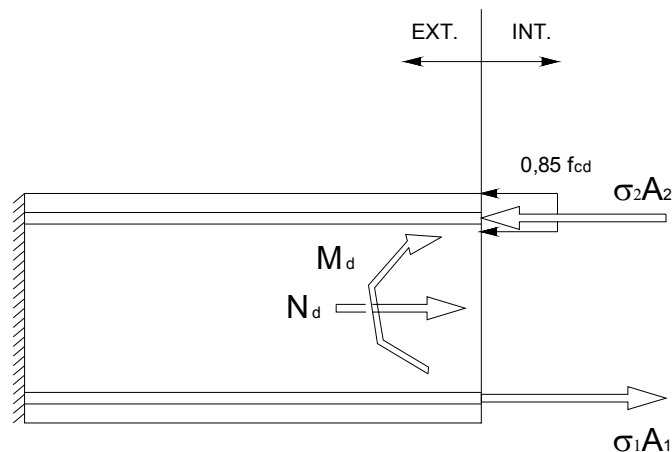


Fig.22 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 2

En el dominio 2 el acero de la armadura de tracción se encuentra plenamente aprovechado ya que trabaja a su máxima deformación posible. En cambio el hormigón está desaprovechado ya que por un lado la profundidad de la fibra neutra es muy pequeña por lo cual solo una pequeña porción del hormigón de toda la sección se encuentra colaborando a compresión y, por otro, además de lo anterior en aquellos casos de este dominio en los que el hormigón presente una deformación inferior al 2‰ el hormigón tampoco proporciona su máxima tensión de trabajo de acuerdo con el diagrama tensión – deformación del hormigón (fig.23)

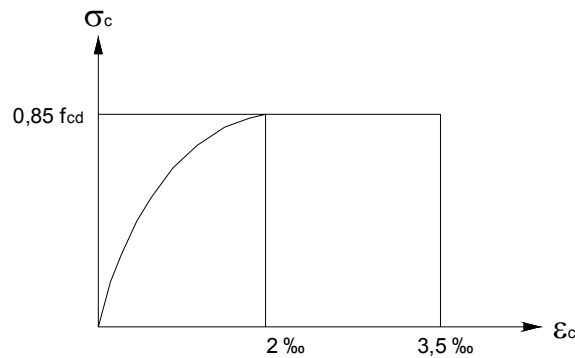


Fig.23 Diagrama tensión deformación del hormigón

La conclusión de este último comentario es que en general cuando una sección trabaja en dominio 2 la sección está sobredimensionada y, por tanto, lo más recomendable (si es posible) es disminuir el tamaño de la sección para salir del dominio 2 y lograr un mejor aprovechamiento del hormigón.

### DOMINIO 3

El dominio 3 abarca también situaciones de flexión simple y flexión compuesta. Por tanto, una de las características de este dominio es que conviven en la sección una zona traccionada y otra comprimida, al igual que ocurría en el dominio 2.

En el dominio 3 el hormigón en el borde comprimido de la sección se encuentra siempre trabajando a su máximo acortamiento  $\epsilon_c=3,5\text{‰}$ , mientras que la deformación del acero de la armadura traccionada oscila entre el 10‰ y  $\epsilon_{yd}$  siendo  $\epsilon_{yd}$  el alargamiento de cálculo correspondiente al límite elástico del acero. que viene dado por la expresión

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E}$$

siendo  $f_{yd}$  el valor de cálculo del límite elástico del acero y E el módulo de elasticidad longitudinal del mismo.

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre la profundidad correspondiente a la recta de deformación en que ambos materiales alcanzan simultáneamente su deformación máxima  $\epsilon_s=10\text{‰}$  y  $\epsilon_c=3,5\text{‰}$  ( $x=0,259 \cdot d$ ) (fig.20) y  $x=x_{lim}$  profundidad límite en la que la armadura más traccionada alcanza la

deformación  $\varepsilon_y$  correspondiente a su límite elástico y que se calcula del siguiente modo

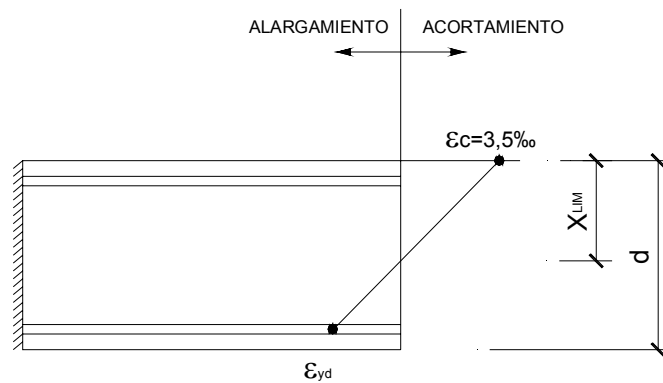


Fig.24 Interpolación para cálculo de  $x_{lim}$

$$\frac{3,5 + \varepsilon_{yd}}{d} = \frac{3,5}{x_{lim}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{3,5 \cdot d}{3,5 + \varepsilon_{yd}}$$

Así pues, el dominio 3 puede definirse como un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al punto de máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c=3.5‰$  y que cubre un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=0,259 \cdot d$  y  $x=x_{lim}$  (fig.25)

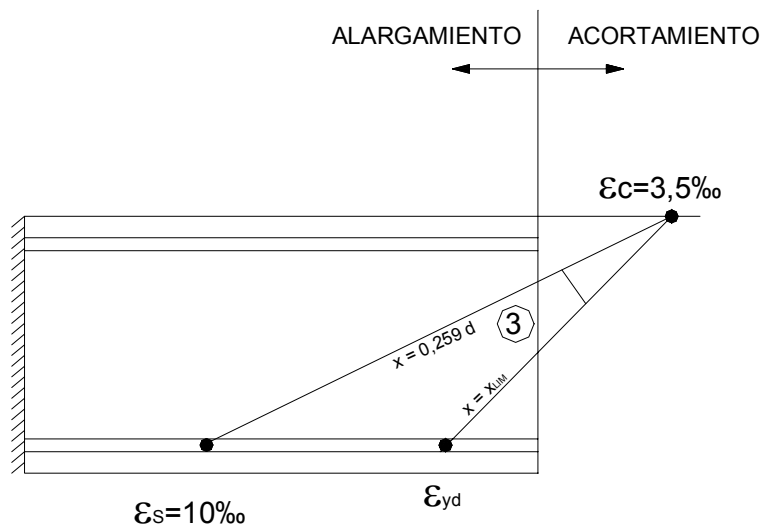


Fig.25 Esquema del dominio 3

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, aparece un bloque de compresiones del hormigón en proporción más grande que el del dominio 2, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.26)

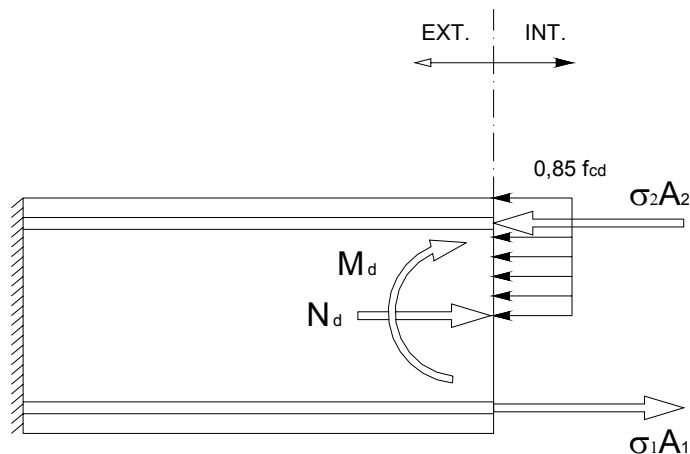


Fig.26 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 3

En el dominio 3 el hormigón se encuentra trabajando a su deformación máxima proporcionando asimismo su tensión máxima  $0,85 \cdot f_{cd}$ . Por su parte el acero, si bien no siempre en este dominio se encuentra a deformación máxima, al estar su deformación por encima del límite elástico  $\varepsilon_{yd}$  siempre se encuentra trabajando a su tensión máxima  $f_{yd}$  (ver diagrama tensión deformación del acero fig.29). **Por ello, el dominio 3 es el dominio en el que se logra el máximo aprovechamiento posible de ambos materiales simultáneamente**, motivo por el cual, en flexión simple y flexión compuesta es deseable lograr que las secciones trabajen en dominio 3.

#### DOMINIO 4

El dominio 4 puede presentarse en situaciones de flexión simple o flexión compuesta, por tanto, al igual que ocurría en los dominios 2 y 3, el dominio 4 se caracteriza porque en la sección conviven una zona traccionada y otra comprimida separadas por la fibra neutra.

En el dominio 4, el hormigón en el borde comprimido de la sección se encuentra siempre trabajando a su máximo acortamiento  $\varepsilon_c = 3,5\%$ , mientras que la deformación del acero de la armadura traccionada oscila entre el alargamiento de cálculo correspondiente al límite elástico del acero ( $\varepsilon_{yd}$ ) y  $0\%$ .

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre la profundidad límite  $x = x_{lim}$  en la que la armadura más traccionada alcanza la deformación  $\varepsilon_{yd}$  correspondiente a su límite elástico y el canto útil de la pieza  $x = d$

Así pues, el dominio 4 puede definirse como un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al punto de máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\%$  y que cubre un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x = x_{lim}$  y  $x = d$  (fig.27)

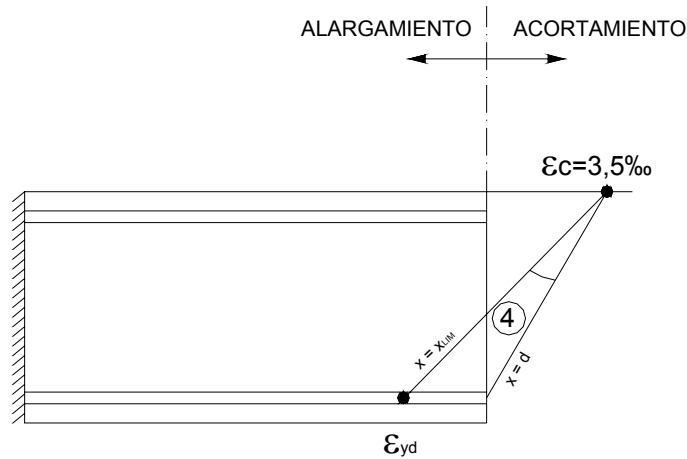


Fig.27 Esquema de dominio 4

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, aparece el bloque de compresiones del hormigón en proporción aún más grande que el del dominio 3, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.28)

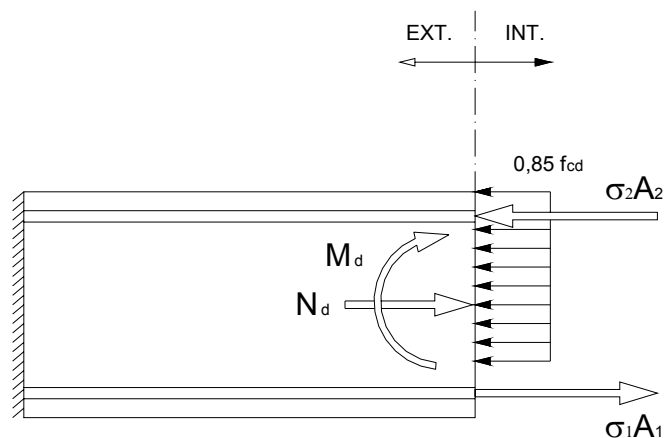


Fig.28 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 4

En dominio 4 el acero de la armadura traccionada, al presentar un alargamiento inferior al de su límite elástico  $\epsilon_{yd}$ , se encuentra trabajando a una tensión inferior a la máxima que es capaz de desarrollar, por lo cual se desaprovecha su capacidad resistente (fig.29)

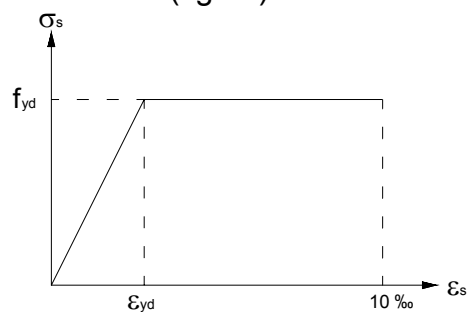


Fig.29 Diagrama tensión deformación del acero



## DOMINIO 5

El dominio 5 abarca todas las situaciones de compresión simple y compuesta. En la situación de compresión simple la sollicitación de la sección se reduce a un esfuerzo axial de compresión centrado que conduce a que toda la sección se encuentre comprimida. En compresión compuesta la sollicitación está integrada por un esfuerzo axial de compresión y un momento flector, si bien, el efecto del axial de compresión predomina sobre el momento y la sección se encuentra globalmente comprimida.

En cuanto a deformaciones se refiere, al encontrarse toda la sección comprimida las deformaciones límite vendrán condicionadas por el hormigón que admite un acortamiento máximo  $\varepsilon_c=3,5\text{‰}$  en flexión y  $\varepsilon_c=2\text{‰}$  en compresión simple. Para lograr un paso gradual entre ambas situaciones las rectas de deformación pivotan en torno a un punto C situado a una profundidad de  $3/7 \cdot h$  (fig.32)

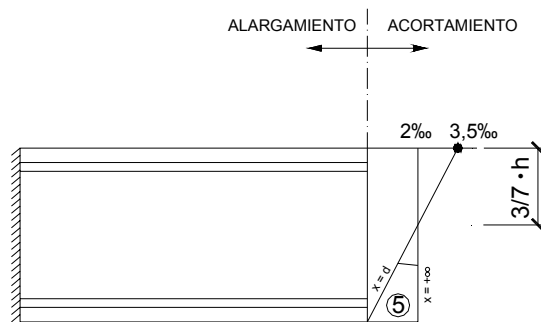


Fig.32 Esquema de Dominio 5

El dominio 5 está integrado, por tanto, por un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno a dicho punto C abarcando un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=h$  y  $x=4$

Por último, por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones en la sección, el bloque de compresiones de la sección abarca lógicamente toda la sección y aparecen, además la fuerza de la armadura de compresión y la fuerza desarrollada por la hipotética armadura de tracción que ahora es la menos comprimida (fig.33)

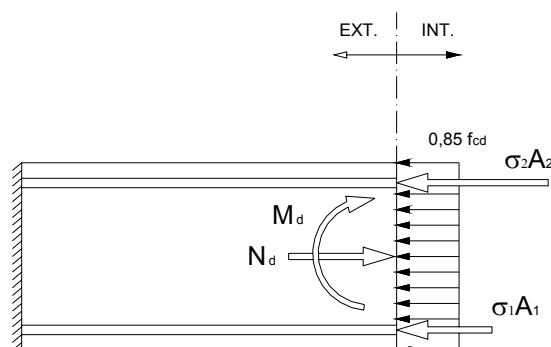


Fig.33 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 5

### DIAGRAMA DE PIVOTES

Si se representan todos los dominios de deformación en un solo esquema se obtiene lo que algunos autores denominan diagrama de pivotes de los dominios de deformación (fig.34)

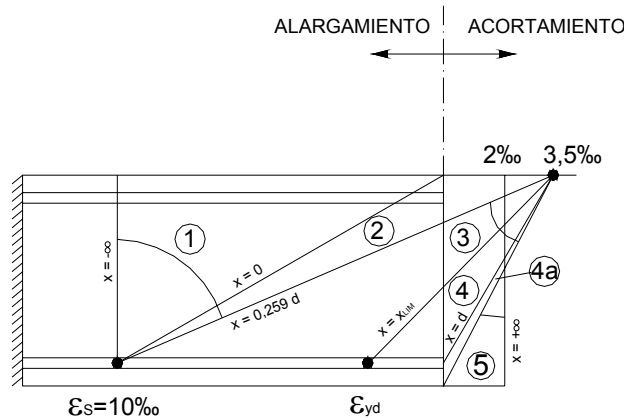


Fig.34. Diagrama de pivotes

### 3.SECCIONES SOLICITADAS A FLEXION SIMPLE

Una sección se encuentra solicitada a flexión simple cuando la resultante de todos los esfuerzos internos que actúan sobre ella se reduce a un esfuerzo cortante  $V$  y a un momento flector  $M$ , no existiendo esfuerzo axial alguno. Por ello, el único esfuerzo de tipo normal con el que se enfrenta la armadura longitudinal es el momento flector. Asimismo, la flexión simple se caracteriza porque en la sección conviven una zona comprimida y otra traccionada, separadas por la fibra neutra. Por este último motivo, la flexión simple sólo es posible en los dominios 2,3 y 4.

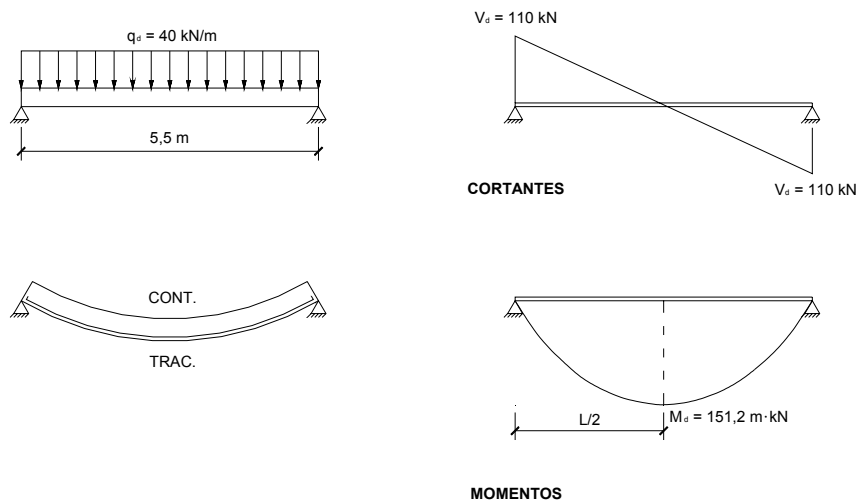


Fig.35. Viga biapoyada. Deformada y diagramas de esfuerzos internos

Se estudia en los siguientes subapartados el cálculo de secciones solicitadas a flexión simple en cada uno de los dominios que pueden presentarse. Dicho estudio

se va a llevar a cabo tomando como ejemplo una viga de hormigón armado de 5,5 m de luz, apoyada en sus extremos y con una carga uniformemente repartida de valor mayorado  $q_d = 40 \text{ kN/m}$  (fig.35). Los materiales utilizados son hormigón HA-25, acero corrugado B 400 S y nivel de control normal

En la fig.35 se han representado también la deformada con la identificación de la cara traccionada de la viga, así como los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores.

La sección más desfavorable en este caso se encuentra en el centro del vano con un momento flector mayorado de valor  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$

Identificada la sección más desfavorable, se realiza un corte imaginario por dicha sección, que permite obtener como sólido libre una de las dos porciones en que la sección divide a la viga. En la fig.36.a se representa el sólido libre en cuestión, con todas las acciones y reacciones que sobre él actúan así como con el momento interior resistente ( $M_{INT.}$ ) que la sección de hormigón armado debe generar para conseguir equilibrar el efecto de las acciones y reacciones exteriores. En la fig.36.b se han sustituido todas las acciones y reacciones exteriores por su resultante, que en la sección central se reduce al momento  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$ .

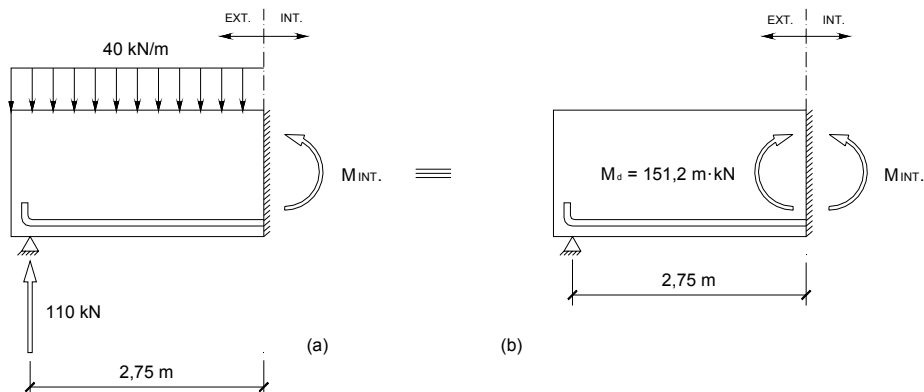


Fig.36 Esquema de la sección más desfavorable

Planteado el caso práctico a utilizar, en los siguientes subapartados se procede al cálculo del mismo con distintos tamaños de sección, que permiten ver el comportamiento de la misma en los dominios 2,3 y 4. Asimismo, los cálculos se realizan en principio solamente con la armadura de tracción (que es la única realmente imprescindible) y en el desarrollo del estudio de los distintos dominios se irá descubriendo cuándo es preciso colocar armadura de compresión y porqué.

### 3.1.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 2

En este primer caso, se dimensiona la viga descrita con una sección de 300 x 600 (mm x mm). En la fig.37 se representa un esquema de la sección con sus

dimensiones y la colocación de la armadura de tracción ( $A_1$ ) que, según la deformada y el diagrama de momentos flectores, debe ir en este caso en la cara inferior. De momento, sólo se coloca la armadura de tracción que es la única imprescindible a priori. Se representa asimismo el esquema de la sección más desfavorable con la resultante de las acciones y reacciones exteriores ( $M_d = 151,2$  m·kN), así como con la fuerza de la armadura de tracción y el bloque de compresiones del hormigón encargados de generar el  $M_{INT}$  que equilibrará a la resultante exterior.

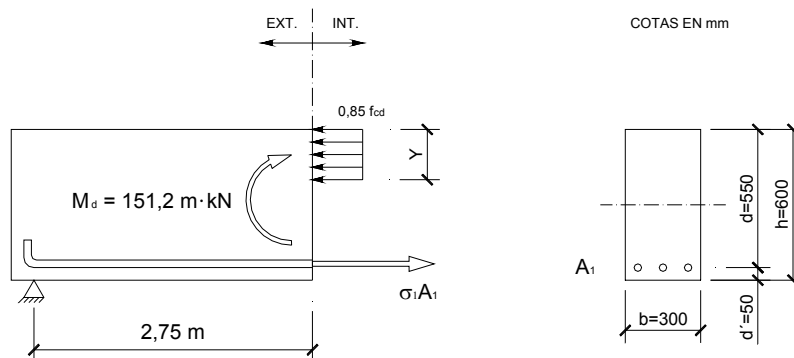


Fig. 37. Esquema de cálculo de la sección

## ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El cálculo de la sección comienza planteando el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\sum M_{A_1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N=0$ ).

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.43):

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 550 - \frac{y}{2} \right) = 0$$

$$151,2 \cdot 10^6 - 2337500 \cdot y + 2125 \cdot y^2 = 0$$

$$y = \frac{2337500 \pm \sqrt{(-2337500)^2 - 4 \cdot 2125 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 2125}$$

$$y = \frac{2337500 \pm 2044188,4}{2 \cdot 2125} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 69,0 \text{ mm} \\ y_2 = 1030,9 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 69,0 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.43):

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 69,0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 293292,5 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 293,3 \text{ kN}$$

### POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.38)

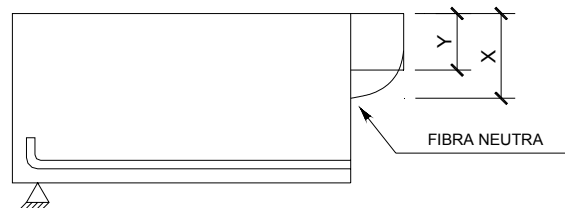


Fig.38 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{69,0}{0,8} = 86,3 \text{ mm}$$

$$x = 86,3 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.39)

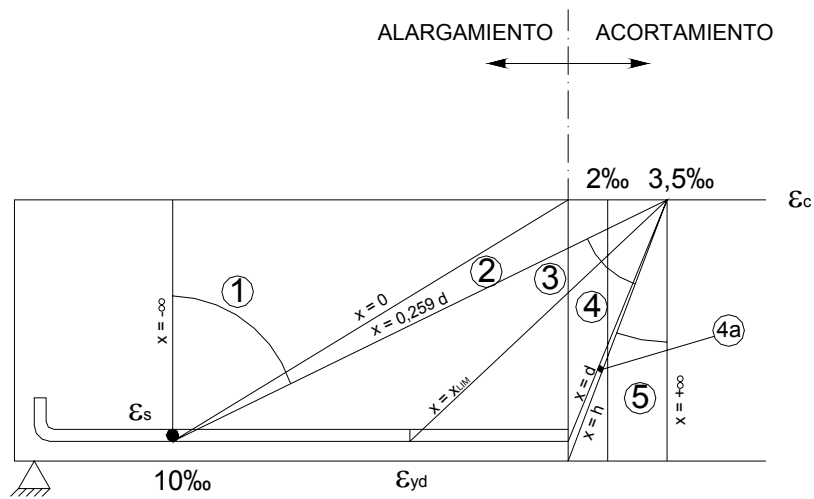


Fig.39 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 550 = 142,4 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0 < x < 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad 0 < 86,3 < 142,4$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida entre las fronteras del dominio 2, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 2**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo alargamiento de la armadura de tracción  $\epsilon_s = 10\text{‰}$

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el acortamiento del hormigón  $\epsilon_c$ ) interpolando en la fig.40

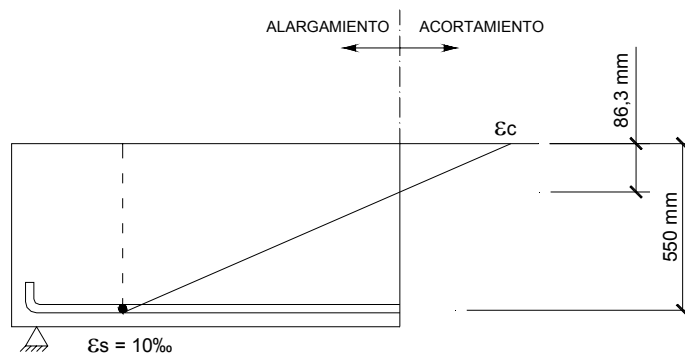


Fig.40. Cálculo de deformaciones

$$\frac{\varepsilon_c + 10}{550} = \frac{\varepsilon_c}{86,3}$$

$$86,3 \cdot (\varepsilon_c + 10) = 550 \cdot \varepsilon_c \Rightarrow 86,3 \cdot \varepsilon_c + 863 = 550 \cdot \varepsilon_c \Rightarrow 863 = (550 - 86,3) \cdot \varepsilon_c$$

$$\varepsilon_c = \frac{863}{550 - 86,3} = 1,9\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero : $\varepsilon_s = 10\text{‰}$	Hormigón : $\varepsilon_c = 1,9\text{‰}$
--------------------------------------	--

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.41)

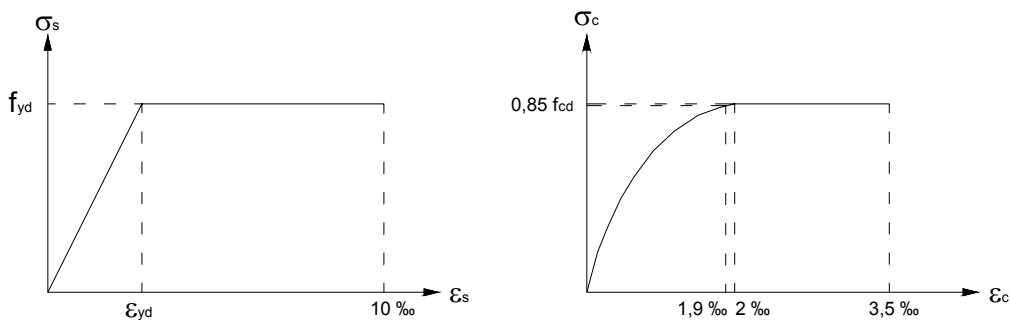


Fig.41 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se comprueba que el acero se encuentra trabajando a su máxima tensión ( $\sigma_1 = f_{yd}$ ), mientras que el hormigón está desaprovechado, trabajando a una tensión inferior a la máxima que es capaz de desarrollar.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se determina la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 293,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{293,3 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{293,3 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 843,2 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\begin{aligned} \sigma_1 \cdot A_1 &= 293,3 \text{ kN} & \Rightarrow & A_1 = 843,2 \text{ mm}^2 \\ \sigma_2 \cdot A_2 &= 0 \text{ kN} & \Rightarrow & A_2 = 0 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Concluido el cálculo de la sección de la armadura, es preciso hacer una reflexión acerca de lo que ocurre con las secciones que trabajan en dominio 2.

El dominio 2 se caracteriza porque el hormigón no llega a alcanzar el máximo acortamiento posible  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$ , por lo cual no trabaja a pleno rendimiento. Cuando la deformación del hormigón es  $\epsilon_c < 2\text{‰}$ , además de no trabajar a pleno rendimiento tampoco desarrollará la máxima tensión que es capaz de proporcionar ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ). Pero incluso cuando la deformación del hormigón es  $2\text{‰} < \epsilon_c < 3,5\text{‰}$ , aunque la tensión sí es la máxima ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ), el nivel de aprovechamiento de la sección es muy reducido debido a la escasa porción de hormigón que colabora por ser muy pequeña la profundidad de la fibra neutra (fig.42).

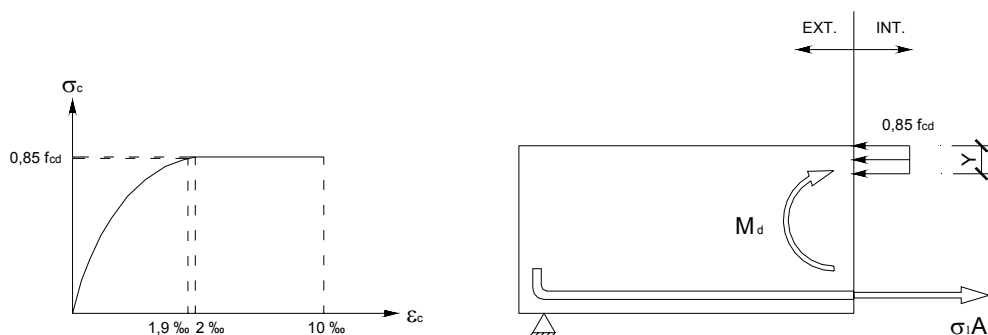


Fig.42 Inconvenientes del dominio 2

La conclusión es que las secciones que trabajan en dominio 2 se encuentran sobredimensionadas y sería recomendable reducir el tamaño de las mismas para lograr que trabajen en dominio 3 (que es el dominio en el que se produce el máximo aprovechamiento del hormigón y del acero simultáneamente).

### 3.2.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 3

Se procede en este segundo caso a resolver la misma viga del caso anterior pero reduciendo su sección a 300 x 400 (mm x mm) con el fin de comprobar el efecto de la reducción de sección sobre la viga que se encontraba sobredimensionada. En la fig.43 se representa el esquema de cálculo de la sección. Al igual que en el caso anterior, solamente se dispone armadura de tracción.

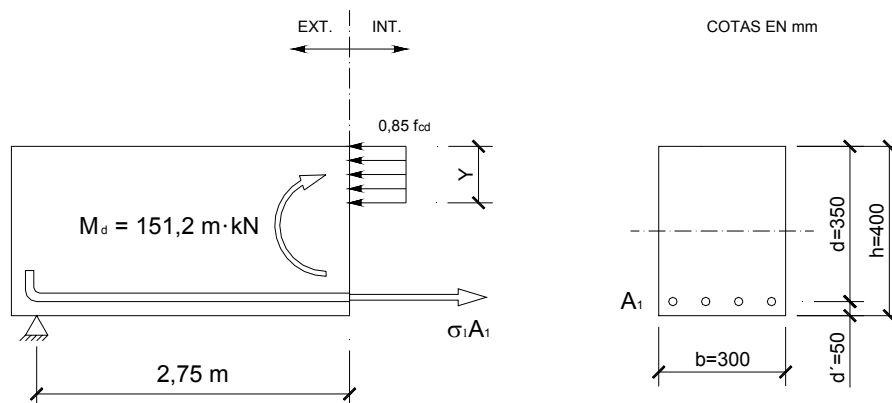


Fig. 43 Esquema de cálculo de la sección

#### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El cálculo de la sección comienza planteando el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\sum M_{A_1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N=0$ ).

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.49):

$$\begin{aligned} \sum M_{A_1} = 0 \quad & 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 350 - \frac{y}{2} \right) = 0 \\ & 151,2 \cdot 10^6 - 1487500 \cdot y + 2125 \cdot y^2 = 0 \\ & y = \frac{1487500 \pm \sqrt{(-1487500)^2 - 4 \cdot 2125 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 2125} \\ & y = \frac{1487500 \pm 963045,3}{2 \cdot 2125} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 123,4 \text{ mm} \\ y_2 = 576,6 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 123,4 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.43):

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 123,4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 524450 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 524,4 \text{ kN}$$

### POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular (y) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real (x), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.50)

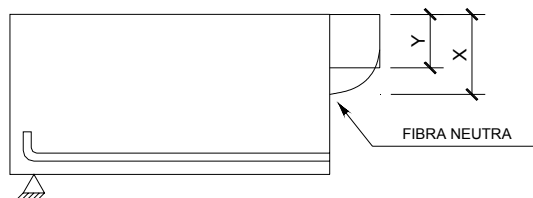


Fig.50 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{123,4}{0,8} = 154,2 \text{ mm}$$

$$x = 154,2 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.51)

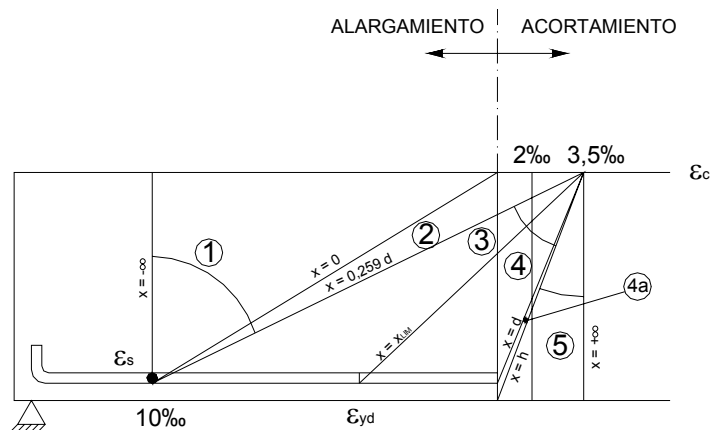


Fig.51. Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que puede calcularse a partir de la fig. 52

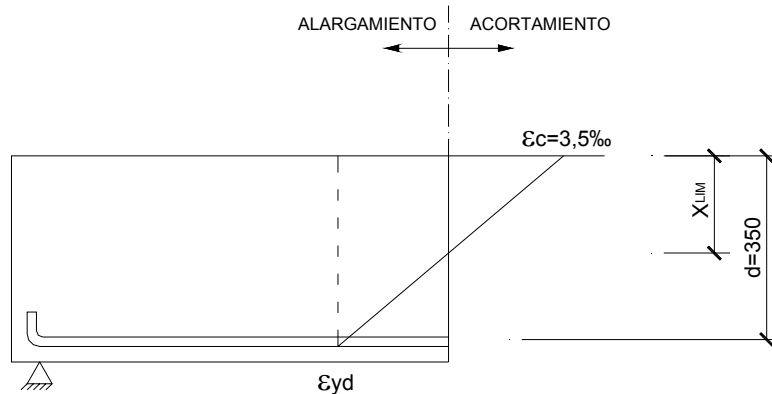


Fig.52 Cálculo de  $x_{lim}$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{400}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{350} = \frac{3,5}{x_{lim}} \quad \Rightarrow \quad x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 350}{3,5 + 1,74} = 233,8 \text{ mm}$$

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \quad \Rightarrow \quad 90,6 < 154,2 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

## CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\varepsilon_s$ ) interpolando en la fig.53

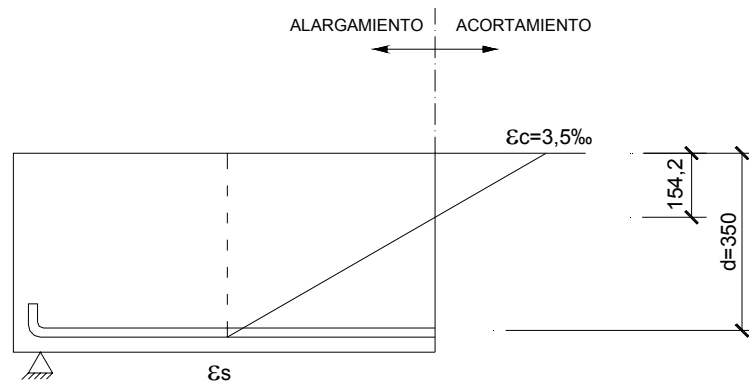


Fig.53. Cálculo de deformaciones

$$\frac{3,5 + \varepsilon_s}{350} = \frac{3,5}{154,2}$$

$$154,2 \cdot (3,5 + \varepsilon_s) = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow \quad 154,2 \cdot 3,5 + 154,2 \cdot \varepsilon_s = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow$$

$$\varepsilon_s = \frac{3,5 \cdot (350 - 154,2)}{154,2} = 4,4\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero : $\varepsilon_s = 4,4\text{‰}$	Hormigón : $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$
---------------------------------------	--

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.54)

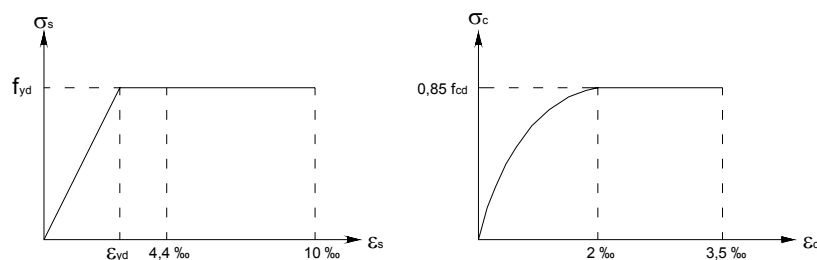


Fig.54 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que, tanto el hormigón como el acero, se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar. Por este motivo, en el dominio 3 se logra el máximo aprovechamiento económico de ambos materiales simultáneamente.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 524,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{524 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{524,4 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 1507,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\begin{aligned} \sigma_1 \cdot A_1 &= 524,4 \text{ kN} & \Rightarrow & A_1 = 1507,8 \text{ mm}^2 \\ \sigma_2 \cdot A_2 &= 0 \text{ kN} & \Rightarrow & A_2 = 0 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

### 3.3.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 4

Se resuelve en este tercer caso la misma viga que se viene utilizando como ejemplo empleando en esta ocasión una sección tipo viga plana de 550 x260 (mm x mm). En la fig.55 se representa el esquema de cálculo de la sección colocando únicamente armadura de tracción.

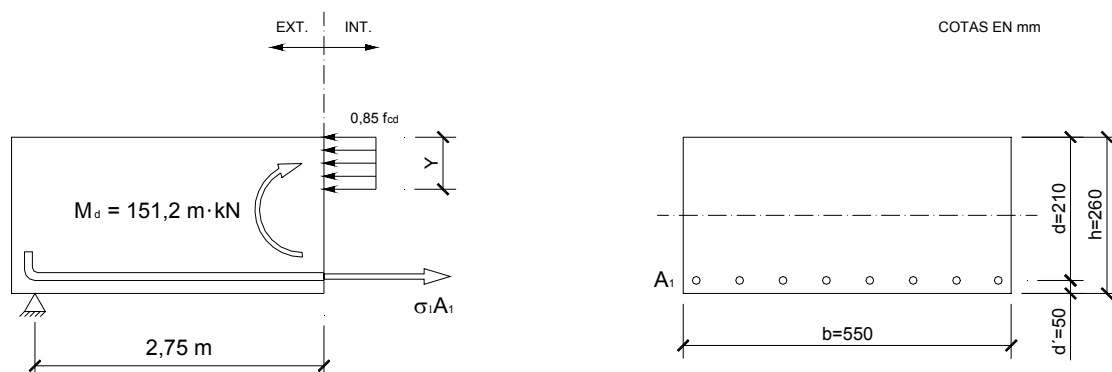


Fig.55 Esquema de cálculo de la sección

## ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Se plantea en primer lugar el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\Sigma M_{A1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\Sigma F_N=0$ ).

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.55):

$$\begin{aligned} \Sigma M_{A_1} = 0 \quad & 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y \cdot \left( 210 - \frac{y}{2} \right) = 0 \\ & 151,2 \cdot 10^6 - 1636250 \cdot y + 3895,8 \cdot y^2 = 0 \\ y = & \frac{1636250 \pm \sqrt{(-1636250)^2 - 4 \cdot 3895,8 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 3895,8} \\ y = & \frac{1636250 \pm 566671}{2 \cdot 3895,8} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 137,3 \text{ mm} \\ y_2 = 282,7 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 137,3 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.49):

$$\Sigma F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 137,3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 1069562,1 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,6 \text{ kN}$$

## POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.56)

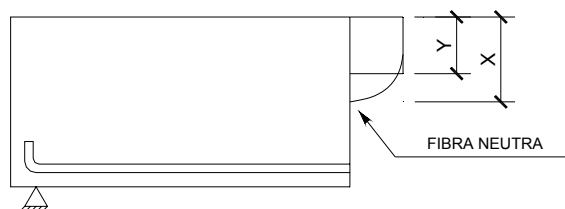


Fig.56 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{y}{0,8} = \frac{137,3}{0,8} = 171,6 \text{ mm}$$

$$x = 171,6 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama pivotes (fig.57)

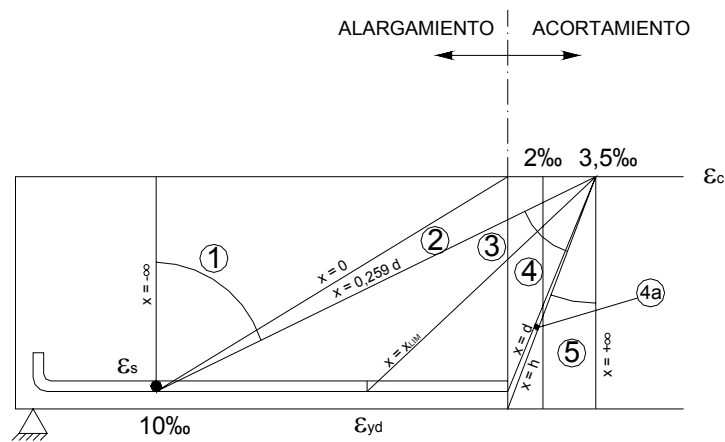


Fig.57 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \Rightarrow x = 0,259 \cdot 210 = 54,4 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que puede calcularse a partir de la fig. 58

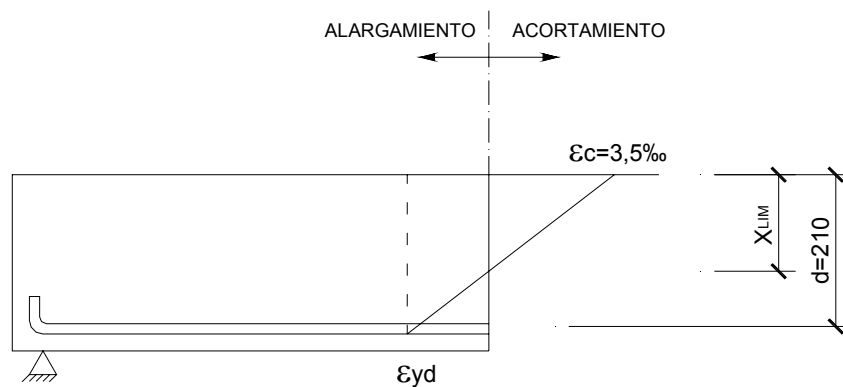


Fig.58 Cálculo de  $x_{lim}$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{\frac{400}{1,15}}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{210} = \frac{3,5}{x_{lim}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 210}{3,5 + 1,74} = 140,3 \text{ mm}$$

$x_{lim} = 140,3 \text{ mm}$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$x_{lim} < x < d \Rightarrow 140,3 < 171,6 < 210$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 4, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 4**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\varepsilon_s$ ) interpolando en la fig.59

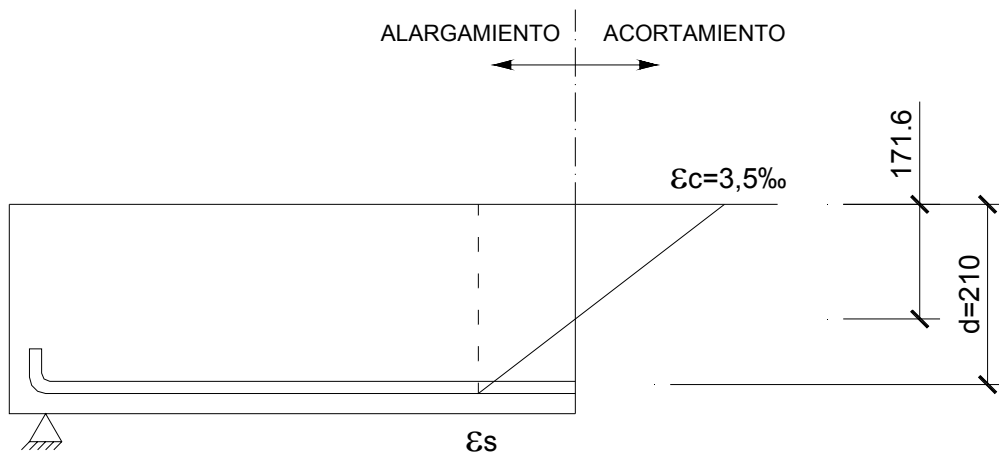


Fig.59 Cálculo de deformaciones

$$\frac{3,5 + \varepsilon_s}{210} = \frac{3,5}{171,6}$$

$$171,6 \cdot (3,5 + \varepsilon_s) = 210 \cdot 3,5 \Rightarrow 171,6 \cdot 3,5 + 171,6 \cdot \varepsilon_s = 210 \cdot 3,5 \Rightarrow$$

$$\varepsilon_s = \frac{3,5 \cdot (210 - 171,6)}{171,6} = 0,8\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero : $\varepsilon_s = 0,8\text{‰}$	Hormigón : $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$
---------------------------------------	--

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.60)

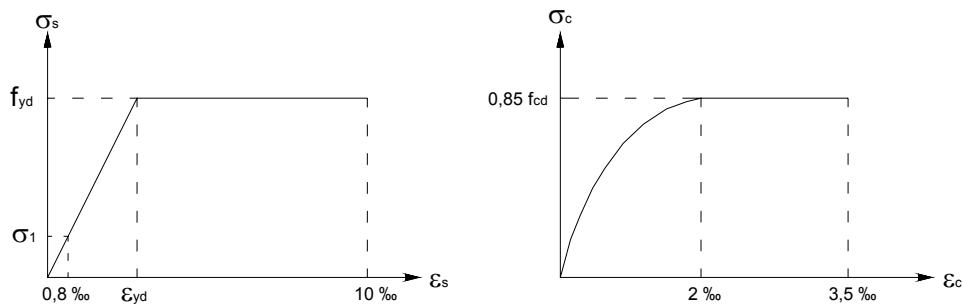


Fig.60 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que el acero se encuentra desaprovechado ya que al ser su alargamiento menor que el límite elástico la tensión que proporciona es inferior a la máxima que es capaz de desarrollar

$$\frac{\frac{400}{1,15}}{1,74} = \frac{\sigma_1}{0,8} \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{\frac{400}{1,15} \cdot 0,8}{1,74} = 155,9$$

$\sigma_1 = 155,9 \text{ N/mm}^2$
-----------------------------------

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado de la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{1069,3 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{1069,3 \cdot 10^3}{155,9} = 6859,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,3 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 6859,8 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 0 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 0 \text{ mm}^2$$

La sección obtenida en la armadura de tracción resulta excesiva para el tamaño de la sección, ya que equivale a **22 Ø 20** que evidentemente no caben en los 550 mm de la sección. El origen de este problemático resultado se encuentra en el hecho de que al trabajar en dominio 4 el acero no proporciona toda la tensión que es capaz de desarrollar, por lo cual, para conseguir la misma fuerza en la armadura de tracción es preciso sobredimensionar dicha armadura con la consiguiente pérdida de rendimiento. Se desprende como conclusión en flexión simple no debería permitirse a la sección trabajar en dominio 4.

La solución al problema está en incorporar a la sección una armadura de compresión que ayude al hormigón a resistir los esfuerzos y obligue a la sección a trabajar en dominio 3, en el cual se logra el máximo aprovechamiento tanto del hormigón como del acero.

### 3.4.FLEXION SIMPLE CON ARMADURA DE COMPRESION

La introducción de una armadura de compresión en el cálculo tiene por objetivo colaborar con el hormigón para lograr que éste se mantenga en dominio 3. Se explica en primer lugar el funcionamiento de la armadura de compresión.

Existe una relación directa entre el valor del momento flector y su correspondiente profundidad de la fibra neutra. Asimismo, a medida que se incrementa el momento flector aumenta la profundidad de la fibra neutra. Así pues, una misma sección con poco momento flector estará en dominio 2, con más momento flector cambiará a dominio 3 y si sigue aumentando el momento, llegará un punto en que entrará en dominio 4. Ese punto en el que la sección entra en dominio 4 es precisamente la profundidad límite  $x = x_{lim}$  (fig.61)

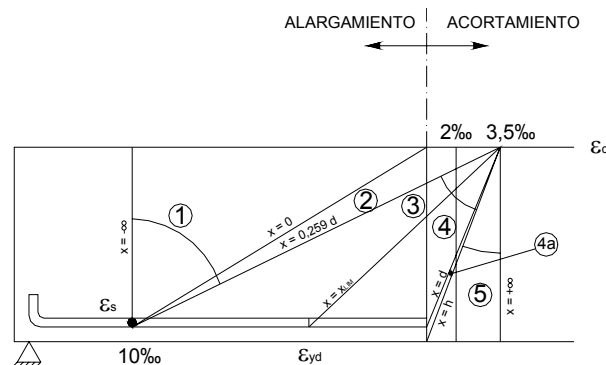


Fig.61 Dominios de deformación

Pues bien, se define el concepto de **momento límite ( $M_{lim}$ )**, como aquel valor de momento flector que hace que la profundidad de la fibra neutra sea precisamente  $x = x_{lim}$ . El valor del momento límite se obtiene fácilmente planteando el equilibrio de momentos en la fig.62, en la que se ha representado un bloque de compresiones del hormigón rectangular cuya profundidad  $y = y_{lim}$  corresponde a la profundidad de la fibra neutra  $x = x_{lim}$

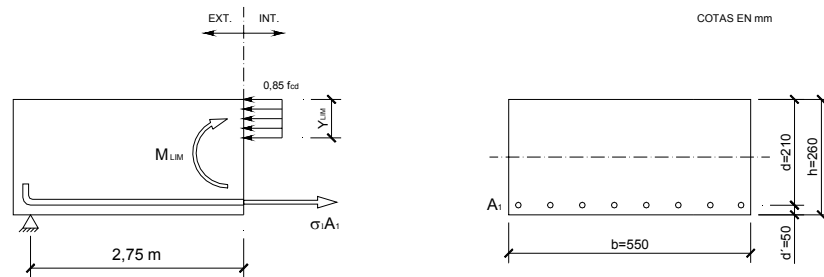


Fig.62 Cálculo del momento límite

Según los cálculos realizados a partir de la fig.58, la profundidad límite de la sección que se está estudiando es  $x_{lim} = 140,3$  mm. Por tanto la profundidad del bloque rectangular de compresiones que corresponde a la profundidad límite será:

$$y_{lim} = 0,8 \cdot x_{lim} \quad \Rightarrow \quad y_{lim} = 0,8 \cdot 140,3 = 112,2 \text{ mm}$$

y aplicando la ecuación de equilibrio de momentos queda:

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad M_{lim} - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y_{lim} \cdot \left( 210 - \frac{y_{lim}}{2} \right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$M_{lim} - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 112,2 \cdot \left( 210 - \frac{112,2}{2} \right) = 0$$

$$M_{lim} = 134,6 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Planteado el concepto de momento límite, hay que asumir el hecho de que el máximo momento flector que es capaz de equilibrar el hormigón sin salirse del dominio 3 es el momento límite. Por ello, cuando el momento exterior es superior al límite, si se quiere que la sección permanezca en dominio 3, quedará un exceso de momento sobre el límite ( $M_d - M_{lim}$ ) sin equilibrar, y la única manera de hacerlo es encargándole esa misión a la armadura de compresión (fig.63)

E.L.U DE AGOTAMIENTO POR SOLICITACIONES NORMALES

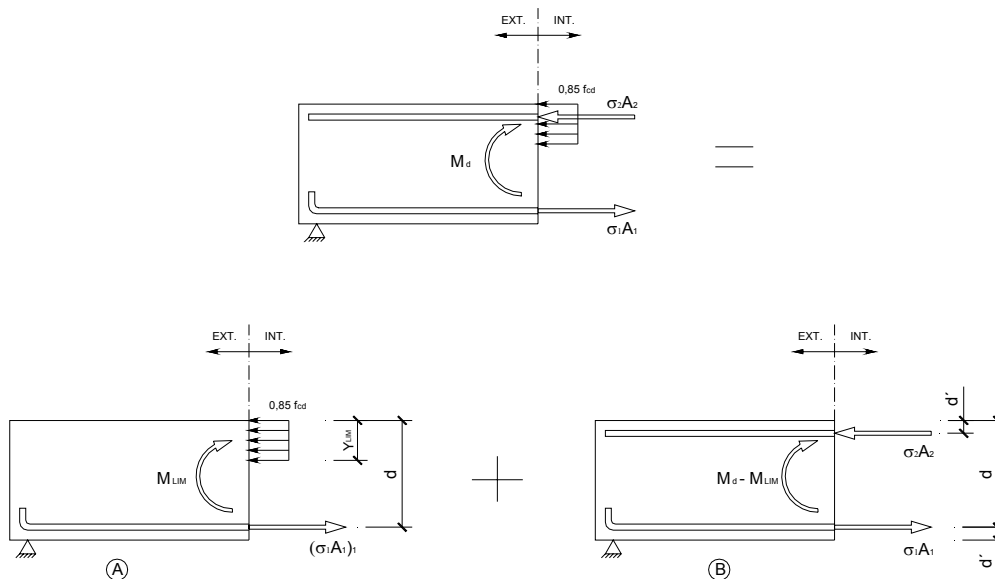


Fig.63 Misión de la armadura de compresión

Dicho de otro modo, cuando el momento exterior es superior al momento límite, el hormigón y la armadura de compresión se reparten el trabajo, de tal forma que el hormigón se encarga de absorber hasta el momento límite y la armadura de compresión se encarga de absorber el resto.

$M_d > M_{lim} \Rightarrow$	<b>ARMADURA DE COMPRESION</b>
-----------------------------	-------------------------------

Aplicando la ecuación de equilibrio de momentos al esquema B de la fig.63 se obtiene el valor de la fuerza global que debe desarrollar la armadura de compresión:

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad (M_d - M_{lim}) - \sigma_2 \cdot A_2 \cdot (d - d') = 0 \quad \Rightarrow$$

$\sigma_2 \cdot A_2 = \frac{M_d - M_{lim}}{d - d'}$
---

En el cálculo de la sección abordada en el apartado 3.3 el momento exterior mayorado era  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$ , siendo su momento límite el obtenido a partir de la fig.63 que ha resultado ser  $M_{lim} = 134,6 \text{ m}\cdot\text{kN}$ , por tanto

$151,2 > 134,6 \Rightarrow M_d > M_{lim} \Rightarrow$	<b>Necesita Armadura de Compresión</b>
---	--

Y el valor de la fuerza desarrollada por dicha armadura de compresión tendrá que ser al menos

$$\sigma_2 \cdot A_2 = \frac{M_d - M_{lim}}{d - d'} = \frac{151,2 \cdot 10^6 - 134,6 \cdot 10^6}{210 - 50} = 107419,3 \text{ N}$$

$\sigma_2 \cdot A_2 = 107,4 \text{ kN}$
---

Conocida la fuerza que debe desarrollar la armadura de compresión se elabora un nuevo esquema de cálculo que incluya esta fuerza de compresión (fig.64).

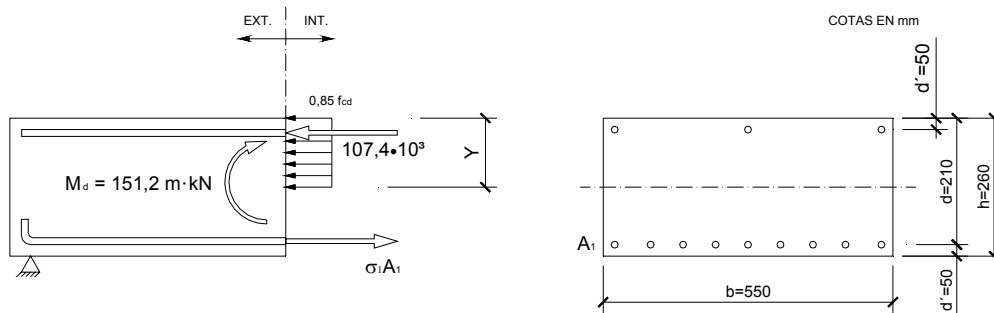


Fig.64 Esquema de cálculo con armadura de compresión

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad 151,2 \cdot 10^6 - 107,4 \cdot 10^3 \cdot (210 - 50) - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y \cdot \left(210 - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$134,6 \cdot 10^6 - 1636250 \cdot y + 3895,8 \cdot y^2 = 0$$

$$y = \frac{1636250 \pm \sqrt{(-1636250)^2 - 4 \cdot 3895,8 \cdot 134,6 \cdot 10^6}}{2 \cdot 3895,8}$$

$$y = \frac{1636250 \pm 761456,1}{2 \cdot 3895,8} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y_1 = 112,2 \text{ mm} \\ y_2 = 307,7 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 112,2 \text{ mm} = y_{lim}$$

El hecho de que la profundidad del bloque de compresiones rectangular sea  $y_{lim}$  es algo que podía esperarse como evidente, y confirma el planteamiento realizado en párrafos anteriores de este apartado.

Analizando ahora el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción:

$$\sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 112,2 - 107,4 \cdot 10^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 981702,9 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \text{ kN}$$

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Al haberse obtenido como profundidad del bloque de compresiones del hormigón  $y_{lim}$  resulta evidente que la profundidad de la fibra neutra es  $x_{lim}$ , por lo cual la sección se encuentra trabajando en la frontera entre los dominios 3 y 4 (fig.65)

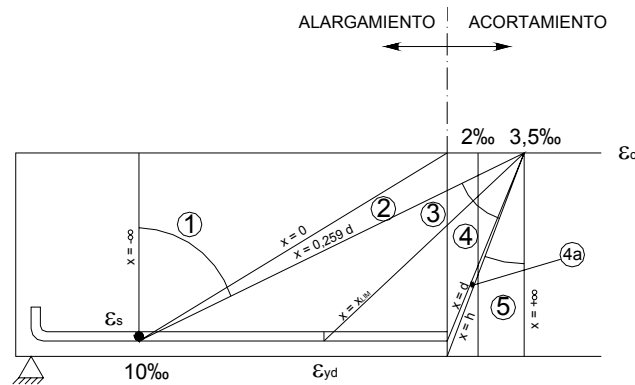


Fig.65 Dominios de deformación

Por tanto, las deformaciones en el hormigón y en la armadura traccionada son:

Armadura de tracción:  $\epsilon_{s1} = \epsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$       Hormigón:  $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$

Por lo que respecta a la armadura de compresión, su deformación puede determinarse a partir del esquema de la fig.66

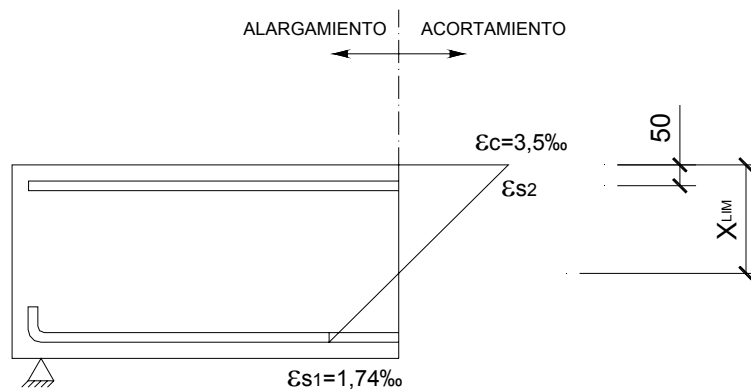


Fig.66 Deformación en la armadura de compresión

$$\frac{3,5}{x_{lim}} = \frac{\varepsilon_{s_2}}{x_{lim} - 50} \Rightarrow \frac{3,5}{140,3} = \frac{\varepsilon_{s_2}}{140,3 - 50}$$

$$\varepsilon_{s_2} = \frac{3,5 \cdot (140,3 - 50)}{140,3} = 2,2$$

Armadura de compresión:  $\varepsilon_{s_2} = 2,2 \text{ ‰}$

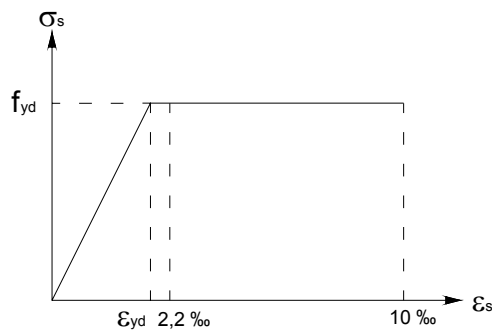


Fig.67 Diagramas tensión-deformación

Con estas deformaciones (de acuerdo con los diagramas tensión – deformación) tanto el hormigón como las dos armaduras se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar (fig.67)

$$\sigma_1 = \sigma_2 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en las armaduras de acero, se obtiene la sección de acero necesaria

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{981,7 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{981,7 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 2822,3 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 107,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{107,4 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{107,4 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 308,8 \text{ mm}^2$$

**RESULTADO :**

$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$

$\sigma_2 \cdot A_2 = 107,4 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 308,8 \text{ mm}^2$

Gracias a la colocación de una pequeña armadura de compresión se obtiene un resultado mucho más razonable en la armadura de tracción,  $A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$  que equivale a 9  $\emptyset 20$  en lugar de los 22  $\emptyset 20$  que había que colocar sin armadura de compresión.

### 4.ABACOS PARA FLEXION SIMPLE

Todos los cálculos expuestos anteriormente para flexión simple pueden realizarse rápidamente con ayuda del ábaco de la fig.68, obtenido del libro Hormigón Armado de P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabre

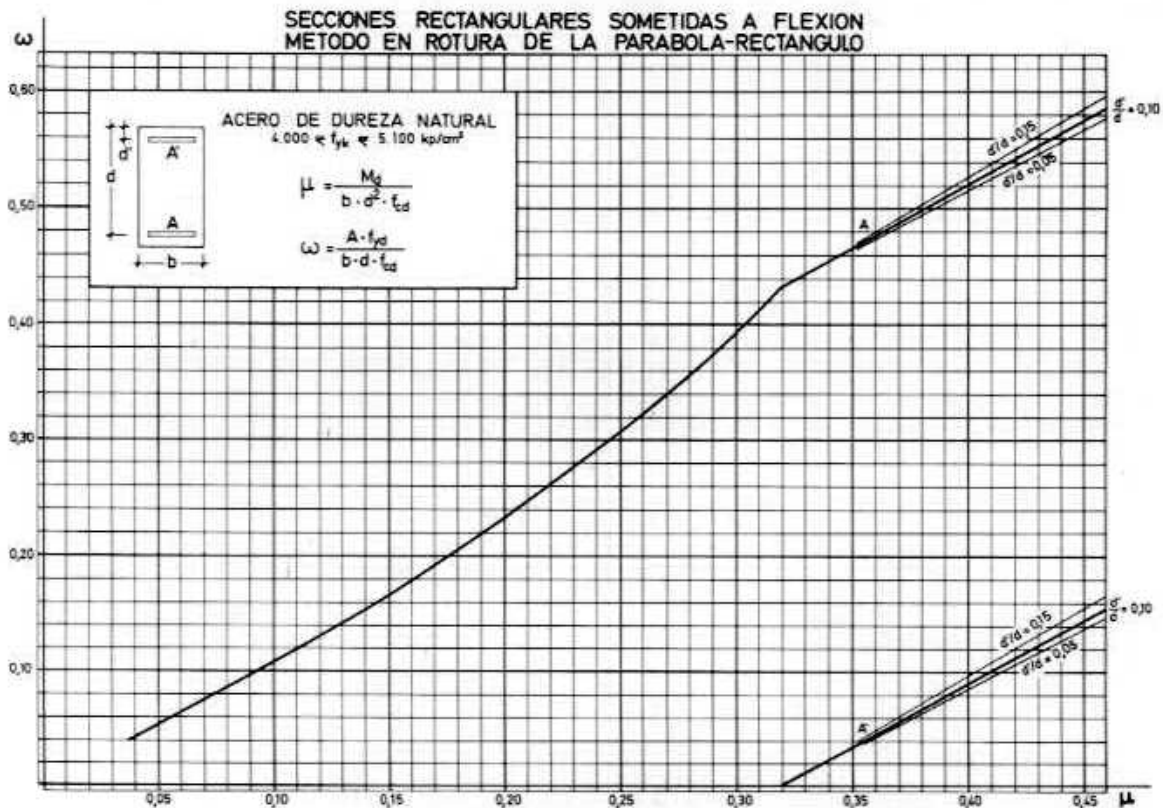


Fig.68 Abaco para flexión simple

La utilización del ábaco es muy sencilla, basta con entrar en el eje de abscisas con el valor del momento reducido  $\mu$  para obtener en ordenadas el área reducida  $\omega$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Si sólo se intercepta la curva principal (la correspondiente a A) significa que no es necesario según el cálculo disponer armadura de compresión. Por el contrario, si se interceptan ambas curvas (la de A y la de A') significa que si es necesario colocar armadura de compresión.

Se resuelve a continuación, a modo de ejemplo, la sección calculada en el apartado 3.2 (fig.69)

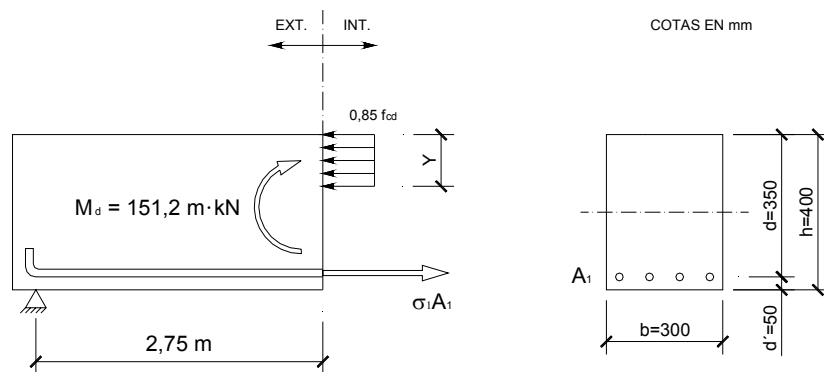


Fig.69 Esquema de cálculo de la sección

Se calcula en primer lugar el valor del momento reducido  $\mu$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{151,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,247$$

Entrando en el ábaco con este valor se comprueba que no es necesario colocar armadura de compresión pues solo se corta la gráfica principal, y se obtiene para el área reducida un valor de

$$\omega = 0.305$$

$$\omega = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow A_1 = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,305 \cdot 300 \cdot 350 \cdot \frac{25}{1,5}}{\frac{400}{1,15}} = 1534,5 \text{ mm}^2$$

**RESULTADO**

$$A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 308,8 \text{ mm}^2$$

## 5.FLEXOCOMPRESION COMPUESTA

La situación de flexocompresión compuesta se caracteriza porque la sección se encuentra solicitada por un esfuerzo axial de compresión y un momento flector. Según la importancia relativa que exista entre esos dos esfuerzos, pueden presentarse dos casos (fig.70)

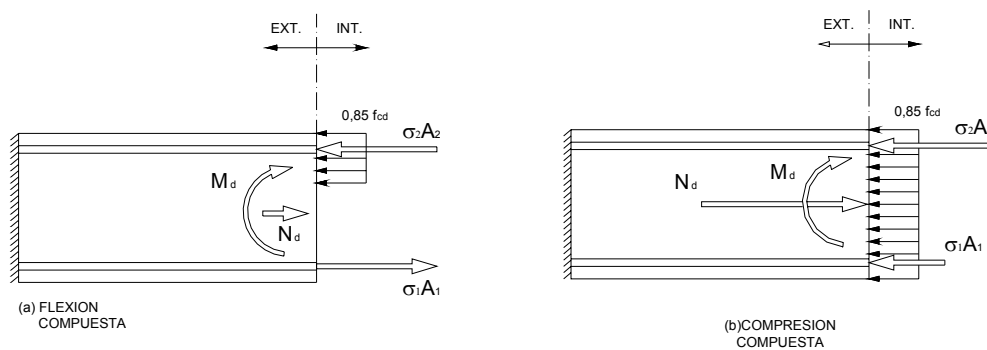


Fig.70 Casos de flexocompresión compuesta

En el primer caso, flexión compuesta, el efecto del momento flector predomina sobre el axial y la sección presenta una zona traccionada y otra comprimida.

En el segundo caso se encuentra la compresión compuesta, en la cual el efecto del axial predomina sobre el del momento flector y como consecuencia de ello toda la sección se encuentra comprimida. En este caso, la “armadura de tracción” está también comprimida por lo que pasa a denominarse como armadura menos comprimida.

A priori, y simplemente a la vista del valor de las solicitaciones, es difícil saber en cuál de los dos casos se encuentra la sección. Por ello, es preciso averiguarlo por eliminación.

Se empieza el proceso, por ejemplo, suponiendo que la sección se encuentra en flexión compuesta. Si los resultados confirman que la armadura  $A_1$  está traccionada, será cierto que es flexión compuesta y el cálculo termina. En caso contrario, se vuelve a realizar el cálculo suponiendo en esta ocasión que es compresión compuesta.

En principio el proceso puede empezarse indistintamente por el extremo de compresión compuesta o por el extremo de flexión compuesta.

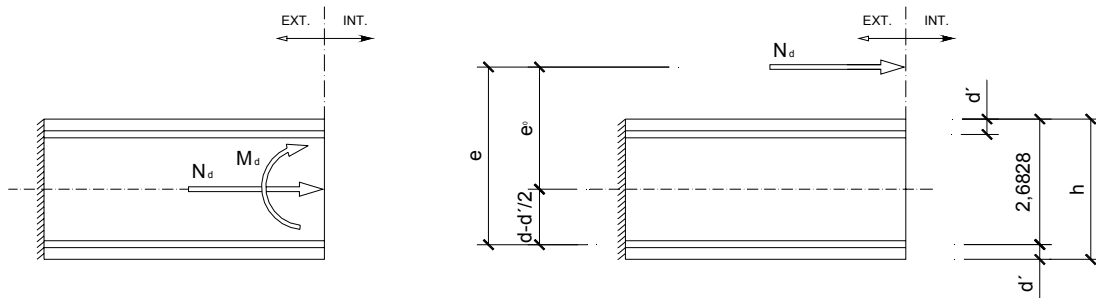


Fig.71 Sustitución del esquema de solicitaciones

Por último, hay que indicar que en los casos de flexocompresión compuesta (fig.71) suele sustituirse la sollicitación real formada por el axial ( $N_d$ ) y el momento ( $M_d$ ), por un esquema de carga equivalente formado por el axial ( $N_d$ ) excéntrico, colocado a una distancia respecto al eje a la que se denomina excentricidad de primer orden y cuyo valor viene dado por:

$$M_d = N_d \cdot e_0 \quad \Rightarrow \quad e_0 = \frac{M_d}{N_d}$$

y la excentricidad total respecto a la armadura de tracción o menos comprimida ( $A_1$ ) será:

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2}$$

La norma EHE establece (art. 42.2.1) que la excentricidad de primer orden  $e_0$  tendrá un valor mínimo dado por las condiciones:

$$e_0 \geq \frac{h}{20} \quad \text{y} \quad e_0 \geq 2 \text{ cm}$$

## 5.1.FLEXION COMPUESTA CON ARMADURA ASIMETRICA

Supóngase un pilar que en una determinada sección tiene como sollicitaciones un momento flector  $M_d = 125 \text{ m}\cdot\text{kN}$  y un axial  $N_d = 300 \text{ kN}$ , siendo la sección de la barra de  $300 \times 400 \text{ (mm} \times \text{mm)}$  (fig.72).

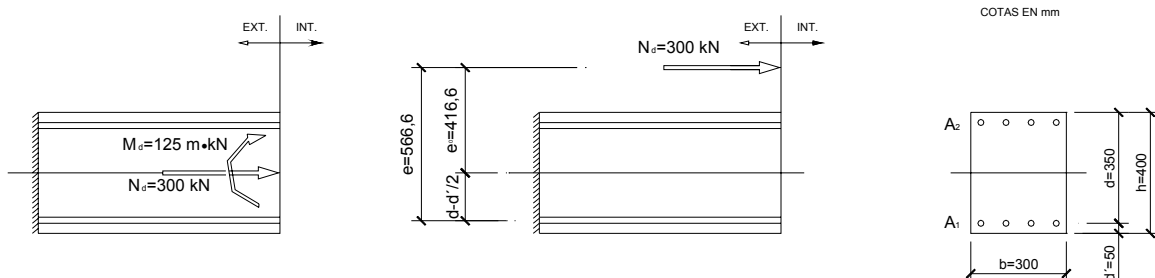


Fig.72 Solicitaciones y esquema de la sección

El valor de la excentricidad de primer orden y el de la excentricidad respecto a la armadura  $A_1$  viene dado por:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{125 \cdot 10^6}{300 \cdot 10^3} = 416,6 \text{ mm}$$

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2} = 416,6 + \frac{350 - 50}{2} = 566,6 \text{ mm}$$

Ante esta sollicitación y dada la imposibilidad de conocer a priori si se trata de flexión compuesta o compresión compuesta, se comienza suponiendo como hipótesis que se trata de un caso de flexión compuesta.

### NECESIDAD DE ARMADURA DE COMPRESION

Se compara en primer lugar el momento exterior respecto a la armadura  $A_1$  ( $N_d \cdot e$ ) con el momento límite de la sección para saber si es preciso colocar armadura de compresión.

La profundidad límite de la sección propuesta vendrá dada a partir de la fig.73

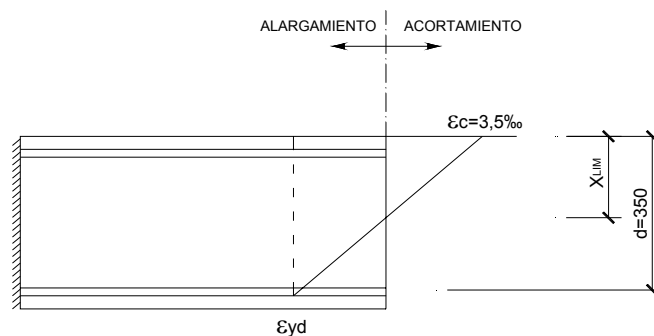


Fig.73 Determinación de la profundidad límite

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{400}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{350} = \frac{3,5}{x_{lim}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 350}{3,5 + 1,74} = 233,8 \text{ mm}$$

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm} \Rightarrow y_{lim} = 0,8 \cdot 233,8 = 187,0 \text{ mm}$$

Conocida la profundidad límite del bloque de compresiones del hormigón se obtiene el valor del momento límite planteando la ecuación de equilibrio de momentos en la fig.74

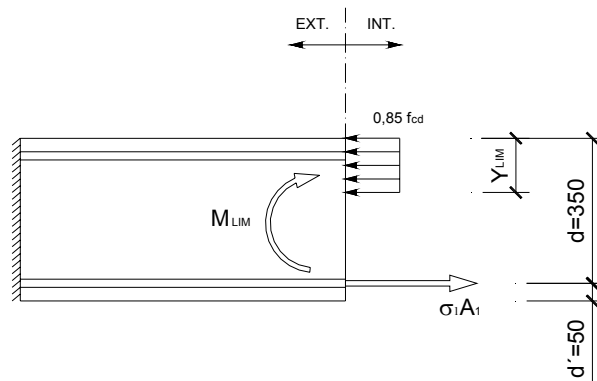


Fig.74 Cálculo del momento límite

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad M_{lim} - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y_{lim} \cdot \left( 350 - \frac{y_{lim}}{2} \right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$M_{lim} - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 187,0 \cdot \left( 350 - \frac{187,0}{2} \right) = 0$$

$$M_{lim} = 183,5 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

El momento exterior respecto a la armadura  $A_1$  es:

$$N_d \cdot e = 300 \cdot 0,56 = 170,0 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Por tanto:

$$N_d \cdot e < M_{lim} \quad \Rightarrow \quad \text{NO NECESITA ARMADURA DE COMPRESION}$$

Conocida esta información se plantea un esquema de cálculo en flexión compuesta sin armadura de compresión (fig75)

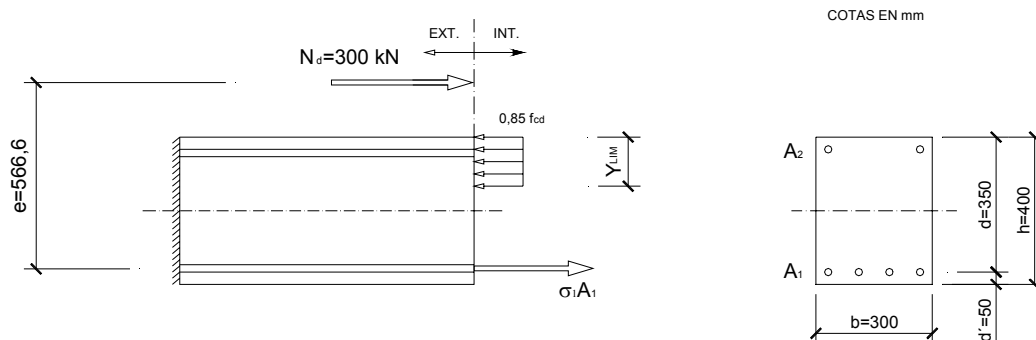


Fig.75 Esquema de cálculo de la sección

## ECUACIONES DE EQUILIBRIO

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.75):

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad 170,0 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 350 - \frac{y}{2} \right) = 0$$

$$170,0 \cdot 10^6 - 1338750 \cdot y + 1912,5 \cdot y^2 = 0$$

$$y = \frac{1338750 \pm \sqrt{(-1338750)^2 - 4 \cdot 1912,5 \cdot 170,0 \cdot 10^6}}{2 \cdot 1912,5}$$

$$y = \frac{1338750 \pm 701250}{2 \cdot 1912,5} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y_1 = 166,7 \text{ mm} \\ y_2 = 533,3 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 166,7 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial ( $\sum F_N = 0$ ) se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.75):

$$\sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 166,7 + 300 \cdot 10^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 337627,5 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 337,6 \text{ kN}$$

## POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.50)

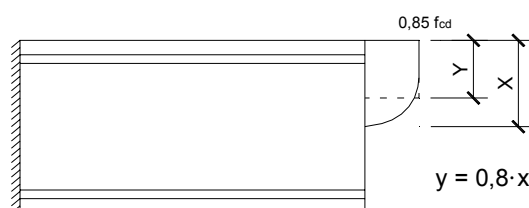


Fig.76 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{y}{0,8} = \frac{166,7}{0,8} = 208,4 \text{ mm}$$

$$x = 208,4 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.77)

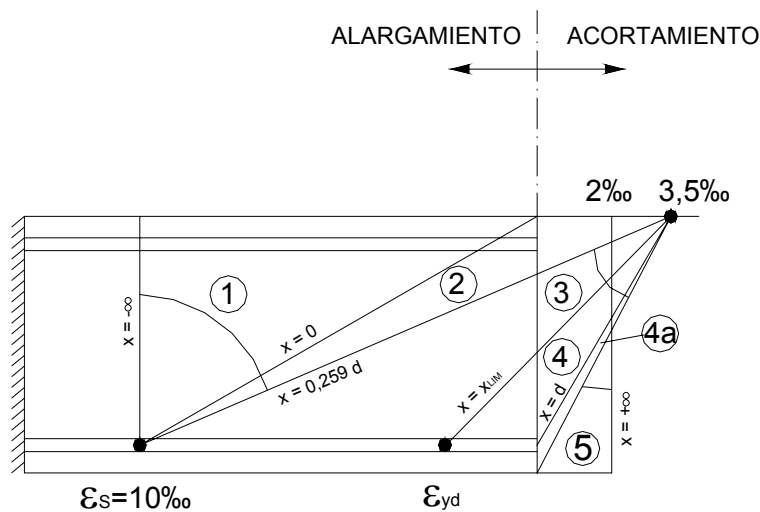


Fig.77 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \Rightarrow x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que según se ha calculado previamente tiene un valor de

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \Rightarrow 90,6 < 208,4 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

## CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\epsilon_s$ ) interpolando en la fig.78

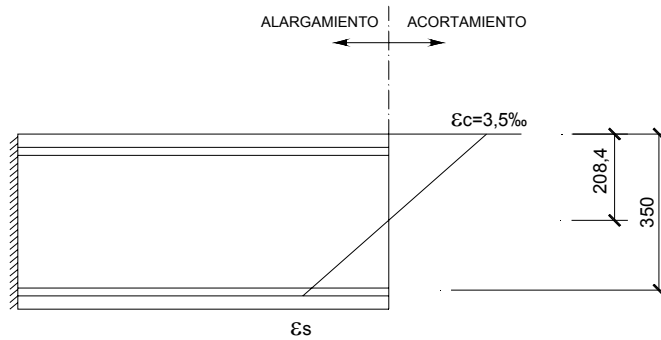


Fig.78 Cálculo de deformaciones

$$208,4 \cdot (3,5 + \epsilon_s) = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow \quad 208,4 \cdot 3,5 + 208,4 \cdot \epsilon_s = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow$$

$$\epsilon_s = \frac{3,5 \cdot (350 - 208,4)}{208,4} = 2,4\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero : $\epsilon_s = 2,4\text{‰}$	Hormigón : $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$
------------------------------------	---------------------------------------

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.79)

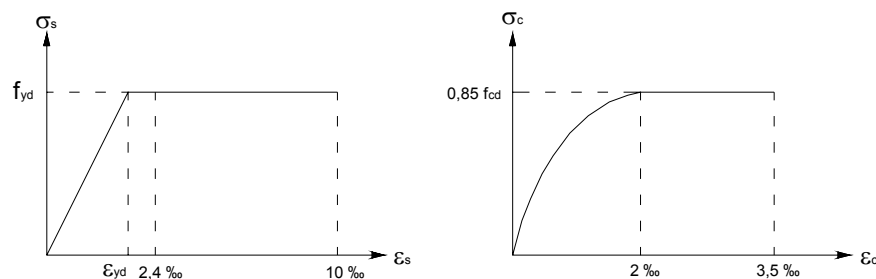


Fig.79 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que, tanto el hormigón como el acero, se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 337,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{337,6 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{337,6 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 970,6 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\begin{aligned} \sigma_1 \cdot A_1 &= 337,6 \text{ kN} & \Rightarrow & A_1 = 970,6 \text{ mm}^2 \\ \sigma_2 \cdot A_2 &= 0 \text{ kN} & \Rightarrow & A_2 = 0 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

## 5.2.FLEXION COMPUESTA CON ARMADURA SIMETRICA

En el caso de los pilares de las estructuras suele ser frecuente disponer armadura simétrica en ambas caras de la sección, es decir

$$A_1 = A_2$$

Cuando esto ocurre, aunque no sea imprescindible la armadura de compresión (tal y como se ha visto en 4.3), es conveniente tener en cuenta en el cálculo la colaboración que dicha armadura está prestando con el fin de optimizar la armadura del pilar.

Si se obliga a la sección a trabajar en dominio 3, puede aceptarse que ambas armaduras trabajaran a pleno rendimiento y desarrollaran de igual modo su máxima tensión  $f_{yd}$ . Por ello, puede admitirse como hipótesis el hecho de que dos armaduras de la misma sección trabajando a la misma tensión generan la misma fuerza

$$\sigma \cdot A$$

Con esta hipótesis, que sólo será válida en dominio 3, se representa el esquema de cálculo de la sección (fig.80)

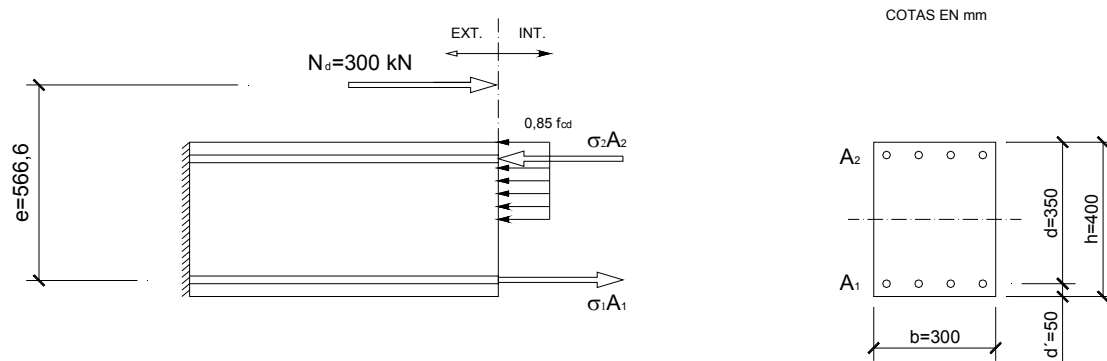


Fig.80 Esquema de cálculo de la sección

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma \cdot A - \sigma \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 300 \cdot 10^3 = 0$$

$$- 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 300 \cdot 10^3 = 0$$

$$y = 78,4 \text{ mm}$$

Planteando ahora la ecuación de equilibrio de momentos ( $\sum M_{A1} = 0$ ) se obtiene la fuerza que desarrollan las armaduras:

$$300 \cdot 10^3 \cdot 566,6 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 78,4 \cdot \left( 350 - \frac{78,4}{2} \right) - \sigma \cdot A \cdot (350 - 50) = 0$$

$$\sigma \cdot A = 255,9 \text{ kN}$$

### POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.81)

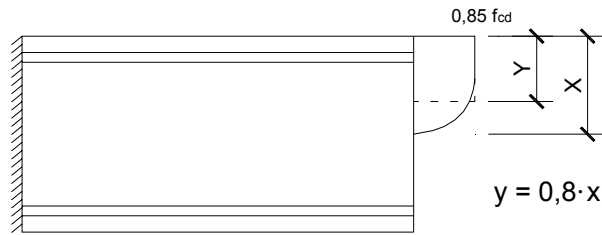


Fig.81 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{78,4}{0,8} = 98 \text{ mm}$$

$$x = 98 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION Y TENSION EN LAS ARMADURAS

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.82)

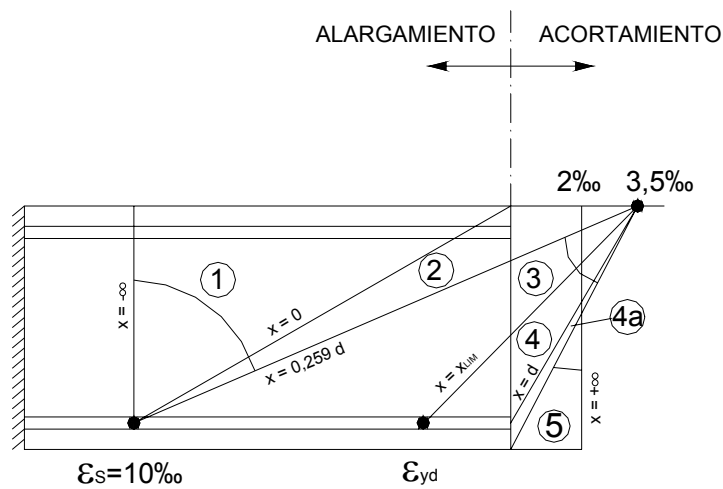


Fig.82 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que según se ha calculado en el apartado 5.1 tiene un valor de

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \quad \Rightarrow \quad 90,6 < 98 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\%$ .

Al encontrarse la sección en dominio 3 la tensión en ambas armaduras será la máxima que pueden desarrollar ( $f_{yd}$ )

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en las armaduras de acero, se obtiene la sección de acero necesaria

$$\sigma \cdot A = 255,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{255,9 \cdot 10^3}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{255,9 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 735,7 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma \cdot A = 255,9 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad A = 735,7 \text{ mm}^2$$

### 5.3.COMPRESION COMPUESTA

Supóngase el mismo pilar que se ha calculado en los apartados anteriores, con la misma sección de 300 x 400 (mm x mm), armadura simétrica y solicitado en esta ocasión por un momento flector  $M_d = 50 \text{ m}\cdot\text{kN}$  y un axial  $N_d = 2000 \text{ kN}$  (fig.83)

## E.L.U DE AGOTAMIENTO POR SOLICITACIONES NORMALES

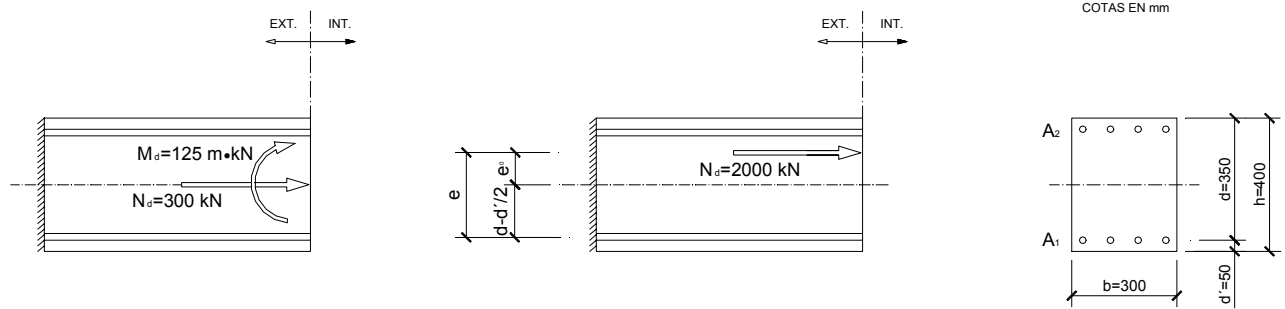


Fig.83 Solicitaciones y esquema de la sección

El valor de la excentricidad de primer orden y el de la excentricidad respecto a la armadura  $A_1$  viene dado por:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{50 \cdot 10^6}{2000 \cdot 10^3} = 25 \text{ mm}$$

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2} = 25 + \frac{350 - 50}{2} = 175 \text{ mm}$$

Ante esta sollicitación, y al no conocer a priori si se trata de flexión compuesta o compresión compuesta, se comienza suponiendo como hipótesis que se trata de un caso de flexión compuesta con armadura simétrica, con la cual el esquema de cálculo será el representado en la fig.84.

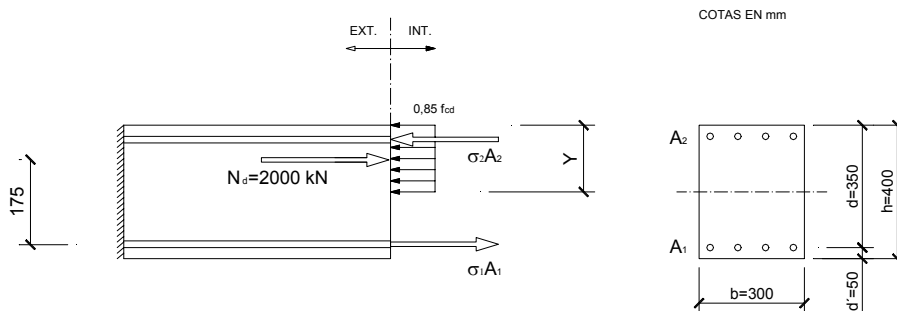


Fig.84 Esquema de cálculo de la sección.  
Hipótesis de flexión compuesta

## ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\begin{aligned} \sum F_N = 0 \quad & \sigma \cdot A - \sigma \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 2000 \cdot 10^3 = 0 \\ & - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 2000 \cdot 10^3 = 0 \end{aligned}$$

$$y = 522,9 \text{ mm}$$

La profundidad del bloque de compresiones obtenida es superior al canto de la sección (400 mm), lo cual pone de manifiesto que la hipótesis de flexión compuesta es falsa y que se trata de un caso de **compresión compuesta**.

Así pues, se inicia de nuevo el cálculo partiendo de un esquema de compresión compuesta (fig.85)

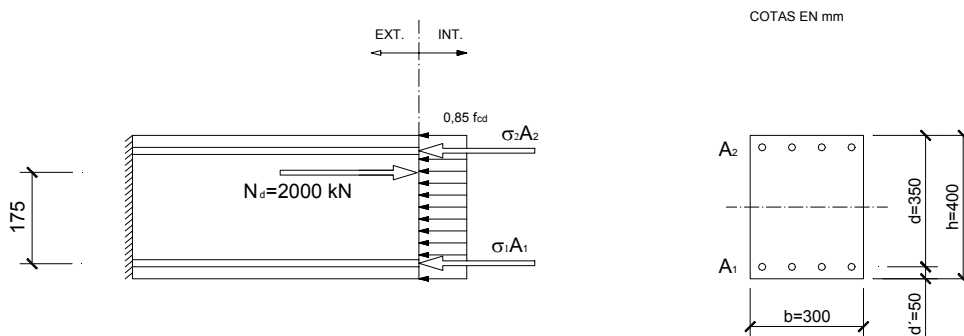


Fig.85 Esquema de cálculo de la sección. Hipótesis de compresión compuesta

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Planteando la ecuación de equilibrio de momentos ( $\sum M_{A1} = 0$ ) se obtiene la fuerza que desarrolla la armadura más comprimida :

$$2000 \cdot 10^3 \cdot 175 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 400 \cdot \left( \frac{400}{2} - 50 \right) - \sigma_2 \cdot A \cdot (350 - 50) = 0$$

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \text{ kN}$$

Analizando ahora el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura menos comprimida :

$$\sum F_N = 0 \quad 2000 \cdot 10^3 - 401,7 \cdot 10^3 - \sigma_1 \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 400 = 0$$

$$\sigma_1 \cdot A = 68,3 \text{ kN}$$

### DOMINIO DE DEFORMACION, TENSIONES Y SECCION DE ARMADURA

Al tratarse de un caso de compresión compuesta resulta evidente que la sección trabaja en dominio 5 (fig.86).

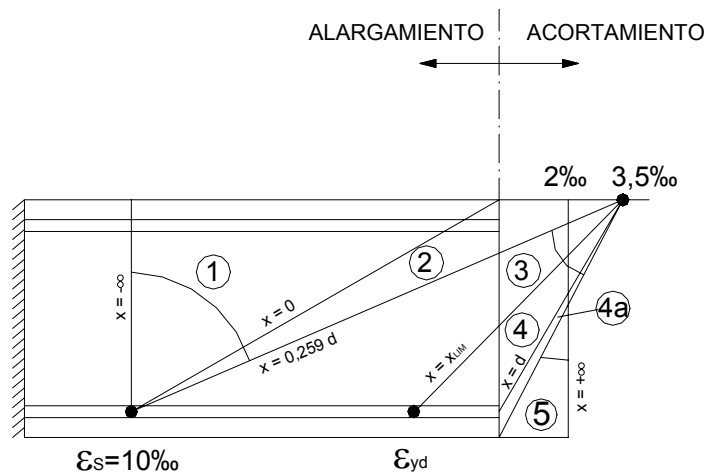


Fig.86 Dominios de deformación

Debido al hecho de que la fibra neutra se encuentra fuera de la sección y que se admite un bloque rectangular de compresiones del hormigón en toda la sección, las ecuaciones de equilibrio no proporcionan la posición exacta de la fibra neutra con lo cual el cálculo de las tensiones hay que hacerlo de forma indirecta.

A la vista del diagrama de dominios de deformación, lo que sí está claro en dominio 5, es que la deformación en la armadura más comprimida está comprendida entre 2‰ y 3,5‰. Por ello, se encuentra trabajando por encima de su límite elástico, y la tensión que desarrolla dicha armadura será

$$\sigma_2 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

Conocida la tensión en la armadura más comprimida la sección de acero necesaria vendrá dada por:

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{401,7 \cdot 10^3}{\sigma_2} \Rightarrow A = \frac{401,7 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 1154,9 \text{ mm}^2$$

Al ser la armadura simétrica, la sección de la armadura menos comprimida será la misma, por lo cual la tensión en dicha armadura será

$$\sigma_1 \cdot A = 68,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_1 = \frac{68,3 \cdot 10^3}{A} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{68,3 \cdot 10^3}{1154,9} = 59,14 \text{ N/mm}^2$$

Resultado que pone de manifiesto que la armadura menos comprimida se encuentra trabajando por debajo de su límite elástico.

RESULTADO:

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A = 68,3 \text{ kN}$$

$$A = 1154,9 \text{ mm}^2$$

## 6.DIAGRAMAS DE INTERACCION

Todos los cálculos expuestos para flexocompresión compuesta pueden realizarse rápidamente con ayuda de diagramas de interacción como el de la fig.87, obtenido del libro Hormigón Armado de P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabre

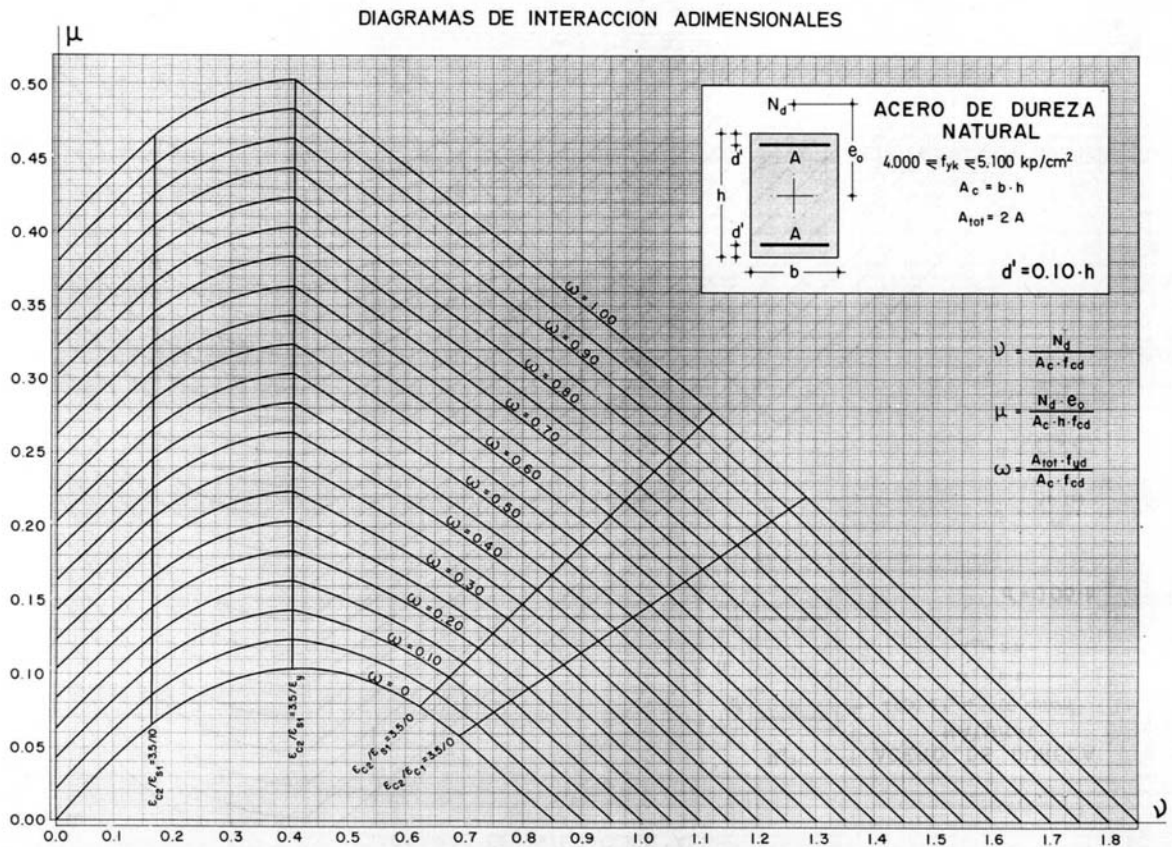


Fig.87 Diagrama de interacción

La utilización del ábaco es muy sencilla, basta con entrar en el eje de abscisas con el valor del axial reducido  $\nu$  y en el eje de ordenadas con el momento reducido  $\mu$  para obtener en las curvas del diagrama el área reducida  $\omega$

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad \mu = \frac{N_d \cdot e_o}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad \omega_{tot} = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Se resuelve a continuación, a modo de ejemplo, la sección calculada en el apartado 5.2 (fig.88)

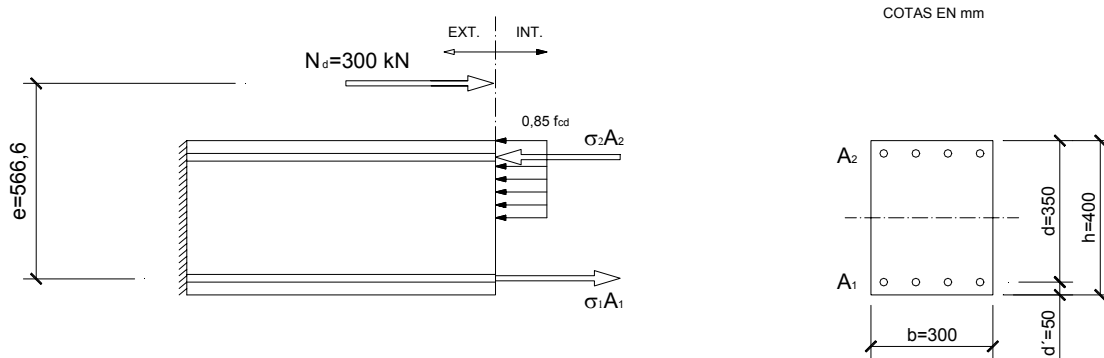


Fig.88 Esquema de cálculo de la sección

Se calcula en primer lugar el valor del axial reducido  $v$  y del momento reducido  $\mu$

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,17$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{125 \cdot 10^6}{300 \cdot 400^2 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,174$$

A continuación se selecciona el diagrama de interacción adimensional correspondiente a la relación  $d' / h$  de la sección. En este caso  $d' / h = 0,125$  por lo cual se promediará entre el resultado del diagrama de  $d' / h = 0,10$  y el de  $d' / h = 0,15$

Entrando en los diagramas de interacción indicados, se obtienen los siguientes valores de sección reducida

$$\omega = 0.27 \quad \omega = 0.31$$

Conocidas las secciones reducidas que proporcionan ambos diagramas, se adopta el valor promedio

$$\omega = 0.29$$

$$\omega = \frac{A_{\text{tot}} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \Rightarrow A_{\text{tot}} = \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,29 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5}}{\frac{400}{1,15}} = 1513,7 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{A_{\text{tot}}}{2} = \frac{1513,7}{2} = 756,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO

$$A = 756,8 \text{ mm}^2$$

## 7. CUANTIAS MINIMAS

### 7.1. CUANTIA MECANICA MINIMA

La norma EHE en su art.42.3 propone las siguientes cuantías mecánicas mínimas en función del tipo de sollicitación que presente la barra

#### FLEXION SIMPLE O COMPUESTA

La armadura de tracción tendrá que cumplir que:

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

En caso de que no se cumpla dicha condición se incrementará el valor armadura utilizando el factor  $\alpha$  que para secciones rectangulares viene dado por:

$$\alpha = 1,5 - 12,5 \cdot \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Por último, en los casos de flexión compuesta se recomienda disponer una armadura de compresión mínima que cumpla la condición:

$$A_2 \cdot f_{yd} \geq 0,05 \cdot N_d$$

#### COMPRESION SIMPLE O COMPUESTA

En compresión simple o compuesta, las armaduras principales en compresión deberán cumplir las limitaciones siguientes:

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0,05 \cdot N_d$$

$$A_1 \cdot f_{yd} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$$

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0,05 \cdot N_d$$

$$A_1 \cdot f_{yd} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$$

## 7.2.CUANTIA GEOMETRICA MINIMA

La norma EHE en su art. 42.3.5 establece las cuantía geométricas mínimas que figuran en la siguiente tabla

Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1.000, referidas a la sección total de hormigón

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		B 400 S	B 500 S
Pilares		4,0	4,0
Losas (*)		2,0	1,8
Vigas (**)		3,3	2,8
Muros (***)	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

(\*) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal repartida en las dos caras. Las losas apoyadas sobre el terreno requieren un estudio especial.

(\*\*) Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.

(\*\*\*) La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.

La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. Para muros vistos por una sola cara podrán disponerse hasta 2/3 de la armadura total en la cara vista. En el caso en que se dispongan juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse a la mitad.

## **BIBLIOGRAFIA**

EHE. Instrucción de Hormigón Estructural.  
Ed. Ministerio de Fomento (1998)

Curso de Hormigón Armado Según la EH – 82                      Luis Felipe Rodríguez Martín  
Ed. Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid. (1983)

Hormigón Armado.                      Alvaro García Meseguer  
Ed. Escuela de la edificación (UNED).(1994)

Hormigón Armado                      P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer, F. Morán Cabré  
Ed. Gustavo Gili

Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón                      José Calavera Ruiz  
Ed. INTEMAC. (1999)