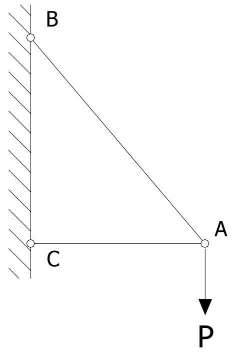
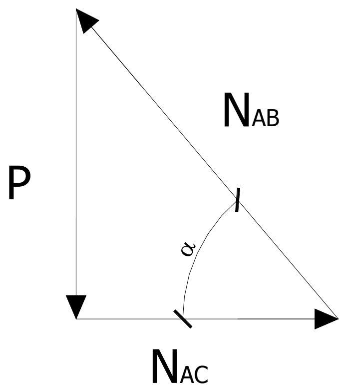
En una estructura articulada, las barras son de sección circular, de 5 cm^2 de área. Calcular la menor magnitud de la carga P para la cual se produce la rotura de la estructura, indicando en qué barra se inicia la misma.

Datos: $\overline{CA} = 2\text{m}$; $\overline{BA} = 3\text{m}$; *E=2·10⁶ kg/cm²; σR=3000 kg/cm².*



Al estudiar el nudo, se comprueba que la barra AB es solicitada a tracción, mientras que la barra AC lo es a compresión.



Del equilibrio del nudo A se obtiene:

$$\text{sen}\alpha = \frac{P}{N_{AB}};\ N_{AB} = \frac{P}{\text{sen}\alpha}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{P}{N_{AC}};\ N_{AC} = \frac{P}{\text{tg}\alpha}$$

La barra AB se rompería a tracción cuando P alcanzase un valor P^I tal que:

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{\frac{P^{I}}{\operatorname{sen}\alpha}}{A_{AB}}$$

El ángulo α está definido por la geometría del sistema, siendo $\alpha = \arccos\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \arccos\frac{2}{3}$. De este modo, la expresión anterior puede operarse:

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{\frac{P^{I}}{\operatorname{sen}\alpha}}{A_{AB}} = \sigma_R \rightarrow P^{I} = \operatorname{sen}\alpha \cdot \sigma_R \cdot A_{AB} = 11180\ \text{kg}$$

La barra AC se rompería a compresión cuando P alcanzase un valor P^{II} tal que:

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{\frac{P^{II}}{\operatorname{tg}\alpha}}{A_{AC}} = \sigma_R \rightarrow P^{II} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \sigma_R \cdot A_{AC} = 16771\ \text{kg}$$

La barra AC se rompería por pandeo al alcanzar su solicitación N_{AC} el valor de la carga crítica de Euler, o lo que es lo mismo, cuando P alcanzase un valor P^{III} tal que:

$$N_{AC} = \frac{P^{III}}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_k^2}$$

Sabiendo que el momento de inercia de la sección es $I = \frac{\pi \cdot D_{AC}^4}{64}$, es necesario calcular previamente su diámetro. Así:

$$\frac{\pi \cdot D_{AC}^2}{4} = A_{AC} = 5\ \text{cm}^2 \rightarrow D_{AC} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{AC}}{\pi}} = 2.52\ \text{cm}$$

Por otra parte, la longitud equivalente de pandeo es $L_k = \beta \cdot L$, con el coeficiente de pandeo β igual a la unidad por ser la barra biarticulada. De este modo se puede obtener la carga crítica de pandeo P^{III}:

$$P^{III} = \frac{tg\alpha \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{AC}^2} = \frac{tg\alpha \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \dfrac{\pi \cdot 2.52^4}{64}}{200^2} = 1092\,kg$$

Al ser P^{III} la menor de las cargas P, la estructura se rompe cuando se alcance este valor P=1092 kg, debido al pandeo de la barra AC.