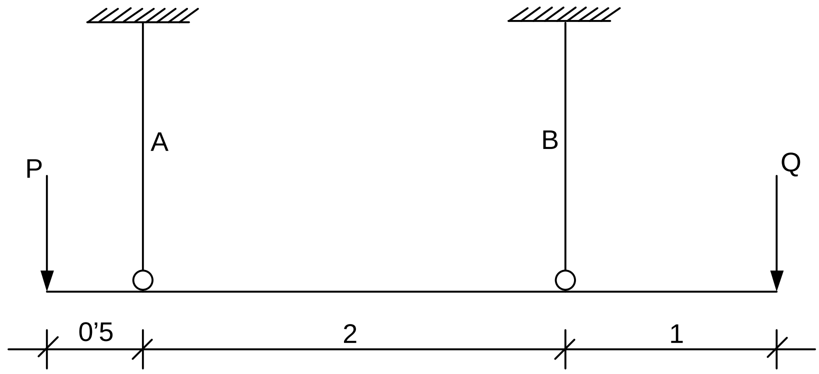
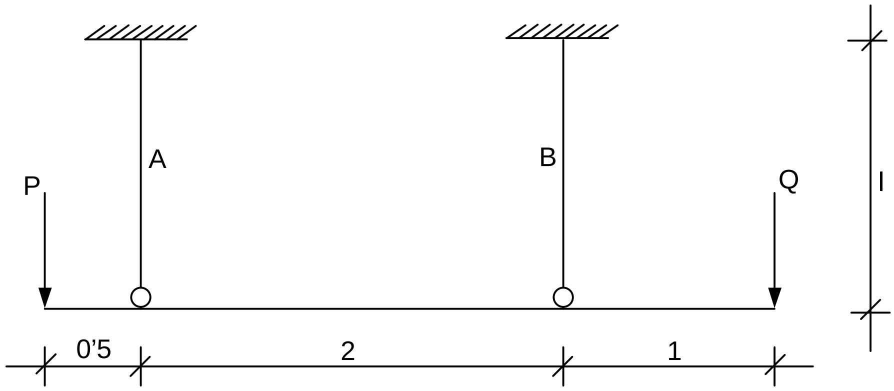
Una barra supuestamente rígida está sustentada por dos barras circulares articuladas con la anterior, según la disposición siguiente:



La barra A tiene una tensión admisible de 1000 kg/cm² y sección 10 cm², mientras que la barra B tiene una tensión admisible de 1200 kg/cm² y sección 8 cm². Ambas barras tienen idéntico módulo de elasticidad.

Hallar los valores máximos de las cargas puntuales P y Q para que la barra permanezca horizontal.



$\sigma_{A\ adm} = 1000\ kg/cm^2$

$A = 10\ cm^2$

$\sigma_{B\ adm} = 1200\ kg/cm^2$

$A = 8\ cm^2$

Para que la barra permanezca horizontal, los alargamientos han de ser iguales:

$$\delta_A = \delta_B$$

Aplicando la ley de Hooke, se tiene:

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{R_A \cdot l}{A} = \frac{1}{E} \cdot \frac{R_B \cdot l}{B}$$

de donde

$$\frac{R_A}{A} = \frac{R_B}{B}; \quad \frac{R_A}{10} = \frac{R_B}{8}$$

y por tanto

$$R_A = \frac{5}{4} \cdot R_B$$

Al ser iguales los alargamientos, las longitudes iniciales de las barras (*l*) y los módulos de elasticidad de los materiales, se tiene:

$$\varepsilon_A = \frac{\delta_A}{l}; \quad \varepsilon_B = \frac{\delta_B}{l}$$

$$\sigma_A = \varepsilon_A \cdot E \quad y \quad \sigma_B = \varepsilon_B \cdot E$$

$$\sigma_A = \sigma_B$$

Esto implica, al trabajar A al trabajar al máximo, que $\sigma_A = \sigma_B = 1000 \ kg/cm^2$.

Aplicando las ecuaciones de la Estática, nos queda:

$$\sum F_y = 0$$
$$R_A + R_B = P + Q$$

$$\sum M_A = 0$$
$$P \cdot 0.5 + R_B \cdot 2 - Q \cdot 3 = 0$$
$$R_B = 1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot P$$

Operando las dos expresiones obtenidas, se tiene:

$$R_A + 1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot P = P + Q$$
$$R_A = 1.25 \cdot P - 0.5 \cdot Q$$

Como, $R_A = \frac{5}{4} \cdot R_B$, introducimos este valor, de donde:

$$1.25 \cdot P - 0.5 \cdot Q = \frac{5}{4} \cdot (1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot P)$$
$$P - 0.4 \cdot Q = 1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot P$$
$$1.25 \cdot P = 1.9 \cdot Q$$

y por tanto

$$P = \frac{1.9}{1.25} \cdot Q$$

Teniendo en cuenta que $\sigma_A = \sigma_B = 1000 \ kg/cm^2$, llegamos a determinar los valores de P y Q:

$$\sigma_B = \frac{R_B}{B} = 1000 \, kg/cm^2$$
$$R_B = \sigma_B \cdot B = 8000 \, kg$$

$$R_B = 1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot P = 8000$$
$$1.5 \cdot Q - 0.25 \cdot \frac{1.9}{1.25} \cdot Q = 8000$$

$$Q = 7142.86 \, kg$$

$$P = 10857.14 \ \text{kg}$$

Para comprobar:

$$\sigma_A = \frac{R_A}{A} = 1000 \ \text{kg/cm}^2$$

$$R_A = 10000 \ \text{kg}$$

$$R_A + R_B = 18000 \ \text{kg} \quad (= P + Q)$$