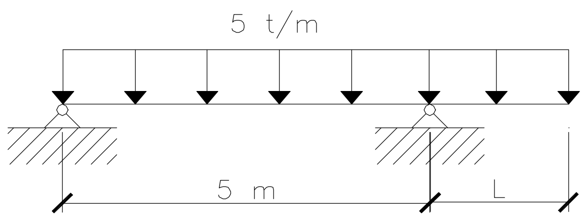
Una viga isostática de 5 m de luz, con un voladizo de longitud l está cargada con una carga uniformemente repartida de 5 t/m. Sabiendo que la viga es de inercia constante, determinar la longitud del voladizo para que el momento negativo del apoyo sea igual al momento positivo del vano.



En primer lugar calculamos las reacciones:

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B \cdot 5 - 5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} - 5 \cdot L \cdot \left(5 + \frac{L}{2}\right) = 0$$

$$R_B = \frac{25}{2} + L \cdot \left(5 + \frac{L}{2}\right) = \frac{25}{2} + \left(5 \cdot L + \frac{L^2}{2}\right)$$

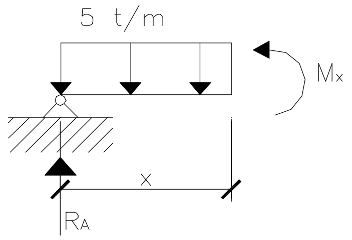
$$R_B = \frac{25}{2} + \frac{10 \cdot L + L^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot (5 + L)^2$$

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A \cdot 5 - 5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} + 5 \cdot L \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$R_A = \frac{25}{2} - \frac{L^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(25 - L^2\right)$$

Una vez calculadas las reacciones, obtenemos la expresión del momento flector en el tramo entre apoyos:



$$0 < x \leq 5m$$

$$\sum M_x = 0$$

$$R_A \cdot x - 5 \cdot \frac{x^2}{2} = M$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \left(25 - l^2\right) \cdot x - \frac{5}{2} \cdot x^2$$

Para obtener el momento máximo positivo, *M_{max+}*, derivamos M e igualamos a cero.

$$M' = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(25 - l^2\right) - \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot x = 0$$

Obtenemos de esta manera donde se halla el momento máximo en el vano:

$$x = \frac{1}{10} \cdot \left(25 - l^2\right)$$

$$M_{max+} = \frac{1}{2} \cdot \left(25 - l^2\right) \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(25 - l^2\right) - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{100} \cdot \left(25 - l^2\right)^2$$

$$M_{max+} = \frac{1}{40} \cdot \left(25 - l^2\right)^2$$

El momento máximo negativo se encuentra localizado en el apoyo, por lo que para obtener la expresión de M_{max-} basta introducir x=5 en la ecuación de momentos obtenida anteriormente.

$$M_{max-} = \frac{1}{2}\cdot\left(25-l^2\right)\cdot 5 - \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(125-5\cdot l^2\right) - \frac{1}{2}\cdot 125 = -\frac{5\cdot l^2}{2}$$

Por tanto, para obtener la longitud del voladizo *l* basta con igualar $M_{max+} = \left|M_{max-}\right|$

$$\frac{1}{40}\cdot\left(25-l^2\right)^2 = \frac{5\cdot l^2}{2}$$

$$\left(25-l^2\right)^2 = 100\cdot l^2$$

$$l^4 - 150\cdot l^2 + 625 = 0$$

$$l^2 = \frac{150\pm\sqrt{150^2-4\cdot 625}}{2} = \frac{150\pm 10^2\cdot\sqrt{2}}{2} \quad \begin{cases} \mathbf{L_1 = 2.07\ m} \\ L_2 = 12.07\ m \end{cases}$$