



**UNIVERSIDAD DE
CASTILLA-LA MANCHA**

E.T.S.I. AGRONOMOS DE ALBACETE
DPTO. PRODUCCION VEGETAL Y TECNOLOGIA AGRARIA

E.L.U.AGOTAMIENTO POR CORTANTE

JESUS MONTERO MARTINEZ
PABLO GALLETERO MONTERO

CURSO DE CALCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO

Albacete, del 4 al 8 de octubre de 1999



ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE

ÍNDICE

1. COMPORTAMIENTO DE UNA PIEZA LINEAL DE HORMIGÓN ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES CORTANTES	1
1.1. Introducción	1
1.2. Distribución de tensiones cortantes en una sección de hormigón armado	2
1.2.1. Sección no fisurada con comportamiento elástico	3
1.2.2. Sección fisurada con comportamiento elástico	6
1.2.3. Sección fisurada con comportamiento plástico	8
1.2.4. Fisuración y rotura por cortante	8
1.3. La armadura transversal. Función y diseño	9
1.3.1. Concepto de “cosido” de las fisuras oblicuas producidas por el cortante	9
1.3.2. Dirección de cosido de la armadura transversal	10
1.3.3. Concepto de ramas de un cerco o estribo	11
2. CÁLCULO DEL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE EN ELEMENTOS LINEALES	11
2.1. Analogía de la celosía	11
2.2. Método de bielas y tirantes	13
2.3. Comprobaciones de agotamiento por cortante en elementos lineales, placas y losas	13
2.3.1.- Comprobación de agotamiento por compresión oblicua del alma	14
2.3.2.- Comprobación de agotamiento por tracción en el alma	17
2.4. El fenómeno del decalaje	20
2.4.1. Influencia sobre la armadura longitudinal: decalaje del diagrama de momentos	21
2.4.2. Influencia sobre la armadura transversal: secciones de cálculo	21
3. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS. DETALLES CONSTRUCTIVOS	22
4. BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA	27

ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE

Jesús Montero Martínez. Profesor Ayudante de la E.T.S.I.Agrónomos de Albacete. UCLM.

Pablo Galletero Montero. Profesor Titular de la E.T.S.I.Agrónomos de Albacete. UCLM.

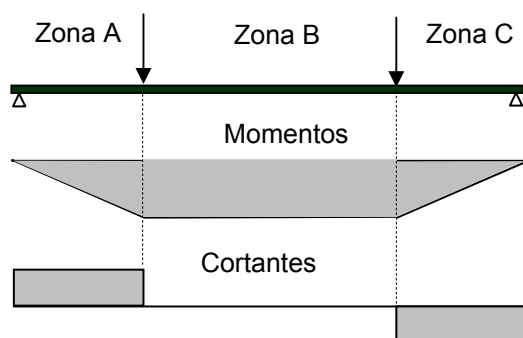
1. COMPORTAMIENTO DE UNA PIEZA LINEAL DE HORMIGÓN ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES CORTANTES

1.1. INTRODUCCIÓN

En la conferencia anterior se ha estudiado el comportamiento de una sección sometida a esfuerzos normales (momento flector (M) y esfuerzo axial (N)); esta sección formará parte de una pieza de hormigón armado.

Si todas las secciones de la pieza están sometidos a los mismos esfuerzos (flexión pura), el estudio de las tensiones se resume en el análisis de una sección cualquiera (zona B de la figura 1).

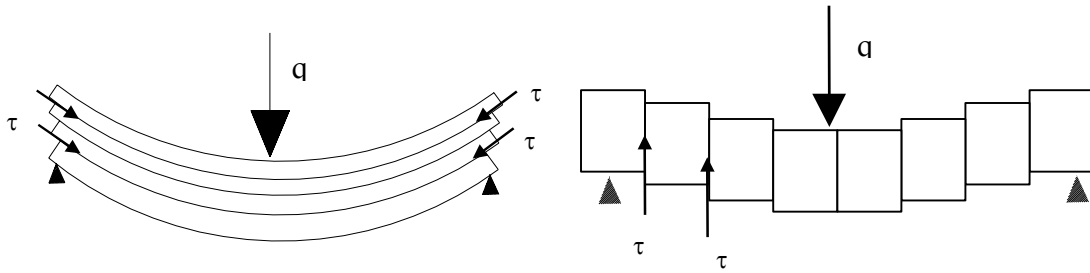
Figura 1. Viga sometida a distintos estados de tensiones: flexión pura y flexión simple.



En cambio, si los momentos flectores son variables (zonas A y C de la figura 1) la deformación de las distintas secciones es variable, tendiendo a deslizar unas respecto de otras, lo que genera, por reacción, la aparición de tensiones tangenciales que se oponen a tal deslizamiento (figura 2). Por ejemplo, suponemos una viga de hormigón compuesta por un conjunto de barras longitudinales independientes y sometida a un esfuerzo cortante; dicho esfuerzo

cortante provoca que las barras tiendan a deslizar unas sobre otras, apareciendo unas tensiones de cortadura que se oponen a este deslizamiento. Si ahora suponemos que la viga de hormigón está compuesta por una serie de tacos transversales, éstos tienden a deslizar entre sí, apareciendo de nuevo otras tensiones cortantes, paralelas a las superficies de contacto. Pues bien, esto es lo que le ocurre a una barra real sometida a un esfuerzo cortante.

Figura 2. Aparición de las tensiones cortantes en una barra sometida a esfuerzos cortantes



A la vez, se produce el alabeo de las secciones que en principio eran planas, dejando de cumplirse, en mayor o menor medida, la ley de Bernoulli-Navier.

Esto hace que el comportamiento de la pieza de hormigón armado frente a los esfuerzos cortantes sea más complejo de estudiar. Ya no vale el estudio de una sección de la barra, puesto que los mecanismos resistentes que se forman son tridimensionales.

Los elementos que hacen complejo este fenómeno son:

- la forma de la sección, su esbeltez y su posible variación a lo largo de la directriz de la pieza,
- la disposición de las armaduras longitudinales y transversales,
- la adherencia entre el acero y el hormigón,
- la naturaleza y posición de las cargas aplicadas, etc.

Por todo ello, no es fácil incluir todas estas variables en una teoría simple y práctica. Varias teorías han sido propuestas, pero no resultan del todo satisfactorias, a pesar de los esfuerzos que se dedican en la investigación y experimentación.

1.2. DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES CORTANTES EN UNA SECCIÓN DE HORMIGÓN ARMADO

El estudio de la distribución de tensiones cortantes en una sección de hormigón armado lo vamos a realizar planteando varias hipótesis de comportamiento de la misma, en función del estado de fisuración de la sección y de su comportamiento elástico o plástico. Estas situaciones pueden darse a la vez en distintas secciones de la misma barra, según la magnitud de los esfuerzos internos a los que estén sometidas.

Las situaciones planteadas son:

- Sección no fisurada con comportamiento elástico
- Sección fisurada con comportamiento elástico
- Sección fisurada con comportamiento plástico

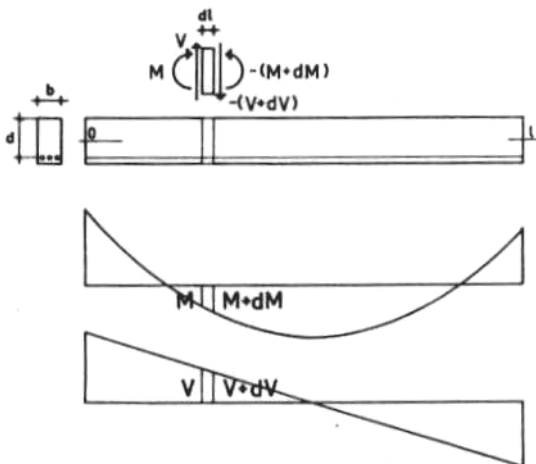
1.2.1. Sección no fisurada con comportamiento elástico

Esta hipótesis supone que los esfuerzos internos en la sección son tan moderados que la cara traccionada de la barra es capaz de aguantar las tensiones normales de tracción sin fisurarse; además el alargamiento-acortamiento de las fibras de la barra es directamente proporcional a las tensiones normales.

Consideramos una barra de hormigón armado sometida a flexión simple, lo cual indica que tendremos como esfuerzos internos unos momentos flectores (M) y unos esfuerzos cortantes (V) (figura 3).

Cortemos una rebanada diferencial de esa pieza de hormigón armado, de longitud dl y de anchura b , sometida a una serie de esfuerzos y de tensiones internas, manteniéndose en equilibrio. En general, el momento flector y el cortante serán variables a lo largo de la directriz de la viga, de manera que si una de las dos secciones que limitan la rebanada está sometida a M y a V , la otra sección estará sometida a $-(M+dM)$ y a $-(V+dV)$.

Figura 3. Esquema de una viga sometida a flexión simple y esfuerzos internos que aparecen



Al no estar fisurado el hormigón, las tensiones normales (σ) a las que están sometidos los distintos puntos de la sección sometida a M vienen dadas por la ley de NAVIER, tanto en las fibras traccionadas como en las comprimidas, según la expresión siguiente:

$$\sigma = \frac{M}{I_0} y \quad \text{ec. 1}$$

siendo

y : la distancia del punto considerado a la fibra neutra,
 I_0 : el momento de inercia de la sección.

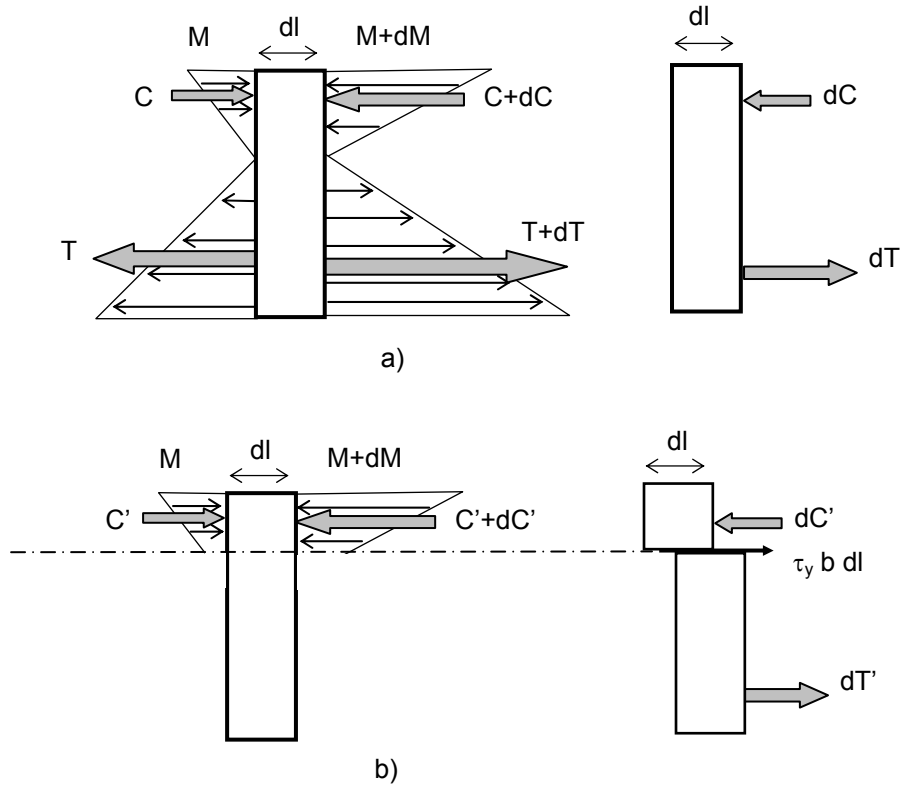
De forma análoga, en la sección en la que el momento valdrá $M+dM$, tendremos:

$$\sigma' = \frac{(M + dM)}{I_0} y \quad \text{ec. 2}$$

Así, las tensiones en una sección de la rebanada serán mayores que en la otra sección, y por lo tanto también lo serán los pares de fuerzas resultantes de las compresiones (C) y de las tracciones (T) (figura 4a). Intuitivamente se puede

comprobar cómo unas fibras tenderán a deslizarse respecto a otras, apareciendo internamente unas tensiones cortantes oponiéndose a ese deslizamiento.

Figura 4. Esquema de las tensiones normales en una rebanada de viga. Aparición de las tensiones cortantes



Si ahora cortamos una rebanada de viga paralela al eje longitudinal de la pieza, aparece una tensión tangencial cortante (τ_y) en la sección de corte (figura 4b), que se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\tau_y = \frac{dM \cdot S_{oy}}{b \cdot dl \cdot I_o} = \frac{V \cdot S_{oy}}{b \cdot I_o} \quad \text{ec. 3}$$

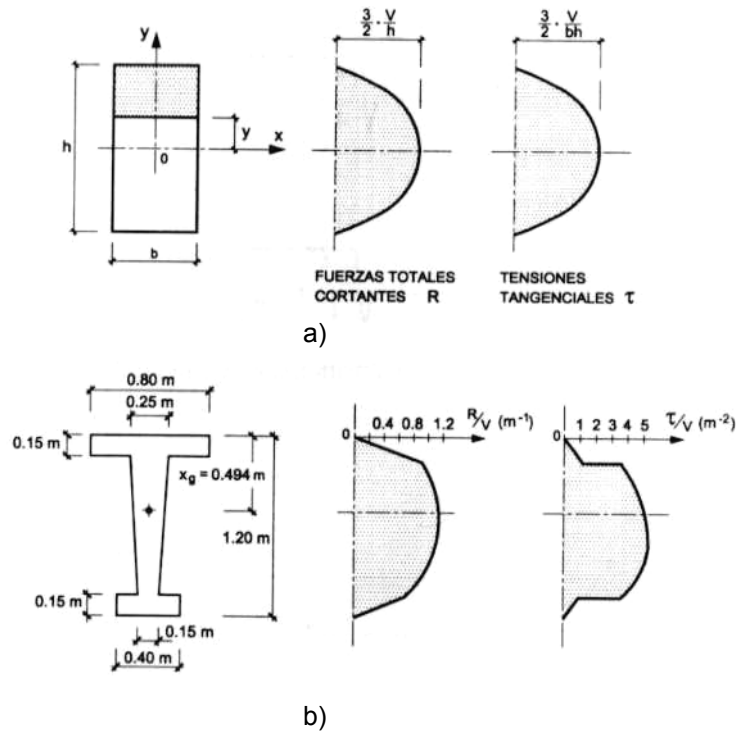
siendo S_{oy} el momento estático de la sección.

La expresión anterior representa una ley parabólica cuyo valor máximo está situado a la misma altura que el cdg de la sección, y puede calcularse con la expresión:

$$\tau_{\max} = \frac{V}{b \cdot z} \quad \text{ec. 4}$$

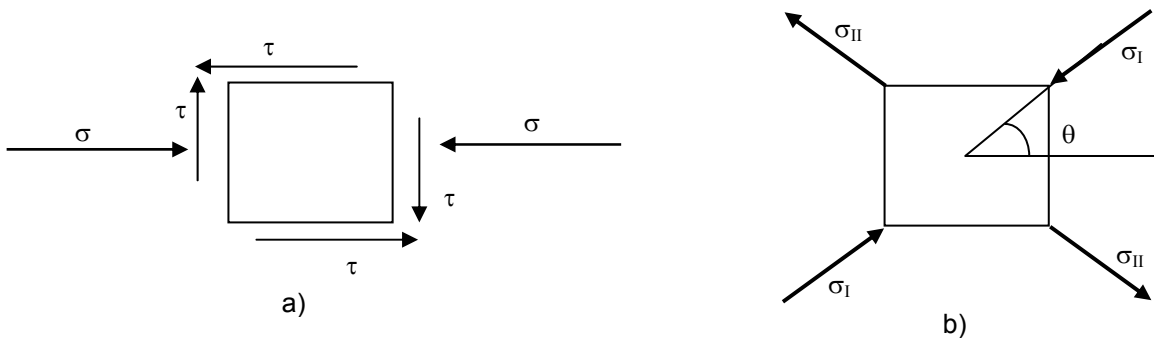
siendo z el brazo mecánico (el cociente entre el momento de inercia y el momento estático de la sección). Así, se comprueba como las tensiones tangenciales son mínimas en las fibras externas, y aumentan conforme se avanza al interior de la sección (figura 5). También aumentan conforme disminuye el ancho de la sección.

Figura 5. Distribución de las tensiones cortantes a lo largo de una sección rectangular y de otra en I



Analizando un cubo diferencial de pieza, para que se encuentre en equilibrio debe estar sometido a unas tensiones cortantes en las dos direcciones principales, y a unas tensiones normales en la dirección paralela al eje longitudinal de la barra (figura 6 a).

Figura 6. Tensiones cortantes y normales en un cubo diferencial, según los ejes principales (a), y tensiones principales (b)



Se definen las “tensiones principales” como las tensiones perpendiculares a los planos en los que son nulas las tensiones tangenciales. Con las expresiones de σ y de τ se puede calcular el valor de las tensiones principales en cualquier punto de la sección. De acuerdo con las fórmulas clásicas de la Teoría de la Elasticidad,

puede calcularse la tensión principal de compresión σ_I y la tensión principal de tracción σ_{II} , y el ángulo θ de la tensión principal σ_I con el eje de abscisas (figura 6 b).

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad \text{ec. 5}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad \text{ec. 6}$$

$$\text{tg } 2\theta = \frac{2\tau}{\sigma} \quad \text{ec. 7}$$

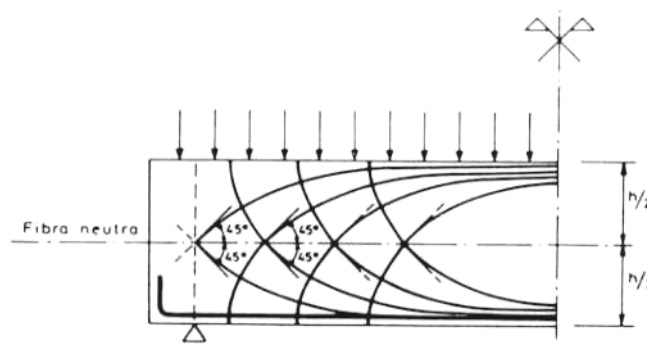
Las envolventes de las tensiones principales constituyen la red de isostáticas de la pieza. En la figura 7 se representan las líneas de isostáticas para una viga rectangular simplemente apoyada y sometida a una carga uniforme.

Se demuestra que a nivel de cdg, las tensiones principales son iguales a las tangenciales, puesto que σ es cero, y $\theta = 45^\circ$.

En cualquier punto de la sección central, las tensiones principales son iguales a σ ya que τ es cero, y $\theta = 0$.

Excepto en la fibra superior, en todos los demás puntos la tensión tangencial es distinta de cero, creciendo a medida que se trata de puntos más cercanos a la fibra neutra, al igual que lo hace el ángulo θ .

Figura 7. Red de isostáticas de una barra rectangular simplemente apoyada y sometida a una carga uniforme, sin producirse fisuración



1.2.2. Sección fisurada con comportamiento elástico

Vamos a considerar la misma sección de la pieza indicada en el caso anterior, pero suponiendo que se encuentra fisurada toda la zona de hormigón sometida a

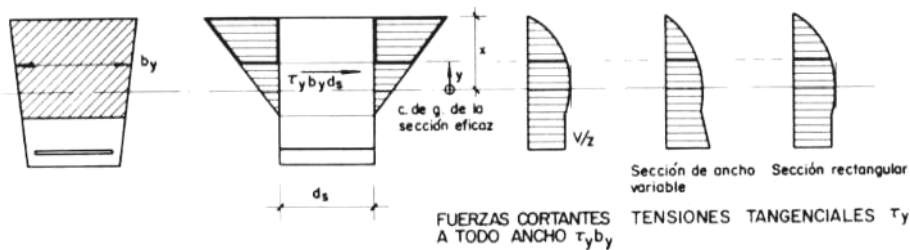
tracción, es decir, que se supera la resistencia a flexotracción del hormigón, y que se sigue manteniendo la proporcionalidad directa entre las tensiones normales y las deformaciones.

El valor de la tensión normal a una cierta distancia y del cdg de la sección fisurada, sometida a flexión simple, se obtiene aplicando la ley de Navier (figura 8):

$$\sigma = \frac{M}{I_e} y \quad \text{ec. 8}$$

siendo I_e el momento de inercia eficaz de la sección.

Figura 8. Esquema de las tensiones normales y cortantes en una sección elástica con fisuración



Análogamente al caso anterior, resulta para la tensión tangencial cortante:

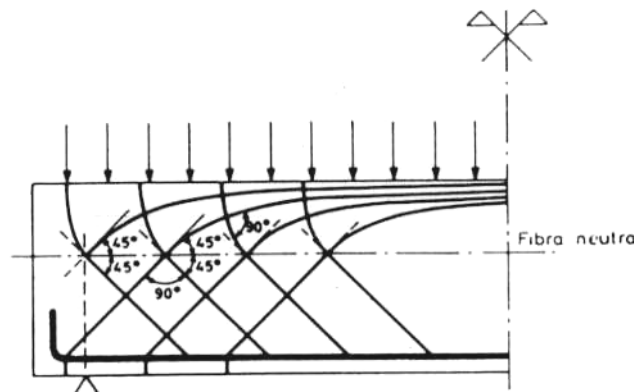
$$\tau_y = \frac{V \cdot S_{ey}}{b \cdot I_e} \quad \text{ec. 9}$$

siendo S_{ey} el momento estático de la parte de la sección eficaz situada por encima de la ordenada y , respecto al cdg de dicha sección eficaz.

La tensión tangencial alcanza su máximo en el cdg de la sección eficaz, y es constante por debajo de la fibra neutra, tal y como viene expresado en la figura 8.

$$\tau_{\max} = \frac{V}{b \cdot z} \quad \text{ec. 10}$$

Figura 9. Red de isostáticas de una barra rectangular simplemente apoyada y sometida a una carga uniforme, tras producirse la fisuración



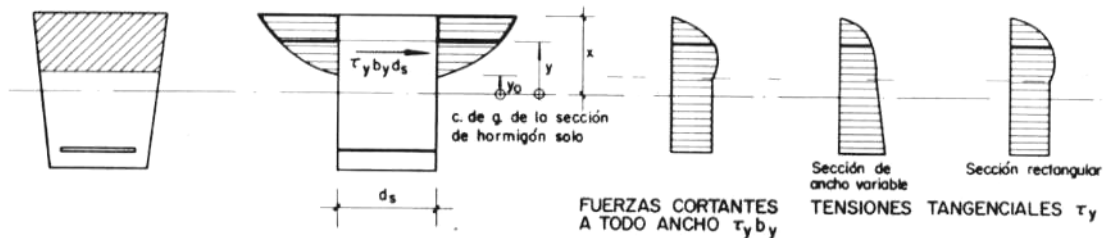
Analizando las líneas isostáticas para esta situación (figura 9) se comprueba que, al suponerse que por debajo de la fibra neutra (zona traccionada) el hormigón está totalmente fisurado, las correspondientes tensiones normales son nulas, y por tanto, $\sigma_1 = \tau$, y $\theta = 45^\circ$, con lo que en la zona traccionada las líneas isostáticas son dos familias de líneas rectas ortogonales entre sí e inclinadas 45° . La actuación de estas tensiones ortogonales, unas de tracción y otras de compresión, producen la formación de las fisuras.

1.2.3. Sección fisurada con comportamiento plástico

En los casos anteriores hemos analizado las distribuciones de tensiones tangenciales en zonas de débiles momentos flectores. Si el momento es importante, no sólo la sección estará fisurada, sino que la relación entre tensiones normales y deformaciones no será lineal, sino que estará representada por un diagrama parábola-rectángulo (figura 10). Esto produce una mayor complejidad en el conocimiento de las distribuciones de tensiones en la zona comprimida.

Las tensiones tangenciales se obtienen mediante las mismas expresiones deducidas anteriormente.

Figura 10. Esquema de las tensiones normales y cortantes en una sección no elástica con fisuración



1.2.4. Fisuración y rotura por cortante

Como se ha demostrado, el esfuerzo cortante puede producir unas fisuras en la cara traccionada de la pieza de hormigón. Estas fisuras reducen la resistencia del hormigón y pueden provocar su rotura.

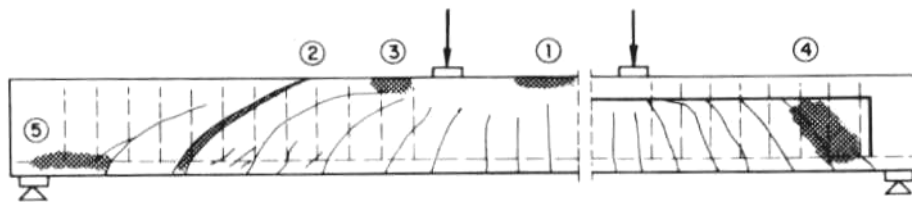
En la figura 11 se muestra esquemáticamente las distintas formas de rotura que pueden presentarse en una viga esbelta. Son las siguientes:

- Rotura por flexión pura (1): se produce, en vigas armadas con cuantías normales, al alcanzarse una deformación excesiva de la armadura de tracción, que origina una subida de la fibra neutra hasta que el hormigón comprimido es incapaz de equilibrar las tracciones. Si la cuantía de la armadura de tracción es alta, puede romperse el hormigón sin que llegue a alcanzar su límite elástico.

- Rotura por cortante (2): producida por las fisuras inclinadas debidas a las tensiones principales de tracción. Cuando las armaduras transversales de la viga son claramente insuficientes, la zona comprimida de hormigón debe resistir una parte importante del cortante; si éste crece, la fisura progresa hasta el borde superior.
- Rotura por flexión y cortante (3): si las armaduras transversales de la viga son ligeramente insuficientes, las fisuras suben bastante más arriba en la zona sometida a flexión y cortante que en la zona en flexión pura, produciéndose una disminución de la capacidad resistente del hormigón comprimido, que puede llevar a la rotura aun en zonas en las que el momento no es máximo.
- Rotura por compresión del alma (4): puede producirse en las secciones en T o doble T de alma delgada, si las tensiones principales de compresión llegan a superar la resistencia del hormigón.
- Rotura por deslizamiento de las armaduras (5): las tensiones de la armadura en tracción crecen del apoyo hacia el centro de la viga. Este aumento, proporcional al esfuerzo cortante, se consigue gracias a las tensiones de adherencia entre hormigón y acero. Si el cortante aumenta y no se han previsto los anclajes y las armaduras transversales necesarias, puede producirse la rotura.

El objeto de las armaduras transversales es el de proporcionar una seguridad razonable frente a estos tipos de rotura y mantener la fisuración dentro de unos límites admisibles.

Figura 11. Formas de rotura en una viga



1.3. LA ARMADURA TRANSVERSAL. FUNCIÓN Y DISEÑO

1.3.1. Concepto de “cosido” de las fisuras oblicuas producidas por el cortante

En los puntos anteriores ha quedado demostrado que el efecto de los esfuerzos cortantes sobre una pieza de hormigón armado es la producción de unas fisuras oblicuas (que tienen una inclinación aproximada de 45°), que reducen la resistencia de las piezas y pueden provocar su rotura.

¿Qué solución puede adoptarse para solucionar esto? La solución encontrada es muy sencilla: “coser” estas fisuras por medio de unas barras de acero (figura 12), que forman la denominada “armadura transversal”. Estas armaduras habrán de estar convenientemente ancladas a ambos lados de las posibles fisuras, con objeto de asegurar su resistencia a los esfuerzos que las solicitan, sin deslizamientos respecto al hormigón.

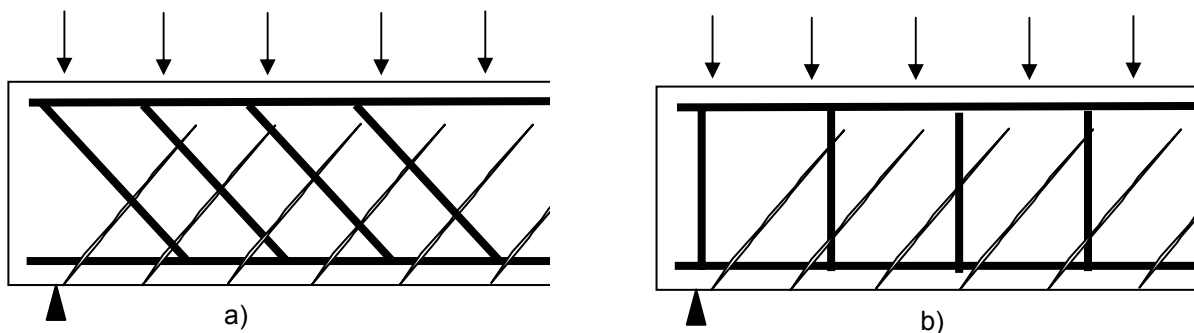
Figura 12. Formación de fisuras y cosido con la armadura transversal



1.3.2. Dirección de cosido de la armadura transversal

Teóricamente, la disposición óptima de las armaduras transversales sería aquella que se dispusiese perpendicular a la dirección de las fisuras, es decir, inclinadas 45° respecto a la directriz de la barra (figura 13a). Esto conlleva ciertos problemas constructivos relativos a la incomodidad y lentitud en la ejecución de la armadura; además sólo se lograría el objetivo deseado para una hipótesis de carga y no quedaría garantizada la compatibilidad de deformaciones, ya que la deformación en las armaduras es mayor que la del hormigón, ocasionando la fisuración de éste y la correspondiente redistribución de tensiones.

Figura 13. Cercos inclinados y cercos verticales



Por ello, en la práctica se disponen los estribos rectos (figura 13b), es decir, perpendiculares a la directriz de la barra, pues es mucho más fácil el montaje.

Excepcionalmente se disponen estribos inclinados o barras levantadas. Los primeros son independientes de la armadura longitudinal, a la que rodean, teniendo un diámetro inferior a las mismas. Las barras levantadas son barras de la armadura de tracción que, allí donde dejan de ser necesarias para resistir el momento flector, se doblan (habitualmente 45°) y se suben hasta el cordón comprimido para anclarlas allí o prolongarlas formando parte de la armadura longitudinal de compresión.

1.3.3. Concepto de ramas de un cerco o estribo

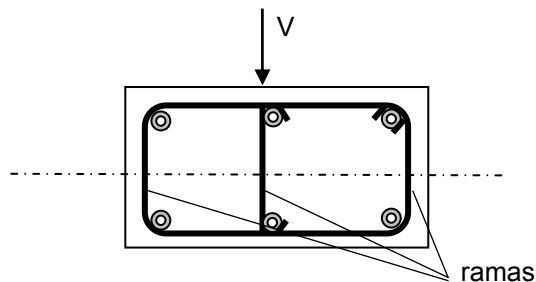
Las ramas son todas aquellas barras de la armadura transversal que se disponen ortogonalmente al eje de flexión de la barra, y paralelas a los esfuerzos cortantes (figura 14). Son las barras que efectúan el “cosido” de las fisuras de hormigón.

Las ramas deben de estar sujetas en sus extremos por dos barras perpendiculares a ellas y entre sí.

Los cercos también refuerzan la armadura longitudinal frente a la esbeltez; para que los cercos arriostren eficazmente la armadura longitudinal, es preciso que sujeten realmente las barras longitudinales en compresión, evitando su pandeo.

La elección del número de ramas que debe disponerse se hace siguiendo la norma EHE (art. 42.3.1) según viene descrito en el apartado 3.

Figura 14. Ramas de la armadura transversal



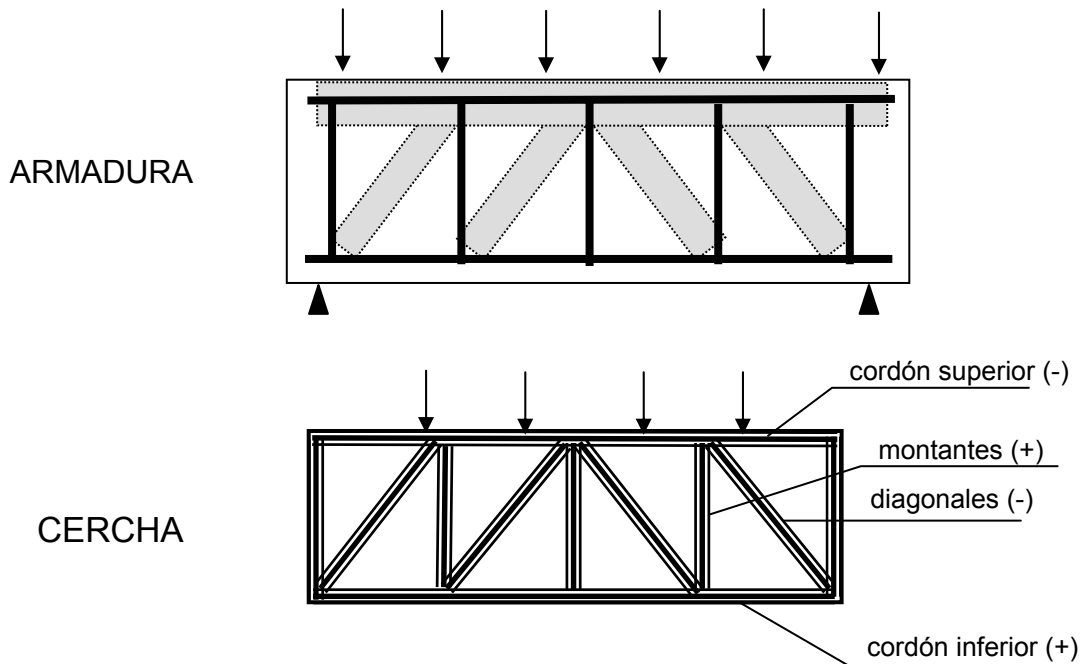
2. CÁLCULO DEL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE EN ELEMENTOS LINEALES

2.1. ANALOGÍA DE LA CELOSÍA

Una forma sencilla de estudiar el comportamiento de una barra de hormigón armado frente a esfuerzos cortantes consiste en asimilarla a una celosía de cordones horizontales simplemente apoyada, según desarrollaron Ritter y Morsch en 1900. Según puede comprobarse en la figura 15, la armadura longitudinal de compresión es semejante al cordón superior de la cercha, trabajando a compresión; la armadura longitudinal de tracción se asemeja al cordón inferior, encontrándose

traccionado; los cercos o estribos también se encuentran traccionados, al igual que los montantes de la cercha; por último, existen unas bandas oblicuas de hormigón que se encuentran comprimidas, tal y como están las barras diagonales de la cercha. Dichas bandas virtuales de hormigón comprimido son las llamadas “bielas”, y están limitadas por dos fisuras consecutivas.

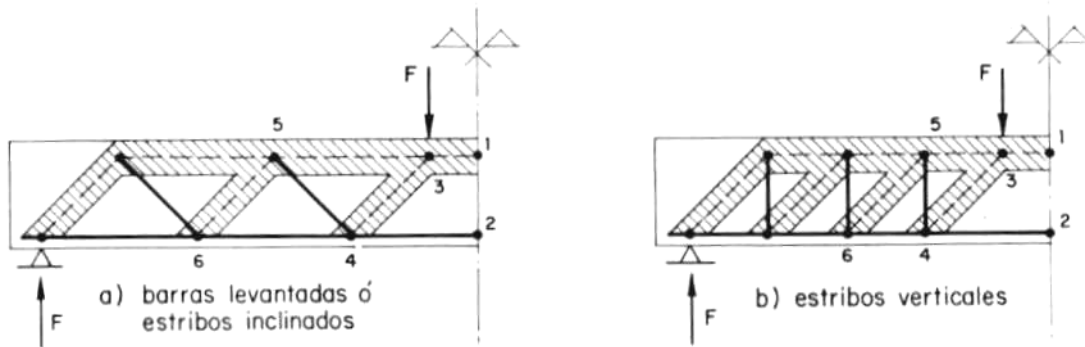
Figura 15. Método de la analogía de la celosía (+ tracción; - compresión)



El funcionamiento de la celosía es claro, siguiendo la figura 16. La fuerza cortante F se descompone en dos fuerzas de compresión que actúan sobre el cordón 3-1 y sobre la biela 3-4; la fuerza actuante sobre esta biela, al llegar al nudo 4, tiene como componente vertical la misma fuerza F , traccionando a su vez la armadura longitudinal (cordón 4-2) y la armadura transversal (rama 4-5), y ésta transfiere íntegramente la componente vertical de nuevo al bloque comprimido (nudo 5), reiniciándose de nuevo el proceso. Así, la fuerza F se transmite por la celosía hasta llegar íntegramente al apoyo.

Las bielas de hormigón se suponen articuladas en el cordón comprimido, hipótesis ésta que actualmente está en revisión. Por otra parte, se venía admitiendo una inclinación $\beta=45^\circ$ para estas bielas, pero los ensayos de Leonhardt han demostrado que puede bajar hasta 30° , lo que mejora la resistencia a cortante (Jiménez Montoya *et al.*, 1987).

Figura 16. Comportamiento de la celosía



2.2. MÉTODO DE BIELAS Y TIRANTES

Para el análisis de la capacidad resistente de las estructuras de hormigón frente a esfuerzos cortantes, la Norma EHE establece como método general de cálculo el de Bielas y Tirantes (art. 24, 40 y 44), que debe utilizarse en todos aquellos elementos estructurales o partes de los mismos que estén sometidos a sollicitaciones tangentes según un plano conocido, y no correspondan a los casos particulares tratados de forma explícita en la EHE, tales como elementos lineales, placas y losas (art. 44.2).

Este método de Bielas y Tirantes consiste en sustituir la estructura o parte de ella, por una estructura de barras articuladas que representa su comportamiento. Los elementos de este modelo son las bielas (zona de compresiones de hormigón de ancho uniforme o variable), los tirantes (habitualmente constituidos por las armaduras de tracción) y los nudos (zonas de intersección de los campos de compresiones con los de tracciones).

2.3. COMPROBACIONES DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE EN ELEMENTOS LINEALES, PLACAS Y LOSAS

La Norma EHE recoge en su artículo 44.2 las condiciones de comprobación de agotamiento por cortante de aplicación exclusiva a elementos lineales sometidos a esfuerzos combinados de flexión, cortante y axial (compresión o tracción) y a placas o losas trabajando fundamentalmente en una dirección, como un caso particular del método general de Bielas y Tirantes.

Así, se consideran elementos lineales aquellos cuya distancia entre puntos de momento nulo es igual superior a dos veces su canto total y cuya anchura es igual o inferior a cinco veces dicho canto, pudiendo ser su directriz recta o curva, mientras

que se denominan placas o losas a los elementos superficiales planos, de sección llena o aligerada, cargados normalmente en su plano medio.

Para los cálculos correspondientes al Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante, la sección resistente del hormigón se obtendrá a partir de las dimensiones reales de la pieza.

La EHE define el esfuerzo cortante efectivo mediante la siguiente expresión:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd} \quad \text{ec. 11}$$

donde:

V_d es el valor de cálculo del esfuerzo cortante producido por las acciones exteriores,

V_{pd} es el valor de cálculo de la componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección en estudio,

V_{cd} es el valor de cálculo de la componente paralela a la sección de la resultante de tensiones normales (compresión o tracción) sobre las fibras longitudinales de hormigón, en piezas de sección variable.

La Norma EHE, en su artículo 44.2.3, dice que el Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante se puede alcanzar, ya sea por agotarse la resistencia a compresión del alma, o por agotarse su resistencia a tracción. Por ello, es necesario que se cumpla simultáneamente:

$$V_{rd} \leq V_{u1} \quad \text{ec. 12}$$

$$V_{rd} \leq V_{u2} \quad \text{ec. 13}$$

siendo:

V_d el valor del esfuerzo cortante efectivo,

V_{u1} el esfuerzo cortante que aguanta por compresión oblicua del alma (bielas),

V_{u2} el esfuerzo cortante que aguanta por tracción del alma (cercos).

La comprobación del agotamiento por compresión oblicua del alma se realizará en el borde del apoyo, y no en su eje; esta comprobación no será necesaria en piezas sin armadura transversal.

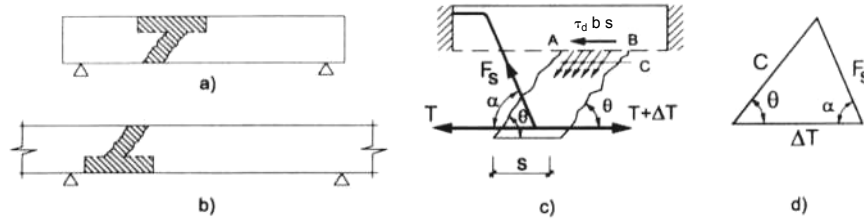
La comprobación correspondiente al agotamiento por tracción en el alma se efectúa para una sección situada a una distancia de un canto útil del borde del apoyo directo.

2.3.1.- Comprobación de agotamiento por compresión oblicua del alma

Supóngase un trozo de viga entre dos fisuras consecutivas, comprendiendo una biela de hormigón y la correspondiente parte del bloque comprimido (figura 17). Para dar mayor generalidad, se supone que las armaduras transversales forman un

ángulo α con la directriz de la pieza, y que el hormigón está fisurado a lo largo de líneas que forman un ángulo θ con dicha directriz.

Figura 17. Análisis de un nudo de hormigón



Estableciendo el equilibrio de fuerzas en la biela, se forma el triángulo dado, del cual se deduce:

$$\frac{C}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\Delta T}{\operatorname{sen}[180 - (\alpha + \theta)]} = \frac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha + \theta)} \quad \text{ec. 14}$$

siendo

$$C = b s \operatorname{sen} \theta \quad \text{ec. 15}$$

y

$$\Delta T = \tau_d b s \quad \text{ec. 16}$$

donde C es la resultante de las tensiones de compresión sobre la sección recta de la biela, T la fuerza ejercida por la armadura de tracción, y τ_d la tensión tangencial en la sección AB de empotramiento (de ancho s y de profundidad b).

De las ecuaciones anteriores se deduce que:

$$\frac{\sigma_c b s \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\tau_d b s}{\operatorname{sen}(\alpha + \theta)} \quad \text{ec. 17}$$

de donde:

$$\tau_d = \sigma_c \frac{\operatorname{sen}^2 \theta (\operatorname{sen} \alpha \cos \theta + \cos \alpha \operatorname{sen} \theta)}{\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \theta} = \sigma_c \operatorname{sen}^2 \theta (\cot g \alpha - \cot g \theta) \quad \text{ec. 18}$$

siendo σ_c la tensión de compresión del hormigón en la biela comprimida.

Puesto que la capacidad resistente del hormigón de las bielas disminuye debido a la fisuración de las mismas y al efecto provocado por la presencia de tirantes que lo atraviesan, la EHE (art. 40.3.2) establece que:

$$\sigma_c = 0,6 f_{cd} \quad \text{ec. 19}$$

y sabiendo que

$$V_{rd} \leq V_{u1} = \tau_d b d \quad \text{ec. 20}$$

se concluye que

$$V_{rd} \leq 0,6 f_{cd} b d \operatorname{sen}^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad \text{ec. 21}$$

En el caso de que existan familias de armaduras transversales con inclinaciones diferentes, se puede adoptar como valor medio de α el definido por la siguiente expresión (EHE, art. 44.2.3.1):

$$\cotg \alpha = \frac{\sum A_i \cotg \alpha_i}{\sum A_i} \quad \text{ec. 22}$$

siendo A_i el área de la sección por unidad de longitud de las armaduras que forman un ángulo α_i con el eje de la pieza.

La Norma EHE admite que el ángulo θ cumplirá (art. 44.2.3.1) que:

$$0,5 \leq \cotg \theta \leq 2,0 \quad \text{ec. 23}$$

o lo que es lo mismo, θ tomará valores entre $26,6^\circ$ y $63,4^\circ$. Por lo general, admitiéndose que el ángulo θ es constante e igual a 45° , la ecuación anterior queda así:

$$V_{rd} \leq 0,3 f_{cd} b d (\cotg \alpha + 1) \not\geq 0,45 f_{cd} b d \quad \text{ec. 24}$$

siendo la segunda limitación, que establece que el esfuerzo cortante de cálculo en el borde interior del apoyo no debe ser mayor que el 45% de la capacidad mecánica de la sección útil de hormigón, una condición adicional establecida por la EHE.

Particularizando para los casos de estribos rectos y de barras levantadas a 45° se obtiene:

$$\text{Estrigos rectos: } \alpha=90^\circ \Rightarrow V_{rd} \leq 0,3 f_{cd} b d \quad \text{ec. 25}$$

$$\text{Barras a } 45^\circ: \alpha=45^\circ \Rightarrow V_{rd} \leq 0,45 f_{cd} b d \quad \text{ec. 26}$$

En el caso de que la pieza esté sometida a la vez a un esfuerzo axial, al valor de V_{u1} se le aplicará un coeficiente de reducción K , calculado de la siguiente forma:

$$K = \frac{5}{3} \left(1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right) \not\geq 1 \quad \text{ec. 27}$$

siendo:

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} \quad \text{ec. 28}$$

donde N_d es el esfuerzo axial de cálculo (positivo si es de tracción), y A_c el área total de la sección de hormigón.

Si no se cumple la comprobación de que $V_d \leq V_{u1}$, entonces es recomendable aumentar la sección de la pieza.

2.3.2.- Comprobación de agotamiento por tracción en el alma

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma (v_{u2}) vale:

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} \quad \text{ec. 29}$$

siendo:

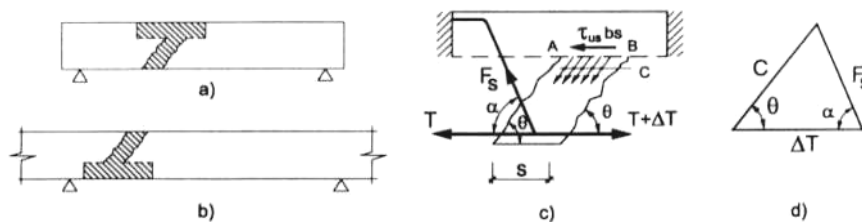
V_{su} la contribución de la armadura transversal frente al esfuerzo cortante,
 V_{cu} la contribución del hormigón frente al esfuerzo cortante.

Esfuerzo cortante resistido por la armadura (V_{su}):

Para calcular el esfuerzo de tracción V_{su} absorbido por los cercos, se parte del polígono de fuerzas representado en la figura 18, estableciendo el equilibrio entre la fuerza de tracción de la armadura transversal (F_s), la resultante de las compresiones en la biela entre las dos fisuras (C) y el esfuerzo rasante en el plano AB (τ_{su}), deduciéndose que:

$$\frac{F_s}{\text{sen } \theta} = \frac{\Delta T}{\text{sen } (\alpha + \theta)} \quad \text{ec. 30}$$

Figura 18. Análisis de un nudo de hormigón



Teniendo en cuenta que:

$$\Delta T = \tau_{su} b s \quad \text{ec. 31}$$

y

$$V_{su} = \tau_{su} b z \quad \text{ec. 32}$$

siendo:

z el brazo mecánico, calculado como $z=0,9 d$,
 d el canto útil.

Despejando la tensión rasante:

$$\tau_{su} = \frac{V_{su}}{0,9 b d} \quad \text{ec. 33}$$

De estas ecuaciones se deduce:

$$\frac{F_s}{\text{sen } \theta} = \frac{\frac{V_{su}}{0,9 b d} b s}{\text{sen } (\alpha + \theta)} \quad \text{ec. 34}$$

de donde:

$$V_{su} = 0,9 d \left(\frac{F_s}{s} \right) \frac{\text{sen } \alpha \cos \theta + \cos \alpha \text{ sen } \theta}{\text{sen } \theta} \quad \text{ec. 35}$$

denominando:

$$F_s = A_{st} f_{yd} \quad \text{ec. 36}$$

donde A_{st} es el área de la armadura transversal en la longitud s , y f_{yd} su límite elástico (no mayor de 400 N/mm^2 , según la EHE).

Igualmente se define A_α como el área de la armadura transversal por unidad de longitud, calculado como:

$$A_\alpha = \frac{A_{st}}{s} = \frac{n \pi \varnothing_t^2}{4 s} \quad \text{ec. 37}$$

siendo n el número de ramas de la armadura transversal y \varnothing_t el diámetro del cerco.

De esta forma, la ecuación 35 se transforma en

$$V_{su} = 0,9 d A_\alpha f_{yd} (\text{sen } \alpha \cotg \theta + \cos \alpha) \quad \text{ec. 38}$$

Si se adopta para el ángulo de fisuración oblicua un valor $\theta=45^\circ$, entonces:

$$V_{su} = 0,9 d A_\alpha f_{yd} (\text{sen } \alpha + \cos \alpha) \quad \text{ec. 39}$$

Si se particulariza para los casos de estribos rectos y de barras levantadas a 45° se obtiene:

$$\text{Estribos rectos: } \alpha=90^\circ \Rightarrow V_{su} = 0,9 d A_\alpha f_{yd} \quad \text{ec. 40}$$

$$\text{Barras a } 45^\circ: \alpha=45^\circ \Rightarrow V_{su} = 0,9 \sqrt{2} d A_\alpha f_{yd} \quad \text{ec. 41}$$

Si no se cumple la comprobación de que $V_{rd} \leq V_{u2}$, entonces se recomienda aumentar A_α , es decir, aumentar la armadura transversal (aumentando el número de ramas, aumentando el diámetro de los cercos o disminuyendo su separación).

Esfuerzo cortante resistido por el hormigón (V_{cu}):

El esfuerzo cortante resistido por el hormigón puede deducirse de la fórmula experimental siguiente:

$$V_{cu} = [0,10 \xi (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} - 0,15 \sigma'_{cd}] b d \quad \text{ec. 42}$$

con f_{ck} expresado en N/mm^2 , siendo:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, \quad \text{con } d \text{ en mm} \quad \text{ec. 43}$$

y ρ_1 la cuantía geométrica de la armadura longitudinal traccionada, anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección de estudio, y calculado como:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b d} \not\leq 0,02 \quad \text{ec. 44}$$

donde A_s es el área de la armadura principal de tracción.

El coeficiente ξ recoge el fenómeno, contrastado por la experimentación, de que la resistencia unitaria a cortante ($V_{cu}/b_o d$) crece al reducirse el canto (Calavera, 1999).

El término $0,15 \sigma'_{cd}$ reduce el valor del esfuerzo cortante resistente por el bloque de hormigón cuando existe un esfuerzo axial de tracción, y en cambio lo aumenta si el axial es de compresión. En el caso de flexión simple, $N_d = 0$ y por tanto $\sigma'_{cd} = 0$.

La fórmula 42 está basada en ensayos con acero B400S. Si se emplea acero B500S puede multiplicarse el valor de ρ_1 por 1,25, y el límite de 0,02 debe reducirse a 0,016 (Calavera, 1999).

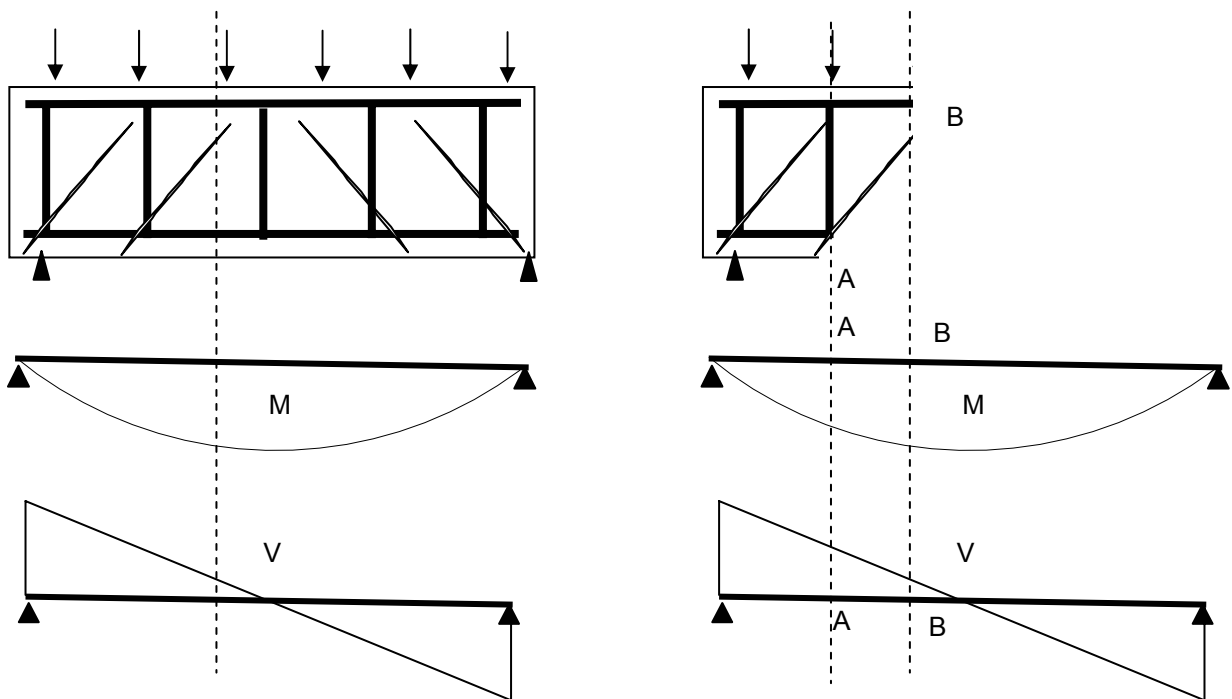
2.4. EL FENÓMENO DEL DECALAJE

Dada una viga de hormigón donde se ha producido la fisuración, en una determinada sección no coinciden el valor de los esfuerzos internos de momentos y de cortantes, con el esfuerzo real que tiene que soportar dicha sección, debido al fenómeno conocido como *decalaje*.

En la figura 19 se representa una viga fisurada y sus esfuerzos internos, a la que se le efectúa un corte por el punto B, resultando el sólido que aparece en la figura, con una cara oblicua debido a la presencia de las fisuras.

Debido a esa cara oblicua, el momento flector que existe en el punto B viaja hasta la armadura longitudinal de tracción, llegando al punto A; por lo tanto, el punto A soporta un momento flector mayor del que le correspondería si no hubiese fisuras (donde la sección de corte sería perpendicular a la directriz de la barra. De la misma forma, el cerco de la armadura transversal que se encuentra en el punto A no soporta el esfuerzo cortante de ese punto, sino el del punto B (en este caso menor). Éste es el fenómeno del decalaje.

Figura 19. Fenómeno del decalaje

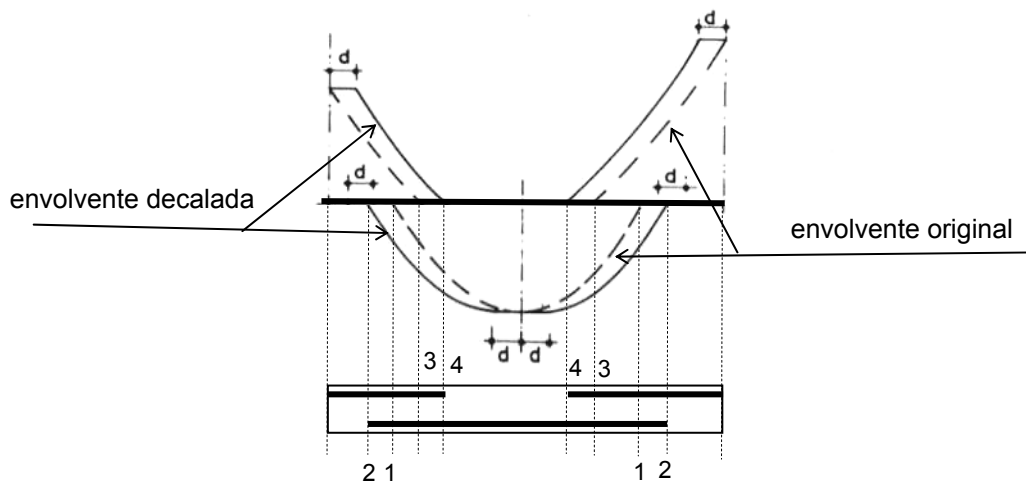


2.4.1. Influencia sobre la armadura longitudinal: decalaje del diagrama de momentos

Tal y como recoge la Norma EHE, el diagrama de momentos debe ser desplazado la distancia de un canto útil (d) en el sentido más desfavorable (hacia donde se incrementan los momentos), tal y como aparece en la figura 20.

Esto hay que tenerlo en cuenta a la hora de ver donde terminan las armaduras longitudinales, cuando cambia el signo del diagrama de momentos. Por ejemplo, en la figura 20 se ha representado el diagrama de envolventes de momentos flectores para una viga doblemente empotrada. Si nos fijamos en la armadura de tracción que hay en la cara inferior, vemos que el diagrama de envolventes llega hasta el punto 1. Si no hubiese fisuración, hasta ese punto es donde se prolongaría la armadura principal necesaria por cálculo (aparte del correspondiente anclaje). Sin embargo, en una viga fisurada, es preciso prolongar la armadura hasta el punto 2 (desplazado un canto útil respecto al primero) pues hasta este punto llegan los esfuerzos internos que vienen del punto 1. Lo mismo le ocurre a la armadura de la cara superior; por cálculo habría que prolongar la armadura hasta el punto 3, pero debido al decalaje del diagrama de momentos, es necesario prolongarla hasta el punto 4.

Figura 20. Decalaje del diagrama de momentos



2.4.2. Influencia sobre la armadura transversal: secciones de cálculo

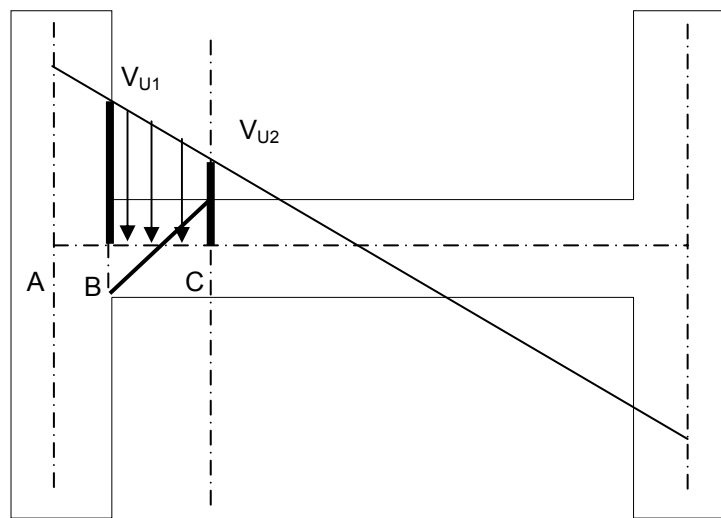
El fenómeno del decalaje tiene que ver sobre la localización de las secciones de cálculo de las armaduras transversales, de la siguiente forma: en la figura 21 se ha representado un esquema de una viga empotrada en dos pilares. En dicha figura aparece el diagrama de esfuerzos internos cortantes, comprobando cómo éstos son máximos en la sección de empotramiento (punto A).

Sin embargo en esa sección no hay ningún riesgo de rotura por cortante, pues también pertenece al propio pilar. El hormigón tiene que soportar los cortante a partir

de la sección de empotramiento (punto B), y por ello, la Norma EHE indica que la comprobación correspondiente al agotamiento por compresión oblicua del alma ($V_{rd} \leq V_{u1}$) se realizará en el borde del apoyo, y no en su eje.

La primera fisura comienza en el punto B, es decir, en el borde del empotramiento. A ese punto le llega el valor del esfuerzo correspondiente a un canto útil más hacia adentro (punto C), debido a la presencia de la fisura. Por esta razón, la norma EHE indica que la comprobación del agotamiento por tracción en los cercos ($V_{rd} \leq V_{u2}$) se efectúa para una sección situada a una distancia de un canto útil del borde del apoyo directo.

Figura 21. Localización de las secciones para la comprobación de cortantes, debido al decalaje



3. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS. DETALLES CONSTRUCTIVOS

La Norma EHE establece las siguientes disposiciones relativas a la armadura de esfuerzo cortante:

- La separación s_t entre armaduras, medida en dirección paralela a la directriz de la pieza, debe cumplir, para asegurar el adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua en las bielas, lo siguiente (EHE, art. 44.2.3.4):

$$S_t \leq 0,80 d \nlessgtr 300 \text{ mm} \Rightarrow \text{si } V_d \leq 1/5 V_{u1} \quad \text{ec. 45}$$

$$S_t \leq 0,60 d \nlessgtr 300 \text{ mm} \Rightarrow \text{si } 1/5 V_{u1} < V_d \leq 2/3 V_{u1} \quad \text{ec. 46}$$

$$S_t \leq 0,30 d \nlessgtr 200 \text{ mm} \Rightarrow \text{si } V_d > 2/3 V_{u1} \quad \text{ec. 47}$$

- Si existe armadura de compresión y se ha tenido en cuenta en los cálculos, debe de cumplirse:

$$S_t \leq 15 \varnothing_{\min}, \quad \text{ec. 48}$$

siendo \varnothing_{\min} el diámetro de la barra comprimida más delgada

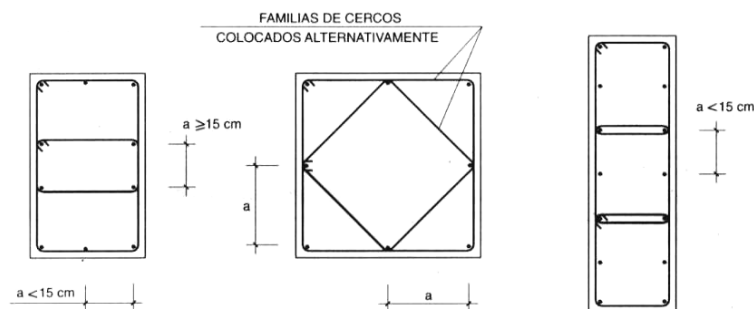
- En este caso, el diámetro del cerco será:

$$\varnothing_t \geq \frac{1}{4} \varnothing_{\max} \quad \text{ec. 49}$$

siendo \varnothing_{\max} el diámetro de la barra comprimida más gruesa.

- Para piezas comprimidas, en cualquier caso, s_t debe ser inferior que la dimensión menor del elemento (b ó h) y no mayor que 30 cm.
- En todos los casos se prolongará la colocación de cercos o estribos a una distancia igual a $d/2$ más allá de la sección en la que teóricamente dejan de ser necesarios. En el caso de apoyos, los cercos o estribos se dispondrán hasta el borde de los mismos.
- Las armaduras de cortante deben formar con el eje de la viga un ángulo comprendido entre 45° y 90° , inclinadas en el mismo sentido que la tensión principal de tracción producida por las cargas exteriores, al nivel del centro de gravedad de la sección de la viga supuesta no fisurada.
- Al menos un tercio de la armadura necesaria por cortante, y en todo caso la cuantía mínima indicada, se dispondrá en forma de estribos que formen un ángulo de 90° con el eje de la viga.
- Para que los cercos arriostren eficazmente la armadura longitudinal, es preciso que sujeten realmente las barras longitudinales en compresión, evitando su pandeo. Si llamamos "a" a la separación entre barras de la armadura longitudinal de compresión (figura 22), entonces:

Figura 22. Elección del número de ramas en los cercos



- Si $a \geq 15 \text{ cm} \Rightarrow$ todas las barras de la armadura longitudinal de compresión estarán unidas con ramas.
- Si $a < 15 \text{ cm} \Rightarrow$ se puede poner una rama cada dos barras de la armadura longitudinal de compresión.

- Otra cuantía que debe cumplirse:

$$A_{\alpha} f_{yd} \geq 0,02 f_{cd} b \quad \text{ec. 50}$$

donde A_{α} es la sección de la armadura transversal por unidad de longitud; si no cumple esta cuantía, hay que aumentar A_{α} , es decir aumentar el número de ramas, disminuir la separación entre los cercos o aumentar el diámetro de estos.

- Para que la fisuración debida a cortante se controle adecuadamente, la separación entre estribos cumplirá lo indicado en la tabla siguiente (Norma EHE, art. 49.3):

$[(V_d - 3V_{cu})/A_{\alpha} d] \text{sen } \alpha \text{ [N/mm}^2\text{]}$	Separación entre estribos (mm)
<50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

Otras recomendaciones sobre detalles constructivos ofrecidas por Calavera (1999) son las siguientes:

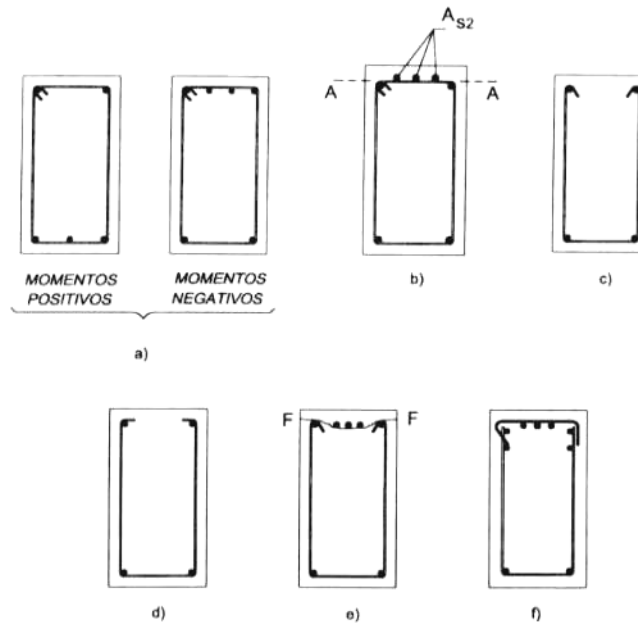
- La armadura de tracción debe estar situada dentro de los estribos (figura 23a). Si la armadura se sitúa por fuera, la tensión rasante en el plano AA' vale (figura 23b):

$$\tau_d = \frac{V_{d2}}{0,9 b d} \quad \text{ec. 51}$$

donde V_{d2} es el esfuerzo cortante actuante con el momento flector resistido por la armadura A_{s2} . La solución sólo sería aceptable si τ_d fuera tan bajo que lo pudiera resistir el hormigón sin necesidad de estribos.

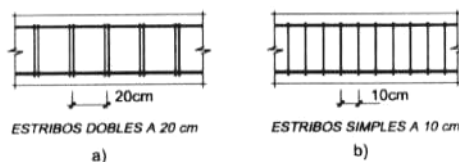
Las soluciones de las figuras 23c) y d) son aceptables, pero no la e) en la que se puede producir la solución por corte por la línea inclinada FF'. Análogamente, si se emplean mallas como armadura de corte, la armadura de negativos debe ser encerrada con los estribos indicados en la figura 23f). El estribo dibujado en negro con patilla y gancho permite una colocación fácil.

Figura 23. Detalles constructivos (I)



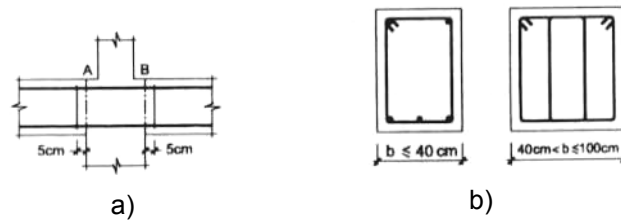
- La separación s entre barras dobladas será menor que $0,85 d$, pudiendo, para $\alpha=45^\circ$, llegar a $s=1,2d$ en zonas donde el esfuerzo cortante no sea máximo.
- Si se emplean barras dobladas, se dispondrán además estribos que absorban al menos $V_{su}/3$.
- Si se emplean forjados de viguetas, que usualmente entrarán en las vigas, la separación entre estribos no deberá ser inferior a 200 mm. Puede ser interesante aparear estribos, por ejemplo, colocar estribos dobles a 20 cm en vez de estribos simples a 10 cm (figura 24).

Figura 24. Detalles constructivos (II)



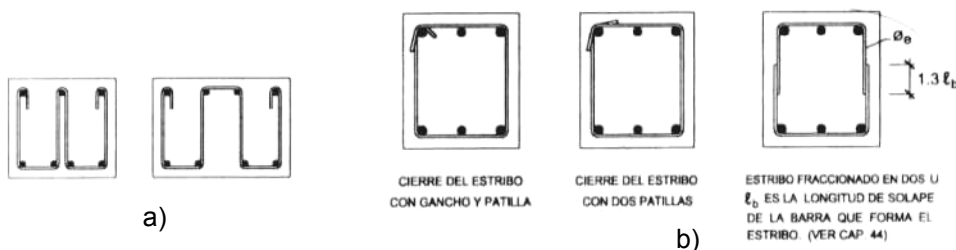
- El primer estribo de un vano, si se sitúa en el plano de la cara de apoyo, no resulta útil a efectos de corte, recomendándose una distancia de 50 mm (figura 25 a). Al tramo AB de viga no lleva corte.

Figura 25. Detalles constructivos (III)



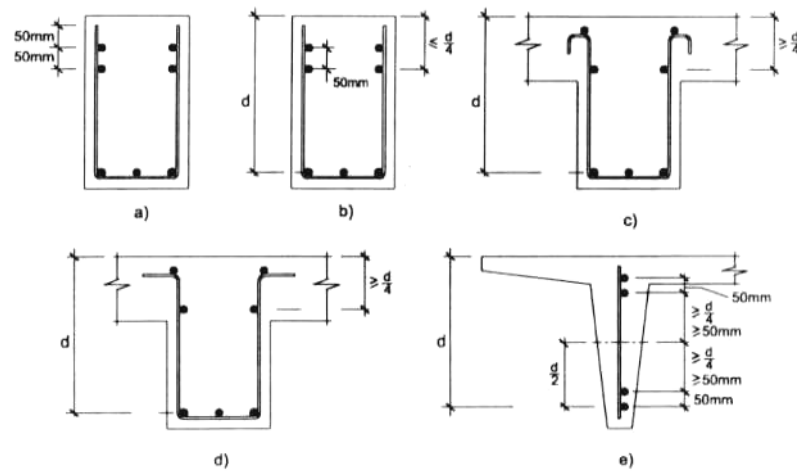
- Una recomendación útil en el caso de piezas de ancho importante es la de repartir las armaduras de corte en el ancho de la sección, de forma que no queden zonas de más de 350 mm sin armar.
- Para anchos b superiores a 400 mm resulta conveniente pasar a estribos de más de dos ramas (figura 25 b).
- Un estribo de una pieza con varias ramas, debe tener una armadura longitudinal en cada doblado (figura 26 a)
- En ciertas ocasiones la colocación del estribo debe hacerse después de colocada la parte principal de la ferralla, en particular las armaduras longitudinales. La figura 26 b) indica varias soluciones prácticas posibles.

Figura 26. Detalles constructivos (IV)



- Los estribos de una sola pata (figura 27 e), los estribos en U (figura 27 a, b, c, d) y en U múltiple (figura 26 a) deben anclarse mediante:
 - Para estribos hasta $\varnothing 25$ mm de acero B-500S, se dispondrá un gancho o doblado alrededor de una barra longitudinal, y además la distancia desde el punto medio del canto hasta el extremo exterior del estribo no será inferior a $[82 \varnothing (f_{ck})^{-1/2}]$, con \varnothing en mm y f_{ck} en MPa.
 - En el caso de estribos en U formados por mallas electrosoldadas, debe cumplirse lo indicado en la figura 27 a), b), c) o d). Para estribos de una sola rama, frecuentes en prefabricación, debe seguirse lo indicado en la figura 27 e).

Figura 27. Detalles constructivos (V)



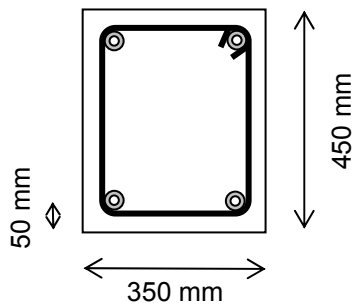
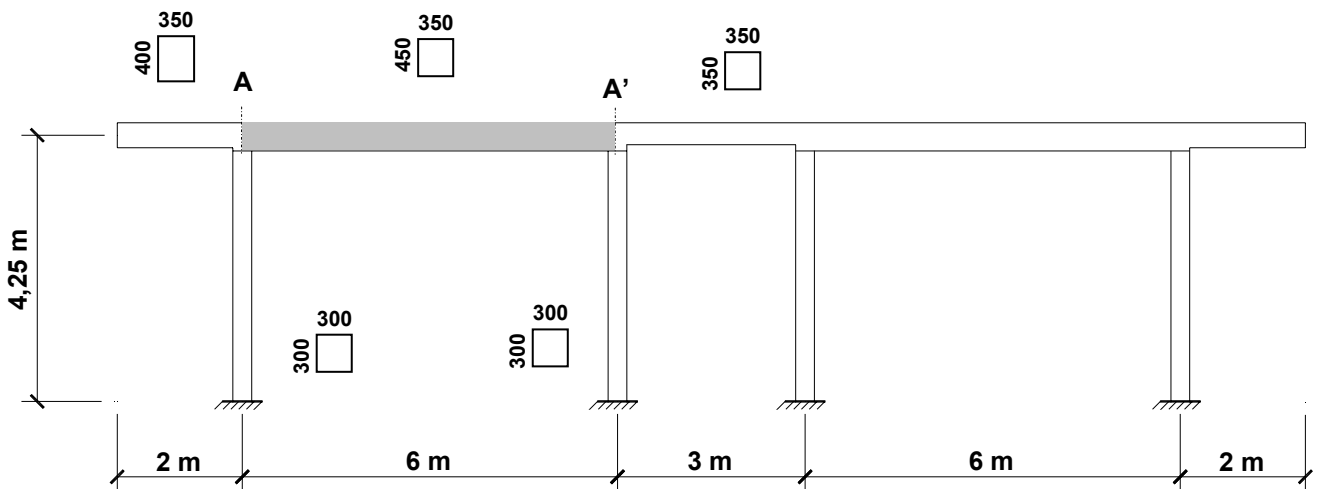
4. BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- Jimenez Montoya, García Meseguer y Morán Cabré. 1987. "Hormigón Armado". Editorial Gustavo Gili.S.A. Barcelona
- Instrucción de Hormigón Estructura "EHE". 1999. Ministerio de Fomento.
- Calavera. 1999. "Proyecto y cálculo de estructuras de Hormigón". INTEMAC.

PROBLEMA. COMPROBACIONES DE AGOTAMIENTO POR CORTANTE

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Se desea calcular la armadura transversal necesaria para la viga principal de la estructura que se muestra a continuación, que va de los puntos A-A', con una longitud entre eje de pilares de 6 m.



Dicha viga tiene una sección de 350*450 mm, con un canto útil de 400 mm.

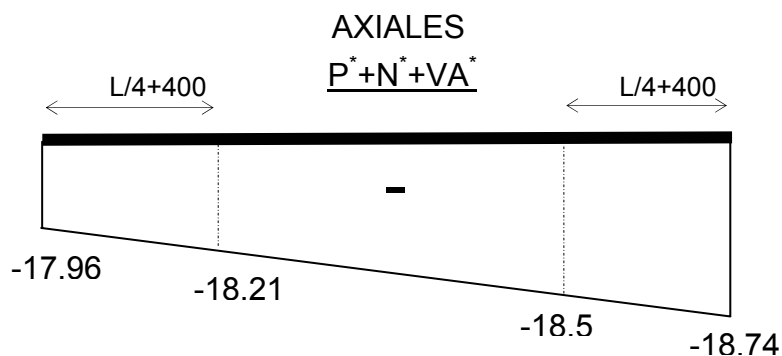
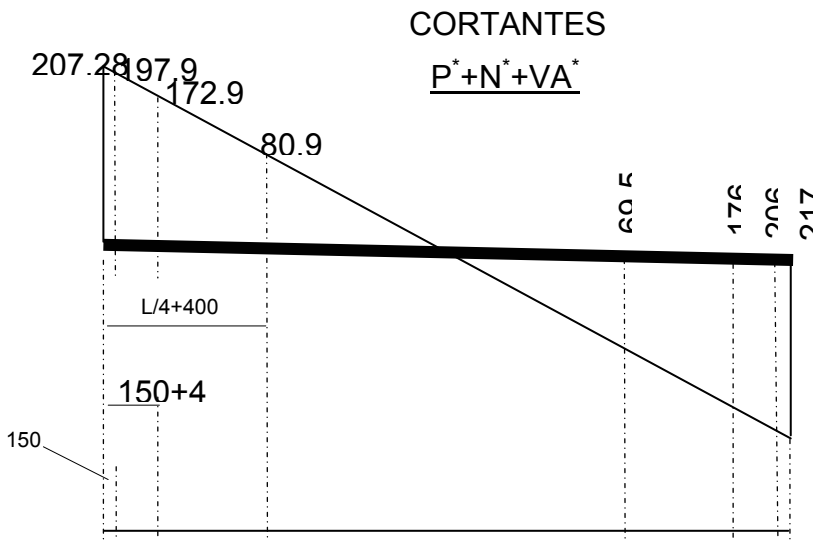
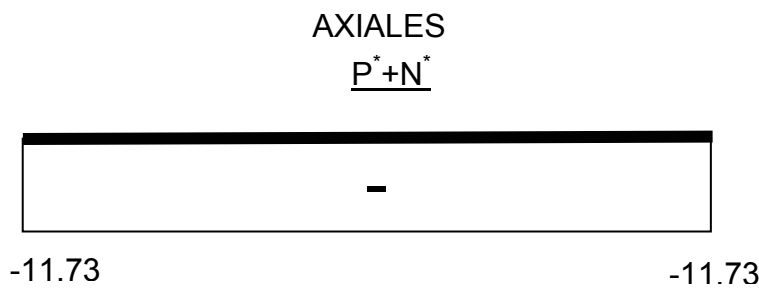
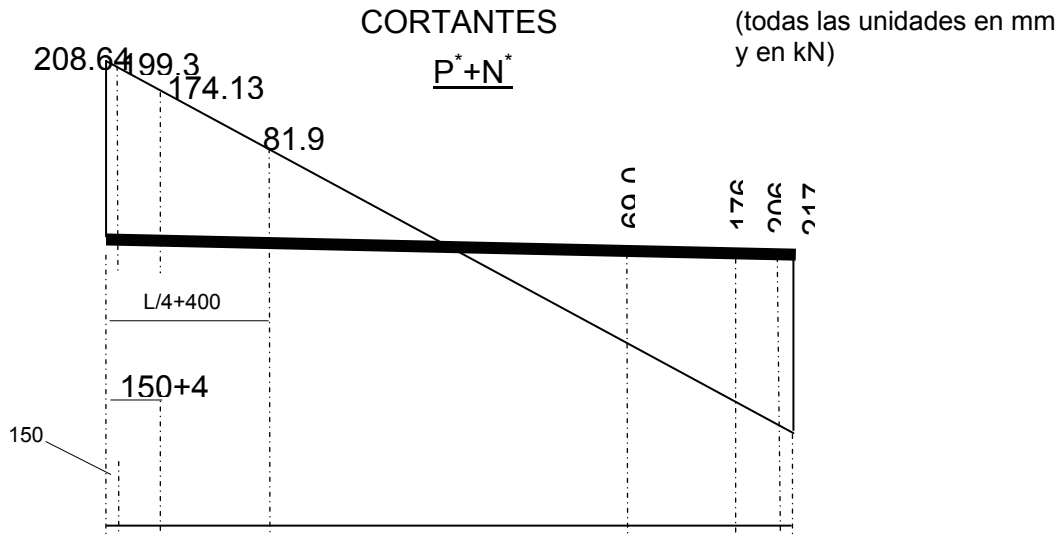
2. DIAGRAMAS DE VARIACIÓN DE ESFUERZOS INTERNOS

La estructura está sometida a las acciones de peso propio y carga permanente, sobrecarga de nieve y a la acción del viento (hipótesis A y B). Las reacciones han sido calculadas con el programa CYPECAD. En este ejemplo no se pretende enseñar cómo se calculan las reacciones ni las ecuaciones de variación de esfuerzos internos, por lo que éstos se han obtenido directamente del ordenador.

En los esquemas siguientes se han representado los diagramas de variación de esfuerzos internos de cortantes para las combinaciones más desfavorables en la comprobación en la que estamos. Estas combinaciones son las de P^*+N^* y de $P^*+N^*+V_A^*$. En estos diagramas figuran los valores de esfuerzos en los puntos singulares necesarios para dimensionar la armadura, tal y como se justificará en

cada caso. Hay que señalar que las ecuaciones de variación de esfuerzos internos no son lineales, sino ecuaciones de 2º grado.

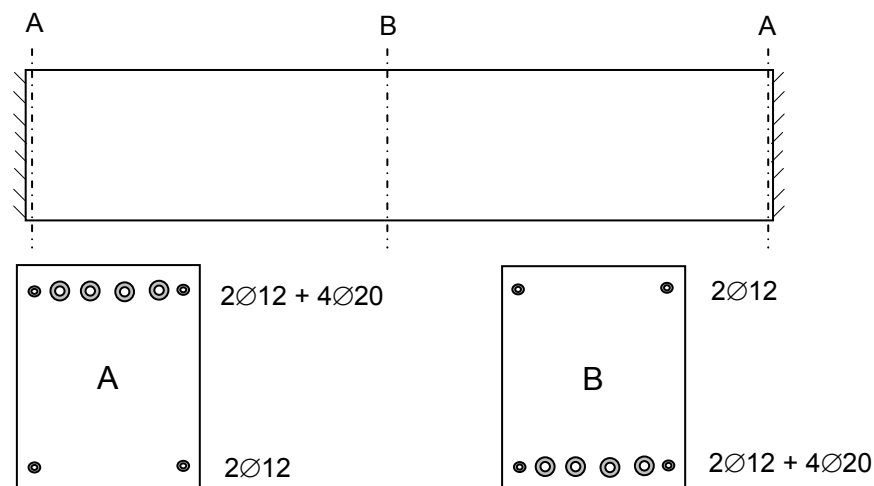
También se han representado los diagramas de axiales, pues también intervienen en las comprobaciones frente a cortante.



La forma de armar transversalmente esta viga será la siguiente:

- La armadura resultante será simétrica, buscando la sección más desfavorable entre los dos extremos y para ambas hipótesis de cargas.
- Se armará la viga en tres tramos: los dos tramos extremos hasta una longitud de $L/4$, donde se tendrán los mayores esfuerzos cortantes, y por lo tanto, la “mayor” armadura transversal, que la denominamos *Armadura 1*; el otro tramo será el central, abarcando una longitud de $L/2$, donde se pondrá una armadura más “pequeña”, que denominamos *Armadura 2*.

La armadura longitudinal ha sido calculada en el problema anterior, y en el esquema siguiente se muestra cómo queda el armado longitudinal. En la sección A, la armadura longitudinal de tracción queda arriba, mientras que en la sección B queda abajo.



3. PREDIMENSIONAMIENTO DE LA ARMADURA TRANSVERSAL

3.1. Armadura transversal 1.

El predimensionamiento de la armadura transversal 1 es el siguiente:

- Número de ramas (n): 2
- Diámetro de los cercos (Ø_t): 10 mm
- Separación entre cercos (s_t): 150 mm

Al realizar este predimensionamiento, ya tenemos en cuenta algunas de las disposiciones relativas a las armaduras, tal y como se reflejan en el apartado 9.

Con este predimensionamiento, la armadura transversal por unidad de longitud (A_{a1}) es la siguiente:

$$A_{\alpha} = \frac{n \pi \varnothing_t^2}{4 s_t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^2}{4 \cdot 150} = 1,047 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

3.2. Armadura transversal 2.

El predimensionamiento de la armadura transversal 2 es el siguiente:

- Número de ramas (n): 2
- Diámetro de los cercos (\varnothing_t): 8 mm
- Separación entre cercos (s_t): 200 mm

siendo:

$$A_{\alpha} = \frac{n \pi \varnothing_t^2}{4 s_t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8^2}{4 \cdot 200} = 0,5027 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

4. COMPROBACIÓN DE AGOTAMIENTO POR COMPRESIÓN OBLICUA DEL ALMA

La comprobación a realizar es:

$$V_{rd} \leq V_{u1}$$

siendo:

V_{rd} el valor del esfuerzo cortante efectivo,

V_{u1} el esfuerzo cortante que aguanta por compresión oblicua del alma (bielas),

La comprobación del agotamiento por compresión oblicua del alma se realiza en el borde del apoyo, y no en su eje, por el fenómeno del decalaje.

4.1. Determinación del valor de V_{rd} . Sección más desfavorable

La EHE define el esfuerzo cortante efectivo mediante la siguiente expresión:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

donde:

V_d es el valor de cálculo del esfuerzo cortante producido por las acciones exteriores,

V_{pd} es el valor de cálculo de la componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección en estudio,

V_{cd} es el valor de cálculo de la componente paralela a la sección de la resultante de tensiones normales (compresión o tracción) sobre las fibras longitudinales de hormigón, en piezas de sección variable.

Como nuestra viga no es de hormigón pretensado, ni de sección variable, determinamos el valor de V_{rd} a partir de las acciones exteriores ($V_{rd} = V_d$).

A partir del diagrama de esfuerzos internos de cortantes, y teniendo en cuenta que la sección más desfavorable se localiza en el borde del apoyo (a 150 mm del extremo, pues el pilar es de 300 mm), hemos determinado que V_d vale 206,20 kN en el extremo derecho y para la combinación de $P^*+N^*+V_A^*$.

4.2. Determinación del valor de V_{u1} .

Como ya queda demostrado en la teoría, el valor de V_{u1} vale:

$$V_{u1} = 0,6 f_{cd} b d \operatorname{sen}^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta)$$

Siendo b : el ancho de la pieza (350 mm),
 d : el canto útil (400 mm),
 f_{cd} : la resistencia de cálculo del hormigón (25/1,5 N/mm²),
 α : la inclinación de los cercos (90°),
 θ : la inclinación de las fisuras (45°).

En estas condiciones, queda que:

$$V_{u1} = 0,3 f_{cd} b d = 0,3 \cdot 25/1,5 \cdot 350 \cdot 400 = 700000 \text{ N} = 700 \text{ kN}$$

Como la viga está sometida a la vez a un esfuerzo axial, al valor de V_{u1} se le aplica un coeficiente de reducción K , calculado de la siguiente forma:

$$K = \frac{5}{3} \left(1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right) \leq 1$$

siendo:

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{-18730}{350 \cdot 450} = -0,1189 \text{ N/mm}^2$$

donde N_d es el esfuerzo axial de cálculo (positivo si es de tracción), y A_c el área total de la sección de hormigón.

De esta manera, $K=1,66$, y como no puede ser mayor que 1, se toma el valor de $K=1$, por lo que el valor de V_{u1} queda igual.

Como queda demostrado, $V_{rd}=206,20$ kN es menor que $V_{u1}=700$ kN, por lo que se cumple la comprobación por compresión oblicua del alma para los tramos de los extremos.

5. COMPROBACIÓN DE AGOTAMIENTO POR TRACCIÓN EN EL ALMA

La comprobación a realizar es:

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

siendo V_{u2} el esfuerzo cortante que aguantan los cercos por tracción del alma

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma (V_{u2}) vale:

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu}$$

siendo:

V_{su} la contribución de la armadura transversal frente al esfuerzo cortante,
 V_{cu} la contribución del hormigón frente al esfuerzo cortante.

La comprobación correspondiente al agotamiento por tracción en el alma se efectúa para una sección situada a una distancia de un canto útil del borde del apoyo directo (por el efecto del decalaje).

5.1. Determinación del valor de V_d . Sección más desfavorable

- Armadura transversal 1:

La sección de cálculo se sitúa a una distancia de un canto útil del borde del apoyo, en este caso a 150+400 mm del extremo. A partir del diagrama de variación de esfuerzos internos se determina el valor de V_d para esta comprobación, que vale 176,56 kN, para la combinación de $P^*+N^*+V_A^*$ en el extremo de la izquierda

- Armadura transversal 2:

Para la armadura transversal 2, la sección más desfavorable se localiza a una distancia de $L/4+400$ mm (por el fenómeno del decalaje), y a partir del diagrama de esfuerzos internos de cortantes, V_d vale 81,9 kN en el extremo derecho y para la combinación de P^*+N^* . Como puede comprobarse, no coinciden la combinación más desfavorable al considerar las distintas secciones, debido, en este caso, a que la ecuación de variación de esfuerzos internos no es lineal, sino polinómica de 2º grado.

5.2. Esfuerzo cortante resistido por la armadura transversal (V_{su}):

El cálculo de V_{su} se hace a partir de la ecuación siguiente:

$$V_{su} = 0,9 d A_{\alpha} f_{yd} (\text{sen } \alpha \cotg \theta + \cos \alpha)$$

donde f_{yd} es la resistencia de cálculo del acero (400/1,15)

Para la armadura transversal 1, queda que:

$$V_{su} = 0,9 \cdot 400 \cdot 1,047 \cdot 400 / 1,15 = 131103 \text{ N}$$

Para la armadura transversal 2:

$$V_{su} = 0,9 \cdot 400 \cdot 0,5027 \cdot 400 / 1,15 = 62947 \text{ N}$$

5.3. Esfuerzo cortante resistido por el hormigón (V_{cu}):

El esfuerzo cortante resistido por el hormigón se deduce de la fórmula experimental siguiente:

$$V_{cu} = [0,10 \xi (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} - 0,15 \sigma'_{cd}] b d$$

siendo:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, \quad \text{con } d \text{ en mm}$$

y ρ_1 la cuantía geométrica de la armadura longitudinal traccionada, anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección de estudio, y calculado como:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b d} \geq 0,02$$

donde A_s es el área de la armadura principal de tracción, y en este caso, para $2\text{Ø}12+4\text{Ø}20$, $A_s=1483 \text{ mm}^2$.

Para la armadura transversal 1, queda que:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b d} = \frac{1483}{350 \cdot 400} = 0,0106$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{400}} = 1,707$$

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{-11730}{350 \cdot 450} = -0,0745 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{cu} = [0,10 \xi (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} - 0,15 \sigma'_{cd}] b d = [0,10 \cdot 1,707 \cdot (100 \cdot 0,0106 \cdot 25)^{1/3} - 0,15 \cdot (-0,0745)] \cdot 350 \cdot 400 = 72813 \text{ N}$$

Para la armadura transversal 2, la diferencia está en el efecto del esfuerzo axial, que vale en la sección de referencia 18210 N, por lo que σ'_{cd} es igual a $-0,1156 \text{ N/mm}^2$.

$$\text{Así, } V_{cu} = 73676 \text{ N}$$

De esta manera queda:

- Armadura transversal 1:

$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} = 131103 + 72813 = 203916 \text{ N}$, que es mayor que $V_{rd} = 176560 \text{ N}$, por lo que se cumple la comprobación de agotamiento por tracción del alma.

- Armadura transversal 2:

$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} = 62947 + 73676 = 136623 \text{ N}$, que es mayor que $V_{rd} = 81900 \text{ N}$, cumpliéndose también esta comprobación.

6. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS

- La separación s_t entre armaduras, medida en dirección paralela a la directriz de la pieza, debe cumplir, para asegurar el adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua en las bielas, lo siguiente (EHE, art. 44.2.3.4):

$$s_t \leq 0,80 d \quad \nlessgtr \quad 300 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \text{si } V_d \leq 1/5 V_{u1}$$

$$s_t \leq 0,60 d \quad \nlessgtr \quad 300 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \text{si } 1/5 V_{u1} < V_d \leq 2/3 V_{u1}$$

$$s_t \leq 0,30 d \quad \nlessgtr \quad 200 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \text{si } V_d > 2/3 V_{u1}$$

En nuestro caso, $V_d = 206,2 \text{ kN}$, mayor que $1/5 V_{u1}$ (140 kN) y menor que $2/3 V_{u1}$ (466,7 kN), por lo que $s_t = 150 \leq 0,6 d = 240 \text{ mm}$, cumpliéndose esta condición.

- Para piezas comprimidas, en cualquier caso, s_t debe ser inferior que la dimensión menor del elemento ($b = 350 \text{ mm}$) y no mayor que 300 mm.
- Para que los cercos arriostren eficazmente la armadura longitudinal, es preciso que sujeten realmente las barras longitudinales en compresión, evitando su pandeo. Como realmente sólo existen $2\varnothing 12$ como armadura de compresión, se disponen sólo 2 ramas.
- Otra cuantía que debe cumplirse:

$$A_\alpha f_{yd} \geq 0,02 f_{cd} b$$

Armadura 1 $\Rightarrow 1,047 \cdot 400 / 1,15 = 364,17 \geq 0,02 \cdot 25 / 1,5 \cdot 350 = 117 \Rightarrow$ cumple
 Armadura 2 $\Rightarrow 0,5027 \cdot 400 / 1,15 = 175 \geq 0,02 \cdot 25 / 1,5 \cdot 350 = 117 \Rightarrow$ cumple

- La separación de las barras de la armadura transversal a los paramentos (r_{nom}) cumplirá:

$$r_{nom} = r_{min} + \Delta r,$$

siendo

- r_{min} : el recubrimiento mínimo (EHE, tabla 37.2.4), que para un hormigón HA-25, y una exposición tipo I (en interior del edificio) toma un valor de 20 mm.
- Δr un margen de recubrimiento, que toma valores de:
 - ✓ 0 mm, en elementos prefabricados con control intenso
 - ✓ 5 mm, en elementos fabricados *in situ* con control intenso
 - ✓ 10 mm, en el resto de los casos

En nuestro caso, $\Delta r = 10$ mm, y por tanto, $r_{nom} = 20 + 10 = 30$ mm.

La separación real que queda es:

$$50 - 12/2 - 10 = 34 \text{ mm}$$

por lo que cumple.

