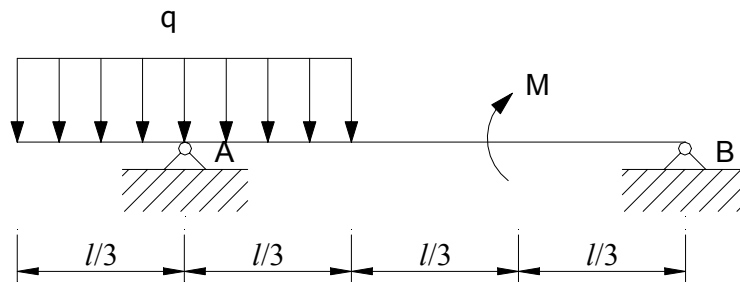


Determinar las ecuaciones y diagramas del esfuerzo cortante y del momento flector de la viga biapoyada con voladizo de la figura, sometida a una carga uniforme  $q$  y a un par  $M$ , tal y como se indica:



### Obtención de las reacciones

En lo que sigue, para facilitar el cálculo, la carga uniforme  $q$  repartida sobre  $\frac{2 \cdot l}{3}$  será considerada como dos cargas uniformes de longitud  $\frac{l}{3}$  y de intensidad  $q$ ; una en el voladizo y la otra hacia el interior de la viga.

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B \cdot l - M - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{6} + q \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{6} = 0; \rightarrow R_B = \frac{M}{l}$$

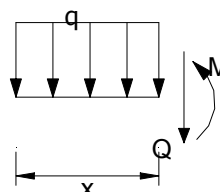
$$\sum M_B = 0$$

$$R_A \cdot l + M - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left( \frac{2 \cdot l}{3} + \frac{l}{6} \right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left( l + \frac{l}{6} \right) = 0$$

$$R_A = -\frac{M}{l} + \frac{q}{3} \cdot \frac{5 \cdot l}{6} + \frac{q}{3} \cdot \frac{7 \cdot l}{6} = 0; \rightarrow R_A = -\frac{M}{l} + \frac{2 \cdot q \cdot l}{3}$$

### Determinación de las fuerzas de sección

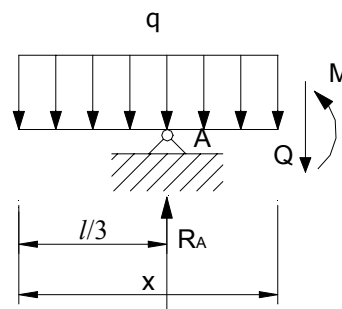
$$x \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{3}$$



$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ q \cdot x + Q &= 0 \\ Q &= -q \cdot x; \rightarrow \text{Recta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M &= 0 \\ q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + M &= 0 \\ M &= -\frac{q \cdot x^2}{2}; \rightarrow \text{Parábola}\end{aligned}$$

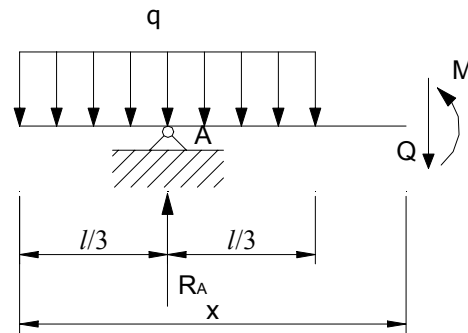
$$x \quad \frac{l}{3} \leq x \leq \frac{2 \cdot l}{3}$$



$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ R_A - q \cdot \frac{l}{3} - q \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - Q &= 0 \\ Q &= R_A - q \cdot x; \rightarrow \text{Recta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M &= 0 \\ R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{6}\right) - \frac{q}{2} \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right)^2 - M &= 0 \\ M &= R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{6}\right) - \frac{q}{2} \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right)^2; \rightarrow \text{Parábola}\end{aligned}$$

$$x \quad \frac{2 \cdot l}{3} \leq x \leq l$$



$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - q \cdot \frac{l}{3} - q \cdot \frac{l}{3} - Q = 0$$

$$Q = R_A - \frac{2 \cdot q \cdot l}{3}; \rightarrow \text{Constante}$$

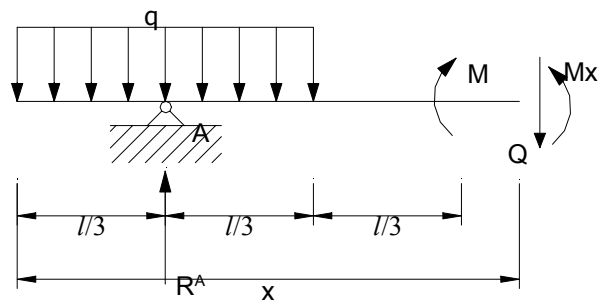
$$\sum M = 0$$

$$R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{6}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{3} - \frac{l}{6}\right) - M = 0$$

$$M = R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{6} + x - \frac{l}{2}\right)$$

$$M = R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - \frac{2 \cdot q \cdot l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right); \rightarrow \text{Recta}$$

$$x \quad l \leq x \leq \frac{4 \cdot l}{3}$$



$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - q \cdot \frac{l}{3} - q \cdot \frac{l}{3} - Q = 0$$

$$Q = R_A - \frac{2 \cdot q \cdot l}{3} = -R_B; \rightarrow \text{Constante}$$

$$\sum M = 0$$

$$R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{6}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{2}\right) + M - M_x = 0$$

$$M_x = R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(2 \cdot x - \frac{2 \cdot l}{3}\right)$$

$$M_x = R_A \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) - \frac{2 \cdot q \cdot l}{3} \cdot \left(x - \frac{l}{3}\right) + M; \rightarrow \text{Recta}$$

Diagrama de esfuerzos cortantes

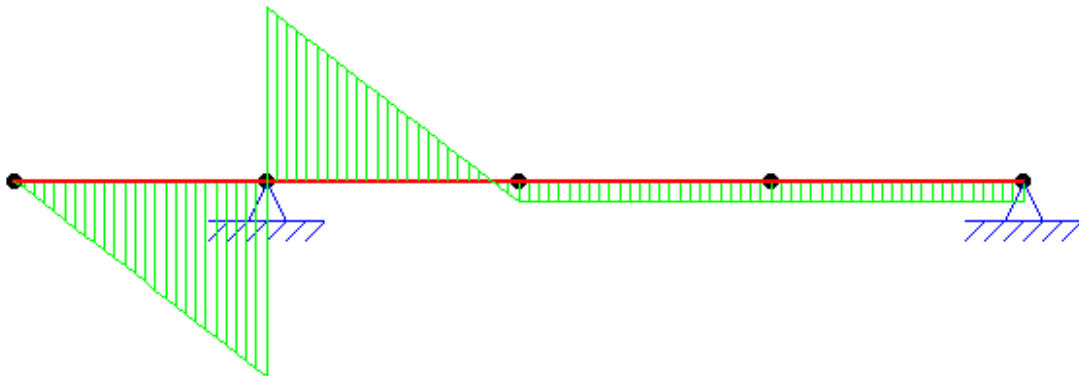
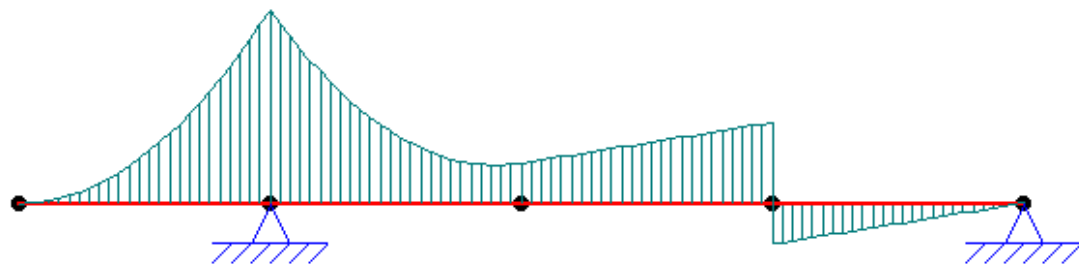


Diagrama de momentos flectores



## Deformada de la viga

