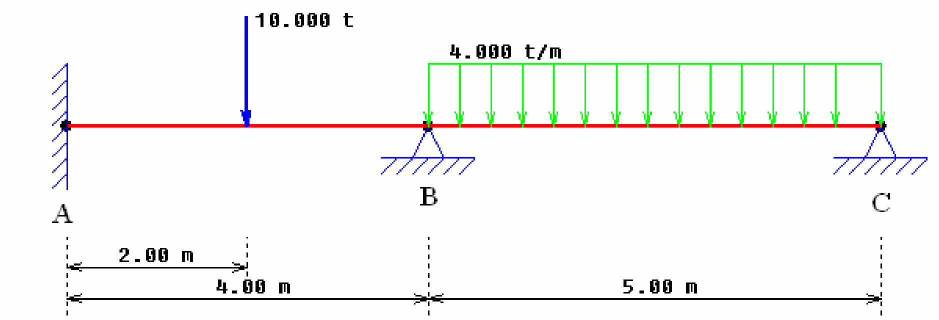
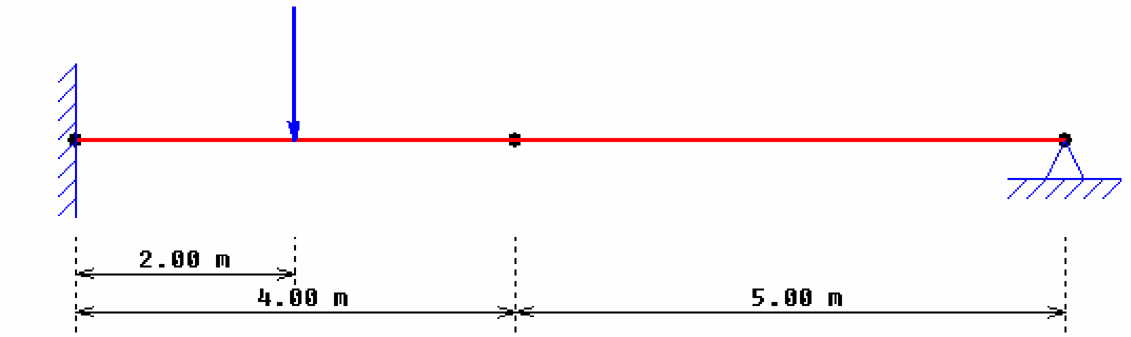
Mediante el método de superposición, determina las reacciones de los apoyos y la flecha en el punto medio del tramo BC.

Datos: E=2,1·10^6 kg/cm^2; I=9800 cm^4.

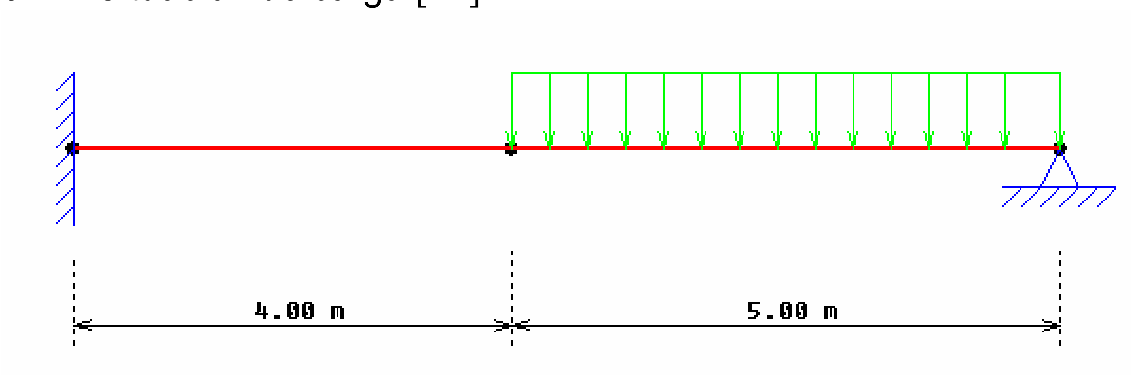


La descomposición del supuesto inicial será:

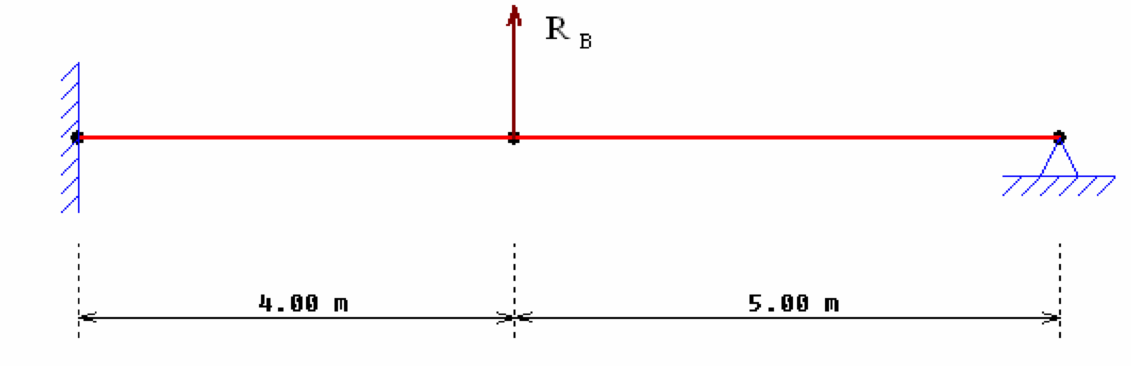
✓ Situación de carga [1]



✓ Situación de carga [2]



✓ Situación de carga [3]



$$\delta_{B_1} + \delta_{B_2} + \delta_{B_3} = 0$$

En el Prontuario aparecen las vigas en situación simétrica a las del enunciado, por lo que se han de modificar las cotas para adaptarse a las expresiones que aparecen.

✓ Situación de carga [1]

$$R_C = \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot l^3} \cdot (3 \cdot l - b) = \frac{10 \cdot 2^2}{2 \cdot 9^3} \cdot (3 \cdot 9 - 2) = 0.686\ t$$

$$R_A = \frac{P \cdot a}{2 \cdot l^3} \cdot (3 \cdot l^2 - a^2) = \frac{10 \cdot 7}{2 \cdot 9^3} \cdot (3 \cdot 9^2 - 7^2) = 9.314\ t$$

$$M_A = -\frac{P \cdot a}{2 \cdot l^2} \cdot (l^2 - a^2) = -\frac{10 \cdot 7}{2 \cdot 9^2} \cdot (9^2 - 7^2) = -13.827\ t \cdot m$$

Para obtener la reacción R_B es necesario recurrir a la expresión de la elástica en x=5 m.

$$y_{x=5} = \frac{P \cdot b^2 \cdot x}{12 \cdot E \cdot I \cdot l^3} \cdot (3 \cdot a \cdot l^2 - x^2 \cdot (2 \cdot l + a))$$

$$y_{x=5} = \frac{10 \cdot 2^2 \cdot 5}{12 \cdot E \cdot I \cdot 9^3} \cdot (3 \cdot 7 \cdot 9^2 - 5^2 \cdot (2 \cdot 9 + 7)) = \frac{24.600}{E \cdot I}$$

Para determinar la deformación en el punto medio de la carga uniforme del supuesto inicial, será necesario recurrir a la expresión de la elástica en x=250 cm.

$$y_{x=250} = \frac{10000 \cdot 200^2 \cdot 250}{12 \cdot 2.1 \cdot 10^6 \cdot 9800 \cdot 900^3} \cdot \left(3 \cdot 700 \cdot 900^2 - 250^2 \cdot (2 \cdot 900 + 700)\right) = 0.858 \text{ cm}$$

✓ Situación de carga [2]

$$M_A = -\frac{q \cdot a \cdot b \cdot c}{2 \cdot l^2} \cdot \left(l + a - \frac{c^2}{4 \cdot b}\right) = -\frac{4 \cdot 2.5 \cdot 6.5 \cdot 5}{2 \cdot 9^2} \cdot \left(9 + 2.5 - \frac{5^2}{4 \cdot 6.5}\right) = -21.142 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$R_A = \frac{q \cdot a \cdot c}{l} - \frac{M_A}{l} = \frac{4 \cdot 2.5 \cdot 5}{9} + \frac{21.142}{9} = 7.905 \text{ t}$$

$$R_C = \frac{q \cdot b \cdot c}{l} + \frac{M_A}{l} = \frac{4 \cdot 6.5 \cdot 5}{9} - \frac{21.142}{9} = 12.095 \text{ t}$$

Para obtener la reacción R_B es necesario recurrir a la expresión de la elástica en x=5 m.

$$y_{x=5} = -\frac{(l-x)^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \left(R_A \cdot (l-x) + 3 \cdot M_A\right)$$

$$y_{x=5} = -\frac{(9-5)^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \left(7.905 \cdot (9-5) + 3 \cdot (-21.142)\right) = \frac{84.816}{E \cdot I}$$

Para determinar la deformación en el punto medio de la carga uniforme del supuesto inicial, será necesario recurrir a la expresión de la elástica en x=250 cm.

$$y_{x=250} = \frac{1}{48 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot \left[-8 \cdot R_C \cdot l \cdot x^3 + 2 \cdot q \cdot l \cdot \left(x - a + \frac{c}{2}\right)^4 + q \cdot c^3 \cdot \left(l - 3 \cdot b + \frac{12 \cdot a \cdot b^2}{c^2}\right) \cdot x\right]$$

$$y_{x=250} = \frac{1}{48 \cdot 2.1 \cdot 10^6 \cdot 9800 \cdot 900} \cdot \left[\begin{array}{l} -8 \cdot 12095 \cdot 900 \cdot 250^3 + 2 \cdot 40 \cdot 900 \cdot \left(250 - 250 + \dfrac{500}{2} \right)^4 \\ +40 \cdot 500^3 \cdot \left(900 - 3 \cdot 650 + \dfrac{12 \cdot 250 \cdot 650^2}{500^2} \right) \cdot 250 \end{array} \right]$$

de donde $y_{x=250} = 4.438 \text{ cm}$

✓ Situación de carga [3]

En primer lugar, para determinar la reacción R_B se recurre a la expresión de la elástica en x=5 m.

$$y_{x=5} = \frac{-R_B \cdot b^2 \cdot x}{12 \cdot E \cdot I \cdot l^3} \cdot \left(3 \cdot a \cdot l^2 - x^2 \cdot (2 \cdot l + a)\right)$$

$$y_{x=5} = \frac{-R_B \cdot 4^2 \cdot 5}{12 \cdot E \cdot I \cdot 9^3} \cdot \left(3 \cdot 5 \cdot 9^2 - 5^2 \cdot (2 \cdot 9 + 5)\right) = \frac{-5.853 \cdot R_B}{E \cdot I}$$

Como la suma de las deformaciones en esta sección ha de ser nula, puesto que se trata de un apoyo, se puede escribir:

$$\delta_B = \frac{24.600}{E \cdot I} + \frac{84.816}{E \cdot I} + \frac{-5.853 \cdot R_B}{E \cdot I} = 0$$

por tanto, R_B = 18.694 t

$$R_C = \frac{-R_B \cdot b^2}{2 \cdot l^3} \cdot (3 \cdot l - b) = \frac{-18.694 \cdot 4^2}{2 \cdot 9^3} \cdot (3 \cdot 9 - 4) = -4.718 \text{ t}$$

$$R_A = \frac{-R_B \cdot a}{2 \cdot l^3} \cdot \left(3 \cdot l^2 - a^2\right) = \frac{-18.694 \cdot 5}{2 \cdot 9^3} \cdot \left(3 \cdot 9^2 - 5^2\right) = -13.976 \text{ t}$$

$$M_C = -\frac{P \cdot a}{2 \cdot l^2} \cdot \left(l^2 - a^2\right) = -\frac{-18.694 \cdot 5}{2 \cdot 9^2} \cdot \left(9^2 - 5^2\right) = +32.311 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Para determinar la deformación en el punto medio de la carga uniforme del supuesto inicial, será necesario recurrir a la expresión de la elástica en x=250 cm.

$$y_{x=250} = \frac{-18694 \cdot 400^2 \cdot 250}{12 \cdot 2.1 \cdot 10^6 \cdot 9800 \cdot 900^3} \cdot \left(3 \cdot 500 \cdot 900^2 - 250^2 \cdot (2 \cdot 900 + 500)\right) = -4.449 \text{ cm}$$

✓ Obtención de las reacciones y momento de empotramiento

R_A = 9.314 + 7.905 – 13.976 = 3.243 t

M_A = -13.827 – 21.142 + 32.311 = - 2.658 t·m

R_B = 18.694 t

R_C = 0.686 + 12.095 – 4.718 = 8.063 t

✓ Obtención de la deformación en la sección pedida

$$y_{x=250} = 0.858 + 4.438 - 4.449 = 0.887 \text{ cm}$$