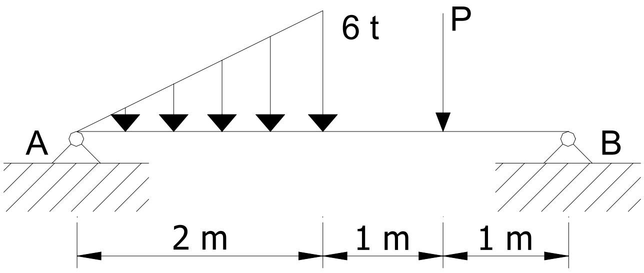
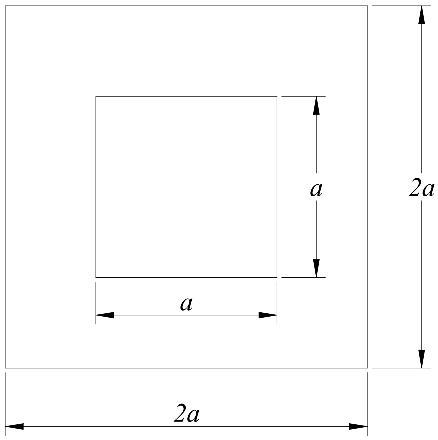
Dado el supuesto de la figura:



Se pide:

a) *Hallar el valor de P para que la viga tenga un tramo de flexión pura.*

b) *Para este valor determinar el perfil con el siguiente diseño:*



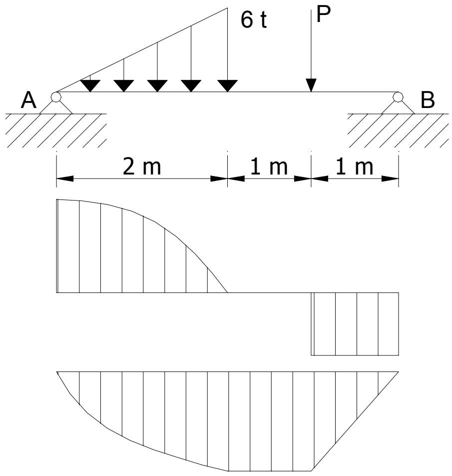
σ_{adm}=1000 kg/cm^2

E=2·10^6 kg/cm^2

c) *Hallar el radio de curvatura de la zona de flexión pura.*

Para que exista un tramo de flexión pura, el momento flector debe ser constante M y el esfuerzo cortante Q nulo.

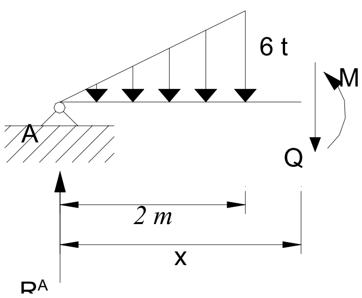
En primer lugar se representan los diagramas de esfuerzo cortante y momento flector, forzando ya a que exista un tramo de flexión pura, que únicamente puede ser el central.



Para ello, en primer lugar se obtiene el valor de las reacciones:

$$\sum M_A = 0$$
$$R_B \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 - P \cdot 3 = 0; \rightarrow R_B = 2 + \frac{3}{4} \cdot P$$
$$\sum M_B = 0$$
$$R_A \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 + 2 \right) - P \cdot 1 = 0; \rightarrow R_A = 4 + \frac{1}{4} \cdot P$$

Conocida la reacción, se determina la expresión de momentos en el tramo central $2m \le x \le 3m$.



$$M = R_A \cdot x - 6 \cdot x + 8$$

Sustituyendo el valor de R_A, se tiene:

$$M = \left(4 + \frac{P}{4}\right) \cdot x - 6 \cdot x + 8 = \frac{P}{4} \cdot x - 2 \cdot x + 8$$

Para recoger la condición de flexión pura, se opera:

$$M_{x=2} = M_{x=3}$$
$$\frac{P}{4} \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 8 = \frac{P}{4} \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 8; \rightarrow P = 8\,t$$

Por tanto, en ambos casos, M=8 t·m

b) Obtención de la dimensión *a* para determinar el perfil buscado.

En primer lugar se obtiene momento de inercia del cuadrado de lado $2 \cdot a$:

$$I = \int y^2 \cdot dA$$
$$dA = 2 \cdot a \cdot dy$$
$$I = \int_{-a}^{a} y^2 \cdot 2 \cdot a \cdot dy = 2 \cdot a \cdot \int_{-a}^{a} y^2 \cdot dy$$
$$I = 2 \cdot a \cdot \left. \frac{y^3}{3} \right|_{-a}^{+a} = 2 \cdot a \cdot \left(\frac{a^3}{3} + \frac{a^3}{3} \right) = \frac{4}{3} \cdot a^4$$

Posteriormente se calcula el momento de inercia del cuadrado de lado *a*:

$$I = \int y^2 \cdot dA$$
$$dA = a \cdot dy$$
$$I = \int_{-a/2}^{a/2} y^2 \cdot a \cdot dy = a \cdot \int_{-a/2}^{a/2} y^2 \cdot dy$$

$$I = a \cdot \left.\frac{y^3}{3}\right|_{\frac{-a}{2}}^{\frac{+a}{2}} = a \cdot \left(\frac{a^3}{24} + \frac{a^3}{24}\right) = \frac{1}{12} \cdot a^4$$

Por tanto, el momento de inercia total es:

$$I = \frac{4}{3} \cdot a^4 - \frac{1}{12} \cdot a^4 = \frac{5}{4} \cdot a^4$$

El módulo resistente de esta sección es:

$$W = \frac{I}{h} = \frac{\frac{5}{4} \cdot a^4}{a} = \frac{5}{4} \cdot a^3$$

Si se desprecian los efectos del esfuerzo cortante, se tiene:

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

M=8 t·m = $8 \cdot 10^5$ kg·cm

σ_{adm} = 1000 kg/cm^2

$$\frac{M}{W} \leq \sigma_{adm} \rightarrow \frac{M}{\sigma_{adm}} \leq W$$

$$W \geq \frac{8 \cdot 10^5}{10^3} = 800\ cm^3$$

$$\frac{5}{4} \cdot a^3 \geq 800 \rightarrow a^3 \geq 640$$

Así, el valor más pequeño de a que cumple la condición es 8.62 cm.

c) Radio de curvatura en la zona de flexión pura.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I} = \frac{8 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^6 \cdot \frac{5}{4} \cdot 8.62^4} = 5.8 \cdot 10^{-5}\ cm; \rightarrow \rho = 17235\ cm$$