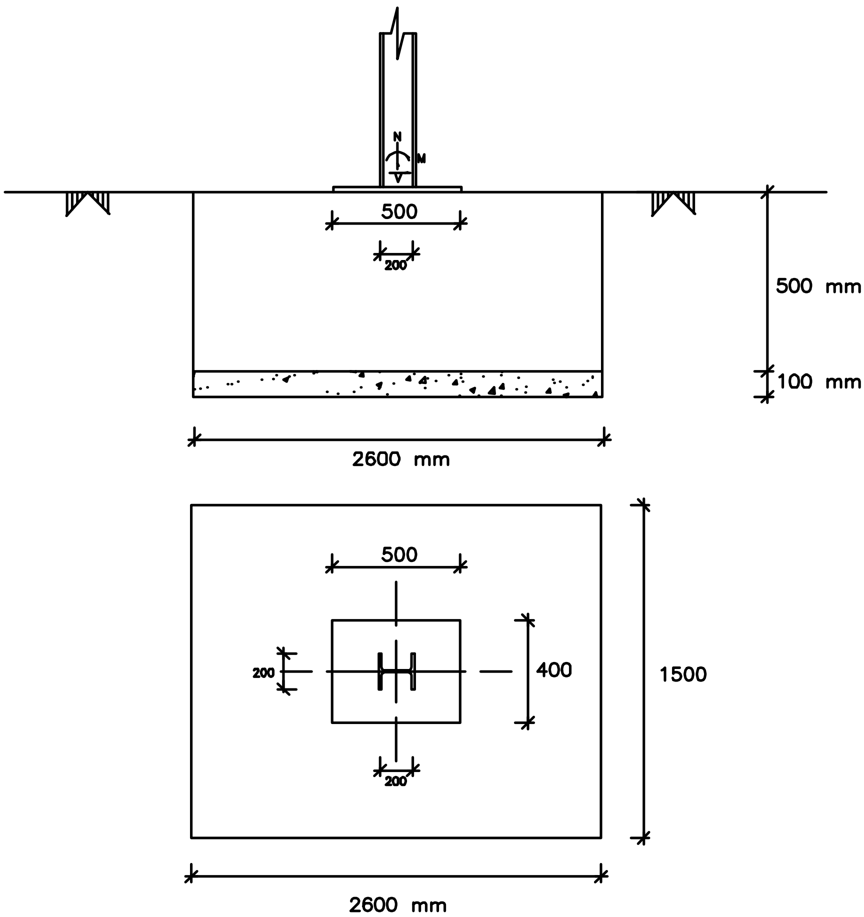
Comprobar el dimensionado y calcular las armaduras de una zapata de hormigón armado de 2.6 ´ 1.5 m (L ´ B), con 0.5 m de canto, sometida a las siguientes solicitaciones en la base del pilar: N =140 kN, M =140 m·kN y V =30 kN.(*)

Datos:

f_{ck} =25 N/mm^2	f_{yk} =400 N/mm^2	$g_{terreno}$ =18 kN/m^3
$g_{hormigón}$ =25 kN/m^3	$j_{terreno}$ =30°	$s_{admisible}$ =0.25 N/mm^2
Pilar: HEB 200	*Placa: 500 ´ 400 mm*	



(*) La carga axial incluye el peso propio del pilar.

Comprobación de la estabilidad estructural

$$N = N_0 + \gamma_h \cdot B \cdot L \cdot h = 140 + 25 \cdot 1.5 \cdot 2.6 \cdot 0.5 = 188.75\,kN$$
$$M = M_0 + V_0 \cdot h = 140 + 30 \cdot 0.5 = 155\,m \cdot kN$$
$$V = V_0 = 30\,kN$$

✔ Vuelco:

$$C_{sv} = \frac{M_E}{M_v} = \frac{N \cdot L/2}{M} = \frac{188.75 \cdot \frac{2.6}{2}}{155} = 1.58 > 1.5 \rightarrow \text{Admisible}$$

✔ Deslizamiento:

$$C_{sd} = \frac{N \cdot \mu}{V} = \frac{N \cdot tag\frac{2}{3}\varphi}{V} = \frac{188.75 \cdot tag\frac{2}{3}30}{30} = 2.29 > 1.5 \rightarrow \text{Admisible}$$

✔ Hundimiento:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{155}{188.75} = 0.82\,m > \frac{L}{6} = 0.43\,m$$

Distribución triangular:

$$\overline{AX} = \frac{3 \cdot L}{2} - 3 \cdot e = \frac{3 \cdot 2.6}{2} - 3 \cdot 0.82 = 1.44\,m$$

$$\sigma_{máx} = \frac{4 \cdot N}{3 \cdot (L - 2 \cdot e) \cdot B} = \frac{4 \cdot 188.75}{3 \cdot (2.6 - 2 \cdot 0.82) \cdot 1.5} = 174.8\,kN/m^2$$

$$\sigma_{máx} = 0.175\,N/mm^2 < 1.25 \cdot \sigma_{adm}$$

Cálculo a flexión

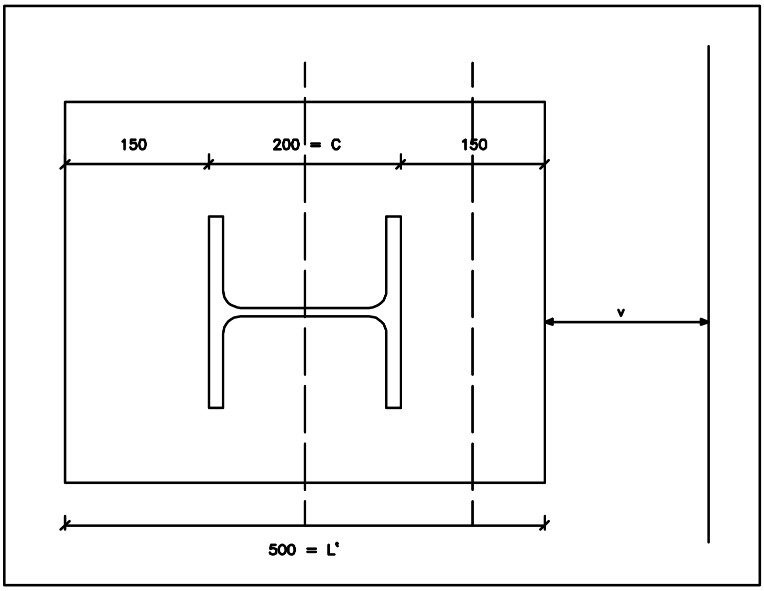
En los sentidos longitudinal y transversal, los vuelos físicos son:

$$v = \frac{L - L'}{2} = \frac{2600 - 500}{2} = 1050\,mm$$

$$v > 2 \cdot h = 2 \cdot 500 = 1000\,mm \rightarrow \text{Zapata Flexible}$$

$$v_t = \frac{B - B'}{2} = \frac{1500 - 400}{2} = 550\,mm$$

$v_t < 2 \cdot h$. Por tanto, en sentido transversal es una zapata rígida.



Al ser el soporte metálico, la expresión que determina el vuelo mecánico es:

$$m = v + \frac{L' - c}{4} = 1050 + \frac{500 - 200}{4} = 1050 + 75 = 1125\,mm$$

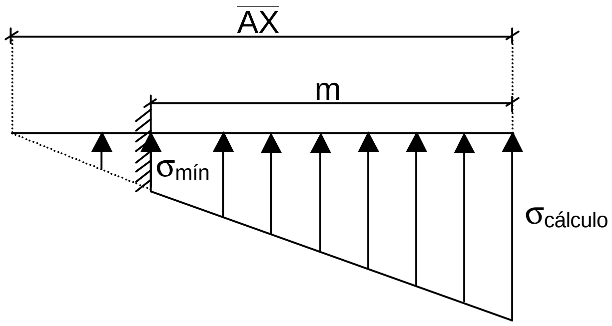
Obtención de la tensión de cálculo:

$\sigma_{máx}$ =0.175 N/mm^2

Tensión a descontar:

$$\sigma_{terreno} = h \cdot \gamma_h = 0.5 \cdot 25 = 12.5\,\text{N/m}^2$$

$$\sigma_{cálculo} = \sigma_{máx} - \sigma_{terreno} = 0.175 - 0.0125 = 0.1625\,\text{N/mm}^2$$



$\overline{AX}$ =1440 mm

m =1125 mm

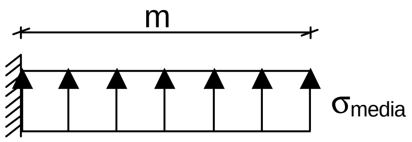
$$\frac{\sigma_{mín}}{1440 - 1125} = \frac{\sigma_{cálculo}}{1440}$$

$$\sigma_{mín} = \frac{1440 - 1125}{1440} \cdot 0.1625 = 0.036\,\text{N/mm}^2$$

Para simplificar los cálculos tomamos una tensión media de valor:

$$\sigma_{media} = \frac{\sigma_{mín} + \sigma_{máx}}{2} = \frac{0.036 + 0.175}{2} = 0.1\text{N/mm}^2$$

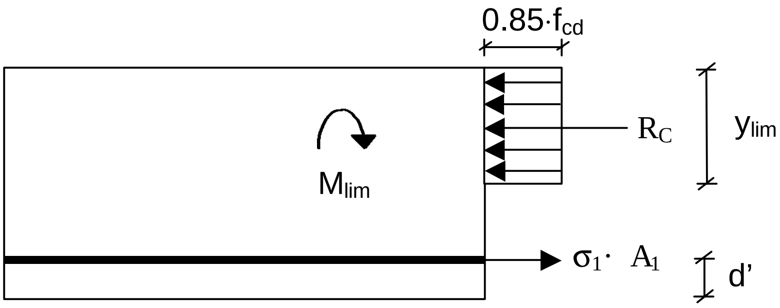
El cálculo de la zapata a flexión corresponde a un voladizo de vuelo *m* cargado uniformemente con una carga q = σ_{media}·B.



$$M_d = \frac{1}{2} \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{media} \cdot B \cdot m^2$$

$$M_d = \frac{1}{2} \cdot 1.6 \cdot 0.1 \cdot 1500 \cdot 1125^2 = 151.875\,m \cdot kN$$

Para comprobar que no es necesaria la armadura de compresión, obtenemos el momento límite $M_{lím}$.

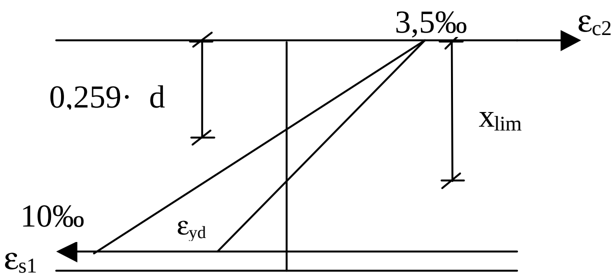


Como hay hormigón de limpieza, adoptamos d'=50 mm.

Por tanto:

d =h–d'=450 mm

$$M_{lim} = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y_{lim} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2} \right)$$



$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{\frac{400}{1.15}}{2 \cdot 10^5} = 1.74\,‰$$

$$0.259 \cdot d = 0.259 \cdot 450 = 116.6\ \text{mm}$$

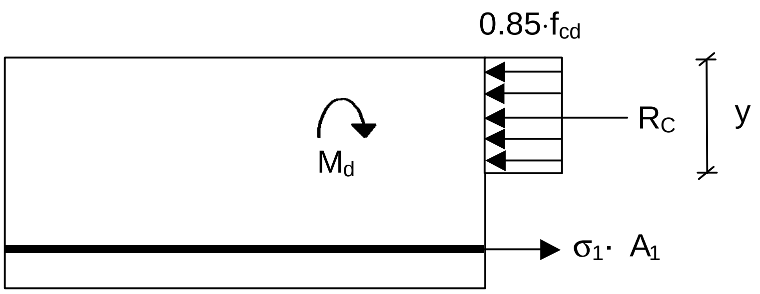
$$\frac{x_{lim}}{3.5} = \frac{d - x_{lim}}{1.74}$$

$$x_{lim} = \frac{3.5}{3.5 + 1.74} \cdot d = 300.6\ \text{mm}$$

$$y_{lim} = 0.8 \cdot x_{lim} = 0.8 \cdot 300.6 = 240.5\ \text{mm}$$

$$M_{lim} = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 1500 \cdot 240.5 \cdot \left(450 - \frac{240.5}{2}\right) = 1685.2\ \text{m} \cdot \text{kN}$$

$$M_d < M_{lim} \rightarrow \text{NO hace falta armadura de compresión}$$



Una vez realizada la comprobación, calculamos la armadura necesaria:

$$M = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

$$151875000 = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 1500 \cdot y \cdot \left(450 - \frac{y}{2}\right)$$

$$y = 16.17\ \text{mm} < 0.259 \cdot d \rightarrow \text{Dominio 2}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 1500 \cdot 16.17 = 343.6\ \text{kN}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 343.6\,\text{kN}$$

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1.15}\,\text{N/mm}^2$$

A_1=987 mm^2

Ahora realizamos las comprobaciones de cuantía, tanto geométrica como mecánica.

Cuantía geométrica mínima:

Adoptamos 1.5‰

1.5‰·1500·500=1125 mm^2 > 987 mm^2

A_1 =1125 mm^2

Cuantía mecánica mínima:

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0.04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

$$A_1 \cdot f_{yd} = 1125 \cdot \frac{400}{1.15} = 391304\,\text{N}$$

$$0.04 \cdot 1500 \cdot 500 \cdot \frac{25}{1.5} = 500000\,\text{N}$$

Como $A_1 \cdot f_{yd} < 0.04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$, obtenemos un nuevo valor de A_1

$$A_1 = 0.04 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{500000}{\frac{400}{1.15}} = 1437.5\,\text{mm}^2$$

Por tanto, A_1 =1437.5 mm^2

Si empleamos barras de ϕ 16:

$$A_1 = 1437.5 = n \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

n =7.15 $\rightarrow$ 8ϕ16

La distancia entre ejes de la armadura longitudinal será:

$$s = \frac{B - 2 \cdot r - n \cdot \phi}{(n-1)} + \phi$$

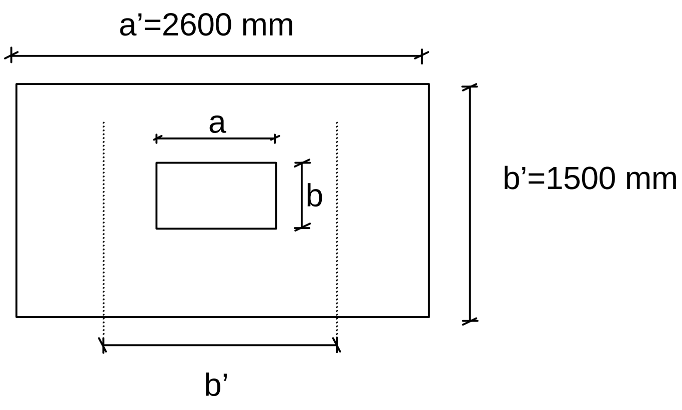
Recubrimiento lateral: 70 mm (se hormigona contra el terreno)

$$s = \frac{1500 - 2 \cdot 70 - 8 \cdot 16}{7} + 16 = 192\,\text{mm}$$

Por tanto;

Armadura longitudinal :8ϕ16 separados 192 mm (entre ejes)

Armadura transversal:



$$b' = 1500\,\text{mm} \not< a + 2 \cdot h = 500 + 2 \cdot 500 = 1500\,\text{mm}$$

$$A_{s.tr} = 0.20 \cdot \frac{L}{B} \cdot A_s$$

$$A_S = 8 \cdot \frac{\pi \cdot 16^2}{4} = 1608.5\,mm^2$$

$$A_{s.tr} = 0.20 \cdot \frac{2600}{1500} \cdot 1608.5 = 557.6\,mm^2, \text{por unidad de longitud}$$

Por tanto, en toda la sección será:

$$A_{s.tr.L} = L \cdot A_{s.tr} = 2.6 \cdot 557.6 = 1449.8\,mm^2$$

Armadura concentrada en *b’*:

$$\frac{2 \cdot b'}{a'+b'} \cdot A_{s.tr.L} = \frac{2 \cdot 1500}{2600+1500} \cdot 1449.8 = 0.73 \cdot 1449.8 = 1058.4\,mm^2$$

Armadura restante:

$$1 - \frac{2 \cdot b'}{a'+b'} \cdot A_{s.tr.L} = 0.27 \cdot 1449.8 = 391.4\,mm^2$$

$$n = \frac{4 \cdot 1058.4}{\pi \cdot 16^2} = 5.26 \rightarrow 6\,\phi\,16 \text{ en } 1500\,mm$$

Quedarían 6ϕ16 en 1500 mm, por lo que la separación entre barras sería de 300 mm, que es la máxima permitida. Por tanto buscaremos como solución la de emplear una armadura de reparto uniformemente distribuida de:

$$\frac{2600 - 2 \cdot 70}{300} = 8.2 \rightarrow 9 \text{ vanos} \rightarrow 10\,\phi\,16 \text{ en } 2600\,mm$$

La separación entre ejes será:

$$s = \frac{2600 - 2 \cdot 70 - 10 \cdot 16}{9} + 16 = 271.5\,mm$$

Por tanto:

Armadura transversal: 10 ϕ 16 separados 271.5 mm (entre ejes)

✔ Anclajes:

Armadura longitudinal

$$l_{b\,neta} = \beta \cdot l_b \cdot \frac{A_s}{A_{real}}$$

En posición I:

$$l_b = m \cdot \phi^2 \not< \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi$$

m =12

$$\left.\begin{array}{l} 12 \cdot 1.6^2 = 30.72\,\text{cm} \\ \dfrac{400}{20} \cdot 1.6 = 32.0\,\text{cm} \end{array}\right\} l_b = 32.0\ \text{cm}$$

$$l_{b\,neta} = 1 \cdot 32.0 \cdot \frac{1437.5}{1608.5} = 28.6\,\text{cm} = 286\,\text{mm}$$

$$0.7 \cdot l_{bneta} > 0.5 \cdot h - 70$$

$$0.7 \cdot l_{bneta} = 0.7 \cdot 286 = 200.2\,\text{mm}$$

$$0.5 \cdot h - 70 = 0.5 \cdot 500 - 70 = 180\,\text{mm}$$

Por tanto, se dispondrá una prolongación hacia arriba de valor:

$$l'_1 = l_{b\ neta} - \frac{v - 1.62 \cdot h - 70}{0.7}$$

vuelo =1050 mm

$$l'_1 = 286 - \frac{1050 - 1.62 \cdot 500 - 70}{0.7} = 43.1 \text{ mm}$$

Adoptamos que las barras de la armadura longitudinal se levantarán 10 cm al llegar al extremo.

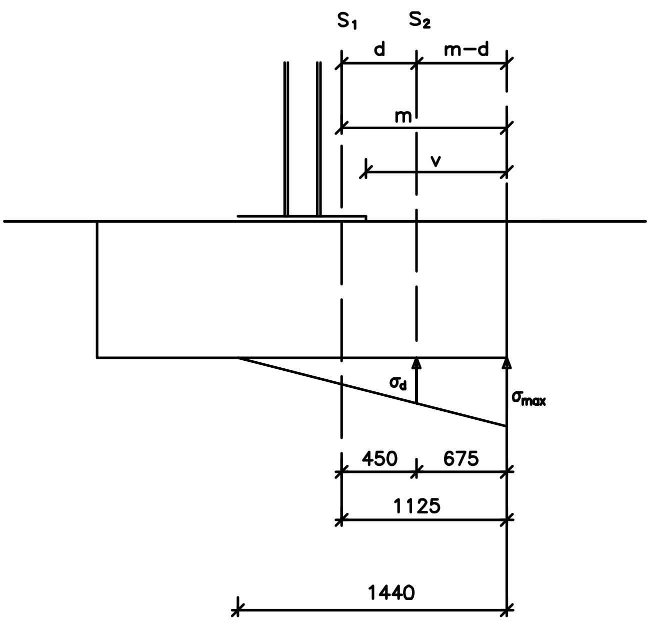
Armadura transversal:

$$l_{b.neta.tr} = 0.6 \cdot l_{b.neta} = 0.6 \cdot 286 = 171.6 \text{ mm}$$

$$0.7 \cdot l_{b.neta.tr} = 0.7 \cdot 171.6 = 120.1 \text{ mm}$$

Como $0.7 \cdot l_{b.neta.tr} < 0.5 \cdot h - 70$, en sentido transversal las barras terminarán en patilla normalizada.

Comprobación a esfuerzo cortante



$$\frac{\sigma_{máx}}{1440} = \frac{\sigma_d}{1440 - 675}$$

$\sigma_{máx}$ =0.175 N/mm^2

Se vuelve a considerar el peso de la zapata

$$\sigma_d = \frac{765}{1440} \cdot 0.175 = 0.093\,\text{N/mm}^2$$

$$V = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_d}{2} \cdot B \cdot (m - d)$$

$$V = \frac{0.175 + 0.093}{2} \cdot 1500 \cdot (1125 - 450) = 135675\,\text{N}$$

V =135.675 kN

$$V_d = \gamma_f \cdot V = 217.08\,\text{kN}$$

$$V_{u1} = 0.30 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0.30 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 1500 \cdot 450 = 3375\,\text{kN}$$

$V_d < V_{u1}$

$$V_{u2} = \left[0.12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}\right] \cdot b_0 \cdot d$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{450}} = 1.67$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} \ngtr 0.02$$

A_s =8ϕ16=1608.5 mm^2

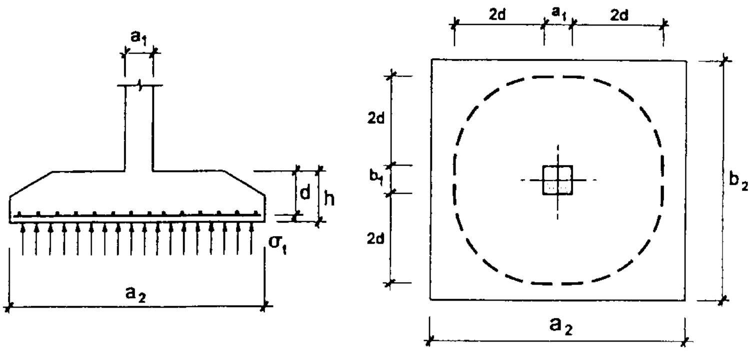
$$\rho_1 = \frac{1608.5}{1500 \cdot 450} = 2.38\,‰$$

$$V_{u2} = \left[0.12 \cdot 1.67 \cdot \left(100 \cdot \frac{2.38}{1000} \cdot 25 \right)^{1/3} \right] \cdot 1500 \cdot 450 = 245.1 kN$$

$V_d < V_{u2} \rightarrow$ Admisible

Comprobación a punzonamiento

Al ser una zapata flexible respecto al vuelo principal y rígida respecto al vuelo secundario, no es necesaria la comprobación a punzonamiento, puesto que la sección de referencia queda fuera de la zapata, al ser $(b_1 + 4 \cdot d) > b_2$ (ver figura).



Numéricamente:

(400+4·450) =2200 mm > 1500 mm

Comprobación a fisuración

Para la comprobación a fisuración vamos a utilizar las tablas proporcionadas por el Eurocódigo EC-2, que son muy útiles a nivel de proyecto y nos permiten abreviar los cálculos recogidos en la EHE siempre y cuando cumplan las condiciones máximas de diámetro y separación entre barras.

Diámetro máximo de barras de alta adherencia que hacen innecesaria la comprobación de fisuración $w_k \leq 0.3$ mm según EC-2	
Tensión del acero σ_s (N/mm^2)	**ϕ máximo de la barra (mm) Sección armada**
160	32
200	25
240	20
280	16
320	12
360	10
400	8
450	6

Nota: El valor de s_s puede ser estimado mediante la expresión $\sigma_s = \frac{M}{0.88 \cdot d \cdot A_s}$ donde *M* es el valor característico del momento flector en la combinación de acciones bajo la que se comprueba la fisuración.

$$\sigma_s = \frac{M}{0.88 \cdot d \cdot A_s}$$

$$\sigma_s = \frac{140000}{0.88 \cdot 450 \cdot 1608.5} = 0.2197 \text{ kN/mm}^2$$

$$\sigma_s = 219.7 \text{ N/mm}^2$$

Con una tensión de servicio s_s igual a 219.7 obtenemos que el diámetro máximo permitido como armadura para no realizar la comprobación a fisuración es 20 mm, y en nuestro caso, como hemos empleado 16, en principio, no es necesaria la comprobación a fisuración.

La segunda comprobación nos exige una separación entre redondos inferior a 200 mm (en realidad un valor comprendido entre 200 y 250 mm).

Como ya habíamos calculado previamente, la separación entre redondos es de 192 mm, con lo que también se cumple esta condición, y por tanto es innecesaria la comprobación estricta a fisuración.

Separación máxima entre barras de alta adherencia que hacen innecesaria la comprobación de fisuración $w_k \leq 0.3$ mm según EC-2		
Tensión del acero σ_s (N/mm^2)	**Separación máxima entre barras (mm)**	
	Flexión pura	**Tracción pura**
160	300	200
200	250	150
240	200	125
280	150	75
320	100	–
360	50	–