

Electric Power Systems Laboratory

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA

**La Stabilità di Tensione dei Sistemi Elettrici:
Metodologie di Valutazione e Correlazioni tra Procedure
Statiche e Dinamiche**

Relatori:

Chiar.mo Prof. B. Delfino

Chiar.mo Prof. G. B. Denegri

Chiar.mo Prof. M. Invernizzi

Allievo:

Federico Milano

Anno Accademico 1997/98

*Al mio caro nonno Cesare
che ora non è più*

INDICE

INTRODUZIONE	pag. 1
---------------------	--------

CAPITOLO I

Impostazione del modello matematico non lineare per lo studio dei sistemi elettrici

I.1	Modello matematico generale del sistema elettrico	pag. 6
I.2	Modello matematico linearizzato del sistema elettrico	pag. 10
I.3	Definizione della matrice jacobiana dinamica di load flow	pag. 12
I.4	Evoluzione dinamica delle equazioni non lineari del sistema elettrico	pag. 14

CAPITOLO II

Stabilità di tensione e cenni alla teoria delle biforcazioni

II.1	Definizioni e metodi per valutare la stabilità di un sistema elettrico soggetto a grandi perturbazioni	pag. 16
II.2	Stabilità, instabilità e collasso di tensione: definizioni e considerazioni generali	pag. 19
II.3	Cenni alla teoria delle biforcazioni	pag. 22
	II.3.1 Punti causali	pag. 23
	II.3.2 Punti d'equilibrio iperbolici	pag. 24
	II.3.3 Equivalenza dei movimenti	pag. 24
	II.3.4 Stabilità strutturale	pag. 25
	II.3.5 Punti di biforcazione	pag. 26
	II.3.6 Biforcazioni statiche	pag. 26
II.4	Dinamica dei sistemi iperbolici	pag. 29

CAPITOLO III

Struttura dei sistemi ad autovalori reali e condizioni per valutarne la stabilità

III.1	Tassonomia delle non linearità dei sistemi elettrici	pag. 32
III.2	Forma normalizzata della biforcazione di tipo saddle node	pag. 35
III.3	Parametri variabili nel tempo	pag. 39
III.4	Definizione dei sistemi ad autovalori reali	pag. 42
III.5	Procedura per valutare la stabilità dei sistemi ad autovalori reali	pag. 44

CAPITOLO IV

Trasformatore a rapporto variabile sotto carico

IV.1	Modello matematico	pag. 47
IV.2	Sistema linearizzato e jacobiani di load flow	pag. 51
IV.3	Caratteristica statica	pag. 53
IV.4	Simulazione dinamica	pag. 56

CAPITOLO V

Motore asincrono con modello di prim'ordine

V.1	Modello matematico	pag. 58
V.2	Sistema linearizzato e jacobiani di load flow	pag. 62
V.3	Caratteristica statica	pag. 64
V.4	Simulazione dinamica	pag. 66

CAPITOLO VI

Generatore sincrono con modello di terz'ordine

VI.1	Modello matematico della macchina sincrona	pag. 67
VI.2	Definizione del sistema elettrico d'esempio a tre nodi	pag. 71
VI.3	Sistema linearizzato e jacobiani di load flow	pag. 73
VI.4	Caratteristica statica	pag. 77
VI.5	Simulazione dinamica	pag. 81
VI.6	Inserimento del regolatore automatico di tensione	pag. 83
VI.6.1	Modello matematico dell'AVR	pag. 85
VI.6.2	Definizione del sistema complessivo	pag. 87
VI.6.3	Modifica alle matrici del sistema linearizzato	pag. 87
VI.6.4	Classificazione delle non linearità presenti	

nel sistema	pag. 89
VI.6.5 Simulazione dinamica	pag. 91
VI.7 Inserimento del regolatore in sovraeccitazione	pag. 94

CAPITOLO VII

Utilizzo dello jacobiano dinamico come indice di stabilità di tensione

VII.1 Utilità degli indici di stabilità di tensione	pag. 100
VII.2 Nose curve e maximum power transfer capability	pag. 102
VII.3 Analisi modale	pag. 105

CONCLUSIONI	pag. 109
--------------------	----------

APPENDICE

Rappresentazione dei limitatori

A.1 Limitatori statici	pag. 113
A.2 Limitatori dinamici	pag. 116

BIBLIOGRAFIA	pag. 119
---------------------	----------

INTRODUZIONE

I fenomeni dinamici che portano all'instabilità ed al collasso della tensione si manifestano nei sistemi elettrici di potenza funzionanti in condizioni di carico elevato e consistono in un progressivo degrado del livello di tensione presso uno o più nodi di rete, fino a causare, in alcuni casi, un vero e proprio black-out.

Gli attuali vincoli economici ed ambientali che limitano lo sviluppo di nuovi sistemi di generazione e trasmissione, insieme con la tendenza, prevista per i prossimi decenni, al continuo aumento della richiesta di energia da parte degli utenti, determineranno condizioni di carico sempre più gravose sugli impianti esistenti e rendono pertanto di grande interesse lo studio dell'instabilità di tensione.

La prima difficoltà che si incontra quando si affronta questo problema è la grande varietà di definizioni e di terminologie che tentano di descrivere i fenomeni in esame. A tutt'oggi, ad esempio, non esiste ancora una definizione univoca di cosa s'intenda per instabilità o per collasso di tensione ed in cosa differisca dagli altri tipi d'instabilità che insorgono nei sistemi elettrici [1].

Tuttavia, è ormai riconosciuto che, per una corretta impostazione di questo problema, è necessaria un'adeguata modellizzazione del comportamento dinamico dei componenti connessi alla rete.

Si giunge, pertanto, alla definizione di un sistema di equazioni algebrico-differenziali che, nella forma più generale, non sono lineari e devono tenere conto dei limiti fisici ammissibili sulle variabili.

Una volta definito un modello matematico sufficientemente accurato, bisogna impostare una procedura di analisi che permetta, anche

attraverso considerazioni pratiche, d'individuare i fenomeni che conducono all'instabilità di tensione [2].

In tal senso, gli approcci più consolidati sono l'analisi statica, in particolare delle equazioni di load flow, e l'analisi dinamica, sia attraverso la linearizzazione attorno ad un punto di lavoro, sia attraverso i metodi d'integrazione numerica.

Nell'ambito dell'analisi statica, lo studio delle equazioni di load flow ha portato alla definizione di un vasto assortimento di indici, ovvero di funzioni scalari in genere basate su fattori di sensitività tra potenza iniettata ai nodi e la corrispondente tensione [3].

Un particolare esempio di questi fattori di sensitività è costituito dalle cosiddette *nose curve*, dalle quali vengono, non sempre correttamente, dedotte informazioni sulla stabilità dell'equilibrio e sulla massima potenza trasferibile.

Le caratteristiche principali che si inseguono nella definizione di un indice sono la rapidità di calcolo, con l'obiettivo di un uso operativo in tempo reale, e l'accuratezza delle informazioni fornite.

Non sempre, però, l'uso di questi indici risulta adeguato, soprattutto a causa di una non diretta corrispondenza tra le equazioni statiche di load flow e la dinamica complessiva del sistema e quindi in genere vengono meno le caratteristiche di accuratezza.

L'analisi dinamica consente invece, a scapito di una maggior mole computazionale, di ottenere informazioni esatte sulla stabilità di tensione, poiché basata sullo studio del set completo delle equazioni algebrico-differenziali.

In passato, l'analisi dinamica è stata volta, quasi esclusivamente, al problema della perdita di passo dei generatori sincroni e le tecniche

usate a tal fine costituiscono il punto di partenza per lo studio dell'instabilità di tensione.

Ad esempio, la procedura proposta da Venikov basata sulla valutazione del segno degli autovalori della matrice di stato del sistema linearizzato attorno ad un punto di lavoro al variare dei parametri più significativi [4], era destinata, originariamente, ad un sistema con soli generatori con modello di second'ordine e solo in seguito è stata adattata per lo studio dell'instabilità di tensione [5].

L'analisi delle caratteristiche dinamiche dei sistemi differenziali nell'intorno di un punto d'equilibrio, è stato oggetto, negli ultimi anni, di nuovi studi grazie all'applicazione della teoria delle biforcazioni che permette, da un lato, di valutare il comportamento del sistema in condizioni dove la linearizzazione non è più sufficiente, dall'altro fornisce la possibilità di classificare la struttura delle equazioni algebrico-differenziali che descrivono i sistemi elettrici [6,7,8,9].

L'analisi dinamica dei transitori dei sistemi non lineari rappresenta un approccio ancora più oneroso rispetto all'analisi nell'intorno di un punto di lavoro poiché è basato sulla simulazione nel tempo. Essa fornisce, nei limiti delle approssimazioni adottate, l'andamento temporale delle grandezze del sistema a seguito delle perturbazioni imposte.

A differenza dell'analisi della perdita di passo dei generatori, non è consolidato l'impiego, per il problema dell'instabilità di tensione, delle cosiddette funzioni energia, ovvero potenziali generalizzati, che costituiscono i metodi diretti di valutazione quantitativa della stabilità a seguito di grandi perturbazioni [10].

Negli ultimi anni, si è tentato di combinare insieme le peculiarità dei metodi statici e dinamici, con l'intento di recuperare l'utilizzo delle equazioni di load flow senza però trascurare le caratteristiche dinamiche delle equazioni differenziali.

L'analisi modale costituisce un primo passo in questo senso, poiché propone una sorta di compromesso tra l'analisi dinamica attraverso la simulazione nel tempo e lo studio delle matrici jacobiane di load flow calcolate solo per alcuni istanti rappresentativi di particolari fasi del transitorio [11,12].

Tuttavia, tale metodo mantiene l'approccio tradizionale di sensitività tra potenza e tensione ai nodi che non sempre risulta indicativo dell'evoluzione temporale delle variabili di stato del sistema.

Nell'ambito dell'analisi alle piccole variazioni, invece, è stata proposta una rielaborazione del metodo di Venikov, dove invece della matrice di stato si utilizza un particolare jacobiano dinamico di load flow che comprende, in aggiunta rispetto agli jacobiani tradizionali, termini derivati dalle equazioni differenziali [13,14].

Tale metodo consente di riconoscere l'insorgenza dell'instabilità a seguito del cambio di segno dello jacobiano dinamico di load flow ed è valido per sistemi per cui l'instabilità di tensione è legata al segno dei soli autovalori reali nella matrice di stato.

Nella presente tesi, si tenta di estendere l'utilizzo dello jacobiano dinamico di load flow definito in [14] per la valutazione del raggiungimento dell'instabilità di sistemi soggetti a grandi perturbazioni, la cui evoluzione temporale viene simulata con tradizionali routine di integrazione numerica.

L'analisi viene limitata a sistemi che presentino uno specifico tipo di biforcazione, detta saddle node, e che siano soggetti a perturbazioni il cui andamento temporale sia monotono.

Queste ipotesi non risultano essere particolarmente restrittive per lo studio dell'instabilità di tensione poiché alcuni tra i principali elementi dinamici di rete, quali il trasformatore a rapporto variabile sotto carico, il motore asincrono ed il generatore sincrono presentano le caratteristiche strutturali sopra definite.

Inoltre è ragionevole schematizzare le perturbazioni quali l'aumento di richiesta di potenza, in particolare reattiva, come variazioni a gradino o rampe temporali, entrambe appartenenti alla famiglia delle funzioni monotone.

Negli esempi applicativi, si dedica particolare attenzione alla modellizzazione dei componenti dinamici [15,16] e dei sistemi automatici di controllo [17,18], dove si tiene in conto anche la presenza dei limiti fisici sulle variabili di regolazione [19].

Infine si propone un confronto fra la procedura basata sullo jacobiano dinamico con le metodologie che usano le nose curve e l'analisi modale, al fine di utilizzare lo jacobiano dinamico di load flow quale indice di stabilità di tensione.

CAPITOLO I

IMPOSTAZIONE DEL MODELLO MATEMATICO NON LINEARE PER LO STUDIO DEI SISTEMI ELETTRICI

I.1 Modello matematico generale del sistema elettrico

Il modello matematico più usato per la rappresentazione dei sistemi elettrici per l'energia consiste in un insieme di equazioni algebrico-differenziali non lineari, espresse nella forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathbf{f}(x, y, u) \\ 0 = \mathbf{g}(x, y, u) \end{cases} \quad (\text{I.1.1})$$

dove $x \in R^n$ e $y \in R^{2m}$ indicano rispettivamente le variabili di stato e le variabili algebriche del sistema, $u \in R^p$ indica il vettore degli ingressi indipendenti, mentre $\mathbf{f}: R^{n+2m+p} \rightarrow R^n$ e $\mathbf{g}: R^{n+2m+p} \rightarrow R^{2m}$ sono funzioni differenziabili ($\mathbf{f}, \mathbf{g} \in C^k, k \geq 1$).

Inoltre si ammette, per convenzione, che sia sempre possibile esplicitare le derivate prime dello stato, ipotesi del resto normalmente verificata per le equazioni differenziali tipiche dei sistemi elettrici.

E' conveniente suddividere il vettore delle y e le \mathbf{g} in due sottoinsiemi d'ordine m in modo da poter distinguere le equazioni di load flow dalle equazioni algebriche costitutive dei componenti connessi alla rete:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}_2(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (\text{I.1.2})$$

Le \mathbf{y}_1 indicano le variabili che nella impostazione tradizionale del problema statico di load flow sono ingressi assegnati indipendenti (potenze attive ai nodi PV e PQ e potenze reattive ai nodi PQ), mentre le \mathbf{y}_2 indicano le rimanenti variabili algebriche incognite (fasi ai nodi PV e PQ e tensioni ai nodi PQ).

Con queste convenzioni le \mathbf{g}_2 esprimono, in forma implicita, le equazioni di load flow, il cui utilizzo implica l'ipotesi di trascurare le dinamiche elettromagnetiche, che presentano costanti di tempo molto più piccole di quelle dei fenomeni transitori che si vogliono studiare. La rete elettrica si suppone quindi sempre a regime e le variazioni delle variabili di load flow sono da considerarsi istantanee.

Le \mathbf{g}_1 , invece, esprimono la dipendenza delle potenze attive e reattive iniettate ai nodi della rete dalle variabili di stato.

E' da notare che nel problema di load flow si distingue tra nodi di generazione (PV) e nodi di carico (PQ), mentre per la soluzione del problema algebrico-differenziale tale distinzione è valida solo se si suppone che la tensione ai morsetti dei generatori e la potenza attiva erogata siano costanti o soggette a regolatori molto rapidi. Questo equivale a trascurare la dinamica dei generatori con tali caratteristiche di regolazione. In generale, tuttavia, anche i generatori sono da considerarsi come nodi PQ, dove la potenza attiva e reattiva

erogate sono funzioni algebriche comprese nelle \mathbf{g}_1 .

Nel vettore u dei parametri sono contenuti tutti gli ingressi indipendenti del sistema elettrico: tensioni di riferimento dei regolatori di tensione, potenze meccaniche dei generatori sincroni, coppie resistenti dei motori asincroni ed i parametri variabili della rete stessa quali, ad esempio, le impedenze delle linee di trasmissione o dei carichi passivi lineari.

Confluiscono nel vettore dei parametri anche alcune variabili indipendenti del problema di load flow come la tensione e la fase del nodo di saldo o la P e la Q dei carichi a potenza costante di cui si trascura la dinamica.

La struttura delle \mathbf{g}_1 e delle \mathbf{g}_2 consente, per la definizione stessa delle equazioni di load flow e delle equazioni algebriche dei componenti, di esplicitare le y_1 in funzione delle x , delle y_2 e dei parametri u :

$$y_1 = \mathbf{g}_1^*(x, y_2, u) \quad (\text{I.1.3})$$

$$y_1 = \mathbf{g}_2^*(y_2, u) \quad (\text{I.1.4})$$

Se si sostituiscono le \mathbf{g}_1^* nelle \mathbf{f} e le \mathbf{g}_2^* nelle \mathbf{g}_1 si ottiene il sistema algebrico-differenziale nella forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathbf{f}(x, y_2, u) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}_1(x, y_2, u) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}_2(y_1, y_2, u) \end{cases} \quad (\text{I.1.5})$$

dove le g_2 rappresentano la forma implicita della (I.1.4).

Si nota che, da un punto di vista strettamente matematico, è indifferente sostituire le g_1^* o le g_2^* nelle f .

Tuttavia, poiché le g_1^* contengono, a due a due, soltanto le coppie di variabili algebriche relative ai nodi cui sono collegati i corrispondenti componenti dinamici, la convenzione adottata consente di ottenere le f nella forma più pratica ai fini della linearizzazione.

I.2 Modello matematico linearizzato del sistema elettrico

Un approccio consolidato per lo studio delle equazioni algebrico-differenziali, vista la possibilità d'impiego di concetti propri della teoria dei sistemi, è costituito dalla linearizzazione attorno ad un punto di lavoro della (I.1.5), che conduce alla forma:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}} = F_x \Delta \mathbf{x} + F_{y_2} \Delta y_2 + F_u \Delta u \\ \mathbf{0} = G_{1x} \Delta \mathbf{x} + J_{LFV} \Delta y_2 + G_{1u} \Delta u \\ \mathbf{0} = -I_m \Delta y_1 + J_{LF} \Delta y_2 + G_{2u} \Delta u \end{cases} \quad (\text{I.2.1})$$

dove si sono tenute in conto anche le variazioni dei parametri.

Si nota che J_{LF} è la matrice jacobiana di load flow standard utilizzata nel metodo di Newton-Raphson per la soluzione del problema di load flow tradizionale, dove tutti i nodi di carico sono a potenza complessa costante e presso i nodi di generazione sono assegnate la potenza erogata e la tensione ai morsetti della macchina.

Invece, la matrice J_{LFV} , che tiene conto anche delle equazioni algebriche dei carichi e dei generatori, rappresenta la matrice jacobiana più generale da utilizzare nel metodo di Newton-Raphson.

In base alla (I.1.3), è possibile ricavare il legame tra J_{LFV} e J_{LF} :

$$J_{LFV} = J_{LF} + G_{1y_2} \quad (\text{I.2.2})$$

dove si è posto $G_{1y_2} = -\partial \mathbf{g}_1^* / \partial y_2$.

Allo stesso modo si ricava il legame tra G_{1u} e G_{2u} :

$$G_{1u} = G_{2u} - \partial \mathbf{g}_1^* / \partial \mathbf{u} \quad (\text{I.2.3})$$

Nello studio alle piccole variazioni, si usa definire un unico vettore delle variabili dipendenti $[\Delta \mathbf{x}^T \quad \Delta \mathbf{y}_2^T]^T$ e una matrice jacobiana complessiva:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x & \mathbf{F}_{y_2} \\ \mathbf{G}_{1x} & \mathbf{J}_{LFV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{G}_u \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} = \mathbf{A}_C \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{G}_u \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \quad (\text{I.2.4})$$

La possibilità di eliminare le $\Delta \mathbf{y}_2$ ed ottenere un sistema di equazioni in cui compaiano solo le variabili di stato ed eventualmente i parametri, è legata al rango della \mathbf{J}_{LFV} .

La singolarità di questa matrice comporta la non convergenza del metodo di Newton-Raphson per la determinazione del punto di lavoro del sistema. Nel seguito si riterrà la \mathbf{J}_{LFV} sempre invertibile poiché si studieranno transitori durante la cui evoluzione esiste sempre la possibilità di ottenere una soluzione delle equazioni algebriche del sistema.

Se si ammette che la \mathbf{J}_{LFV} sia non singolare si può definire la matrice di stato:

$$\mathbf{A}_S = \mathbf{F}_x - \mathbf{F}_{y_2} \mathbf{J}_{LFV}^{-1} \mathbf{G}_{1x} \quad (\text{I.2.5})$$

e la matrice:

$$\mathbf{A}_u = \mathbf{F}_u - \mathbf{F}_{y_2} \mathbf{J}_{LFV}^{-1} \mathbf{G}_{1u} \quad (\text{I.2.6})$$

ed ottenere un'espressione compatta del sistema linearizzato:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_s \Delta \mathbf{x} + \mathbf{A}_u \Delta \mathbf{u} \quad (\text{I.2.7})$$

I.3 Definizione della matrice jacobiana dinamica di load flow

L'applicazione della formula di Schur alla matrice A_C , nell'ipotesi che J_{LFV} sia invertibile porta alla relazione:

$$\det(A_C) = \det(J_{LFV}) \det(F_x - F_{y2} J_{LFV}^{-1} G_{1x}) = \det(J_{LFV}) \det(A_S) \quad (I.3.1)$$

E' possibile applicare la formula di Schur anche mettendo in evidenza il determinante della F_x se si può ipotizzare che la F_x stessa sia non singolare:

$$\det(A_C) = \det(F_x) \det(J_{LFV} - G_{1x} F_x^{-1} F_{y2}) = \det(F_x) \det(J_{LFD}) \quad (I.3.2)$$

dove si è definita la nuova matrice:

$$J_{LFD} = J_{LFV} - G_{1x} F_x^{-1} F_{y2} \quad (I.3.3)$$

che può essere interpretata come una matrice jacobiana di load flow che comprende anche la dipendenza funzionale dalle variabili di stato ed è pertanto definibile come dinamica.

Considerare J_{LFD} come una particolare matrice di load flow, in realtà, è lecito solo nell'ipotesi in cui $\Delta \dot{x} = 0$ e $\Delta u = 0$; tuttavia il calcolo della J_{LFD} non ha bisogno di ipotesi aggiuntive alla non singolarità della F_x , e solo per semplicità si continuerà a denominare la J_{LFD} una matrice di load flow dinamica.

E' possibile rielaborare le due espressioni dei determinanti della A_C per ottenere la relazione:

$$\det(A_S) = \det(F_x) \frac{\det(J_{LFD})}{\det(J_{LFV})} \quad (I.3.4)$$

in cui si mostra il legame tra il determinante della matrice di stato e quello della matrice dinamica di load flow.

Sotto opportune condizioni, è possibile semplificare l'espressione del determinante della matrice di stato: infatti, J_{LFD} coincide con J_{LF} , cioè la matrice jacobiana standard di load flow, se le y_1 e le \dot{x} hanno la stessa dipendenza funzionale da una variabile $\beta = \beta(y_2, x)$.

Se invece le \mathbf{g}_1^* non dipendono dalle variabili di stato si ottiene $J_{LFD} = J_{LFV}$ e di conseguenza $\det(A_S) = \det(F_x)$. In questo caso le equazioni algebriche interagiscono con le equazioni differenziali e ne condizionano i transitori, ma poiché non dipendono dalle x , non è possibile ottenere informazioni sulla dinamica o sulla stabilità del sistema dalle matrici di load flow.

Nel caso in cui il sottoinsieme delle y_2 che compare nelle f sia a sua volta un sottoinsieme delle x , oppure nel caso più generale in cui le f non dipendano dalle y_2 , si ottiene che $J_{LFD} = J_{LFV}$ e $\det(A_S) = \det(F_x)$, poiché in entrambi i casi si verifica che la matrice F_{y_2} è nulla. Tuttavia, dal momento che le \mathbf{g}_1^* dipendono dalle variabili di stato, le matrici di load flow vengono modificate durante i transitori e conservano informazioni sulla dinamica del sistema.

I.4 Evoluzione dinamica delle equazioni non lineari del sistema elettrico

A seguito della variazione degli ingressi indipendenti, le variabili di stato evolvono nel tempo nel modo stabilito dalle equazioni differenziali e dai vincoli imposti dalle equazioni algebriche.

Se, durante il transitorio, si ha, per ogni istante t :

$$\det\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}}\right) \neq 0 \quad (\text{I.4.1})$$

il teorema della funzione implicita assicura che esiste una funzione $\psi = (\mathbf{x}, \mathbf{u})$ tale che, ad ogni istante:

$$\begin{aligned} y &= \psi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \psi(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \mathbf{u}) &= 0 \\ \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \psi(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \mathbf{u}) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (\text{I.4.2})$$

E' da notare che l'ipotesi sul determinante di $\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{y}$ equivale alla condizione di non singolarità della matrice J_{LFV} , infatti, in base alle (I.1.4) e (I.1.5), le \mathbf{g} assumono la forma:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, y_1, y_2, \mathbf{u}) = \begin{cases} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}, y_2, \mathbf{u}) \\ \mathbf{g}_2^*(y_2, \mathbf{u}) - y_1 \end{cases} \quad (\text{I.4.3})$$

E quindi la matrice jacobiana $\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{y}$ diventa:

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} J_{LFV} & \mathbf{0} \\ J_{LF} & -I_m \end{bmatrix} \Rightarrow \det\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}}\right) = -\det(J_{LFV}) \quad (\text{I.4.4})$$

Derivando rispetto al tempo l'ultima delle (I.4.2) si ha:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}} &= \frac{d}{dt} \dot{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt}(\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})) \cdot \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}}(\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})) \cdot \dot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{x}} &= A_S(t)\dot{\mathbf{x}} + A_u(t)\dot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (\text{I.4.5})$$

dove formalmente le matrici $A_S(t)$ e $A_u(t)$ coincidono con le matrici calcolate nel punto di lavoro $\mathbf{x}(t)$ per il sistema linearizzato.

Per il determinante di $A_S(t)$ vale la relazione ottenuta nel paragrafo precedente, dove al posto delle grandezze costanti vanno sostituite le funzioni nel tempo:

$$\det(A_S(t)) = \det(F_x(t)) \frac{\det(J_{LFD}(t))}{\det(J_{LFV}(t))} \quad (\text{I.4.6})$$

Da questa relazione si può trovare un collegamento tra l'evoluzione dinamica del sistema elettrico e la matrice jacobiana J_{LFD} , anch'essa calcolata ad ogni istante temporale.

CAPITOLO II

STABILITÀ DI TENSIONE E CENNI ALLA TEORIA DELLE BIFORCAZIONI

II.1 Definizioni e metodi per valutare la stabilità di un sistema elettrico soggetto a grandi perturbazioni

Sulla base delle risultanze della letteratura in merito, non è stata tuttora proposta in termini analitici rigorosi un'unica definizione di stabilità per sistemi differenziali non lineari.

Le difficoltà nascono dal fatto che le caratteristiche di stabilità legate all'evoluzione delle variabili di stato durante il transitorio seguente una perturbazione dipende sia dal valore iniziale delle variabili di stato sia dall'entità e dall'evoluzione temporale della perturbazione stessa.

Tuttavia, nella pratica corrente, vengono fornite descrizioni delle caratteristiche che un sistema elettrico deve rispettare per poter essere considerato stabile e dei criteri atti ad individuare il rispetto di tali caratteristiche.

Ad esempio viene definita *stabilità transitoria* la capacità di un sistema elettrico non lineare di recuperare il suo stato iniziale dopo una grande perturbazione o di raggiungere un nuovo punto di lavoro prossimo a quello iniziale e compatibile con le esigenze e con gli standard di esercizio [4].

Nello studio di stabilità di frequenza e angolo dei generatori a seguito di grandi perturbazioni quali distacco di linee o corto circuiti,

è in uso anche il concetto di *stabilità transitoria risultante*, che corrisponde alla capacità di un sistema di recuperare il sincronismo anche dopo che una o più macchine abbiano perso il passo [4].

Sulla base dei teoremi di stabilità di Lyapunov vengono poi largamente usati dei criteri cosiddetti *pratici* che utilizzano certe quantità (potenziali generalizzati) dipendenti dall'energia totale del sistema. Queste quantità, che non sono vere e proprie funzioni di Lyapunov, sono scelte in base a considerazioni pratiche per ogni specifico problema e per questo motivo tali criteri possono essere usati solo in casi particolari e sotto opportune condizioni che semplificano l'analisi del sistema elettrico.

Sulla stessa linea sono gli studi per l'identificazione di un'unica, rigorosa funzione di Lyapunov per un generico sistema; tali studi, ancora in corso, dovrebbero portare alla definizione di un metodo diretto per conoscere le caratteristiche di stabilità del punto finale di lavoro del sistema, con il vantaggio di un notevole risparmio di tempo di calcolo rispetto all'integrazione numerica delle equazioni differenziali.

Sia i criteri di stabilità pratica che il più elaborato studio sulle funzioni di Lyapunov risentono comunque del fatto che, sebbene riescano a discriminare se un sistema è stabile o meno ed a valutare il margine di stabilità, cioè una grandezza che permetta di stimare quantitativamente la stabilità di un sistema, non forniscono nessuna informazione sull'andamento transitorio delle variabili di stato.

Queste informazioni sono ottenibili solo attraverso l'integrazione numerica delle equazioni differenziali nel dominio del tempo, che

costituisce uno dei cosiddetti metodi indiretti. L'integrazione numerica presenta, però, svantaggi duali rispetto ai metodi diretti. Si possono confrontare in una tabella sinottica (I.1.1) le caratteristiche premianti e penalizzanti dei metodi diretti con l'integrazione nel dominio del tempo [10]:

	Integrazione nel tempo	Metodi diretti
Vantaggi	<ul style="list-style-type: none"> • applicabile ad un generico sistema • fornisce l'andamento temporale di tutte le variabili di stato 	<ul style="list-style-type: none"> • velocità di calcolo • misura del margine di stabilità • fornisce informazioni su eventuali azioni preventive
Svantaggi	<ul style="list-style-type: none"> • lentezza di calcolo • nessuna misura del margine di stabilità • nessuna informazione su eventuali azioni preventive 	<ul style="list-style-type: none"> • applicabile solo a sistemi che hanno una funzione energia • non fornisce l'andamento temporale delle variabili di stato

Tabella (II.1.1): *Vantaggi e svantaggi dei metodi diretti ed indiretti per la valutazione della stabilità di sistemi non lineari*

La tendenza attuale è di includere nei programmi di integrazione nel tempo alcune caratteristiche dei metodi diretti, come ad esempio la possibilità di valutare il margine di stabilità ed eventuali azioni preventive, ovvero di ricorrere ai cosiddetti metodi ibridi, basati sulla simulazione applicata ad indicatori di tipo energetico.

Più recente è l'applicazione ai sistemi elettrici del concetto di *stabilità strutturale*. In termini non matematici, si definisce stabilità strutturale di un sistema differenziale non lineare $\dot{x} = \phi(x)$ la capacità del sistema stesso di non presentare cambiamenti qualitativi nel suo comportamento dinamico.

Rimandiamo al paragrafo dedicato alla teoria delle biforcazioni la

definizione analitica rigorosa di stabilità strutturale.

II.2 Stabilità, instabilità e collasso di tensione: definizioni e considerazioni generali

Definizioni quali la stabilità transitoria e ancor più la stabilità transitoria risultante di un sistema elettrico sono nate in riferimento al tradizionale problema d'instabilità delle macchine sincrone.

In particolare nella pratica corrente si suole definire *analisi di stabilità d'angolo* la capacità delle macchine sincrone di raggiungere un nuovo, accettabile stato dopo una perturbazione. Qui "angolo" sta per "angolo di rotore", intendendo la posizione relativa del rotore di ogni macchina rispetto ad un riferimento sincrono comune.

Negli ultimi anni si è cominciato a distinguere tra questo tipo di stabilità e la *stabilità di tensione*, che riguarda invece la capacità di un sistema di mantenere, dopo una certa perturbazione, il valore efficace delle tensioni ai nodi entro i limiti consentiti.

Una task force del CIGRÉ [1] ha indagato sul problema di stabilità di tensione e proposto alcune definizioni riguardo al problema di stabilità di tensione:

- **Stabilità di tensione (*voltage stability*):** un sistema di potenza che si trovi in un determinato stato operativo iniziale e soggetto ad una data perturbazione presenta stabilità di tensione se le tensioni presso i carichi raggiungono dopo la perturbazione nuovi valori di equilibrio.
- **Instabilità di tensione (*voltage instability*):** è l'assenza di stabilità di tensione, e si manifesta in un progressivo abbassamento (od innalzamento) di tensione.

- **Collasso di tensione (*voltage collapse*):** in seguito all'instabilità di tensione, un sistema elettrico di potenza è soggetto a collasso di tensione se l'equilibrio seguente la perturbazione presenta presso i carichi tensioni inferiori ai limiti accettabili. Il collasso di tensione può essere totale (blackout) o parziale.

Accanto a queste definizioni sono diffuse altre terminologie, spesso intercambiabili ed usate come sinonimi, che accentuano l'attenzione e, forse, la confusione, su diversi aspetti degli stessi fenomeni (*voltage security, voltage control o controllability, power stability, maximum power transfer capability o feasibility, tap-changer stability, load stability, static bifurcation, dynamic bifurcation, motor stability*).

La presenza contemporanea di tutti questi termini dà un'idea della varietà di aspetti diversi che può assumere il problema di mantenere presso i nodi più critici della rete un livello accettabile di tensione. Inoltre si rende necessaria la comprensione dei meccanismi fisici che sottendono i fenomeni di collasso di tensione. La conoscenza di questi meccanismi e di come essi interagiscono può aiutare a determinare il corretto controllo preventivo e correttivo.

In realtà, come già affermato, un metodo definitivo ed esauriente per valutare la stabilità di tensione non è ancora disponibile. Le difficoltà nascono in parte dal fatto che la tensione (a differenza della frequenza) non è una grandezza comune a tutta la rete ed è soggetta, presso ogni nodo, ad un controllo locale, in parte dal fatto che gli stessi sistemi automatici di controllo sono responsabili, in certi casi, dei fenomeni di instabilità e/o collasso di tensione.

E' nota, ad esempio, la tendenza dei regolatori automatici del rapporto di trasformazione presso i trasformatori AT/MT o dei regolatori in sovraeccitazione presso i generatori di portare, in presenza di una forte richiesta di potenza da parte dei carichi, ad un progressivo abbassamento del livello di tensione. Il problema è così evidente che, durante la rampa di carico giornaliera, l'ENEL disabilita, presso alcune aree territoriali, i regolatori del rapporto di trasformazione.

Questa soluzione rispetta uno dei due obiettivi ultimi, fra loro complementari, cui deve portare l'analisi della stabilità di tensione: il controllo preventivo e il controllo correttivo.

Nel controllo preventivo l'obiettivo è di evitare che il sistema di trasmissione raggiunga possibili sovraccarichi di transito reattivo; nel controllo correttivo, il processo di collasso di tensione è cominciato o è prossimo ad accadere e l'obiettivo è di contrastare i processi instabili per evitare il degrado del sistema.

Ad esempio l'analisi statica delle biforcazioni permette di valutare le possibili modificazioni strutturali di un sistema algebrico-differenziale ed è perciò un metodo per decidere azioni preventive.

L'analisi modale associata al calcolo degli autovalori della matrice jacobiana standard di load flow è invece un esempio di metodo che permette di definire un controllo correttivo.

Nel seguito verrà fornito un criterio di valutazione del controllo correttivo della stabilità di tensione, mediante un metodo ibrido che combina la tradizionale simulazione nel tempo di un transitorio e un metodo diretto basato sulla valutazione dello jacobiano dinamico di load flow.

Tale funzione rappresenta un esempio particolare di quantità per valutare la stabilità pratica di un sistema, senza essere una funzione di Lyapunov o una misura dell'energia totale del sistema.

II.3 Cenni alla teoria della biforcazioni

Fra i vari metodi proposti per lo studio dell'instabilità di tensione assume un particolare rilievo la teoria delle biforcazioni.

Questa teoria tenta un approccio matematico alle equazioni differenziali non lineari descrittive del sistema con l'intento di studiarne e classificarne la struttura al variare di uno o più parametri.

Data l'impostazione del tutto generale, la teoria delle biforcazioni non è strettamente vincolata allo studio della sola stabilità di tensione e permette di analizzare il comportamento qualitativo di un sistema elettrico visto come un insieme di equazioni algebrico-differenziali.

Il sistema di riferimento, con le notazioni già precisate nel paragrafo (I.1), è il seguente:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, u) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, u) \end{cases} \quad (\text{II.3.1})$$

il quale è in equilibrio se è verificata:

$$\begin{cases} \mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, u) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, u) \end{cases} \quad (\text{II.3.2})$$

L'analisi delle biforcazioni del sistema consiste nel determinare, al variare di u , se l'equilibrio risultante è strutturalmente stabile. Per

arrivare a definire in termini matematici cosa si intende per stabilità strutturale bisogna prima definire cosa si intende per punti causali, punti d'equilibrio iperbolici e per equivalenza dei movimenti.

II.3.1 Punti causali

Sia:

$$M = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^{n+2m} \mid \mathbf{0} = \mathbf{g}(x, y, u), u = \text{const} \right\} \quad (\text{II.3.3})$$

dove M rappresenta l'insieme di tutti i punti che soddisfano i vincoli algebrici. Supponiamo che M sia un insieme semplicemente connesso per ogni u vicino u^* , e che $\det[\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{y}] \neq 0$ per un punto $u = u^*, (x, y) = (x^*, y^*) \in M$. Allora (x^*, y^*, u^*) è detto causale. Altrimenti è detto non-causale.

Notiamo che se (x^*, y^*, u^*) è causale allora $\det(J_{LFV}) \neq 0$. Perciò la possibilità o meno di poter ottenere convergenza del metodo di Newton-Raphson e quindi di raggiungere un punto di lavoro del sistema è legata alla causalità del punto di lavoro stesso e del suo intorno. Per questo motivo, la condizione $\det(J_{LFV}) = 0$ viene anche chiamata *loss of causality*.

Notiamo ancora che la definizione di un punto (x^*, y^*, u^*) causale non pone alcuna condizione sull'annullamento delle f , ossia non è necessario ipotizzare che il sistema sia in equilibrio in (x^*, y^*, u^*) .

II.3.2 Punti d'equilibrio iperbolici

Consideriamo un sistema differenziale autonomo, cui si può sempre ricondurre il sistema nell'ipotesi d'ingresso ritenuto costante:

$$\dot{x} = \phi(x), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (\text{II.3.4})$$

per cui l'origine sia un punto d'equilibrio: $\phi(0) = 0$. Sia $A_S = \partial\phi(0) / \partial x$, la matrice jacobiana di stato valutata nel punto di equilibrio. Secondo il teorema di Hartman-Grobman, se A_S non ha autovalori sull'asse immaginario, allora esiste una applicazione continua con inversa h definita in qualche intorno U dell'origine, in \mathbb{R}^n , che localmente porta il movimento delle variabili di stato definite dalle $\phi(x)$ sul movimento del sistema lineare $e^{A_S t} x$.

Gli equilibri per cui A_S non ha autovalori sull'asse immaginario sono detti iperbolici.

Il teorema garantisce quindi che la stabilità degli equilibri iperbolici possa essere determinata dalla linearizzazione delle equazioni di stato.

II.3.3 Equivalenza dei movimenti

Due movimenti φ_t e ψ_t si dicono topologicamente equivalenti se esiste un omeomorfismo (una applicazione continua con una inversa

continua) che porta le traiettorie di φ_t sulle traiettorie di ψ_t preservando il loro orientamento.

II.3.4 Stabilità strutturale

Sia U un insieme limitato ed aperto in R^{n+2m} e sia $\mathbf{F}(U)$ l'insieme di tutte le applicazioni continue e differenziabili nella forma $F: U \rightarrow R^{n+2m}$ definite in U . Si definisca poi C^1 -norma di ogni applicazione $F \in \mathbf{F}(U)$ l'espressione:

$$\|F\| = \sup_{\xi \in U} \left\{ \sum_{i=1}^{n+2m} |F_i| + \sum_{i,j=1}^{n+2m} \left| \frac{\partial F_i}{\partial \xi_j} \right| \right\} \quad (\text{II.3.5})$$

inoltre si definisca un intorno di ampiezza ε di F in $\mathbf{F}(U)$:

$$\mathbf{N}_\varepsilon(F) = \{ G \in \mathbf{F}(U) \mid \|G - F\| < \varepsilon \} \quad (\text{II.3.6})$$

L'ampiezza del set di equazioni algebrico-differenziali o di un suo intorno può essere così definito se si prende come F l'applicazione $\{\mathbf{f}, \mathbf{g}\}$.

Si supponga che $\{\mathbf{f}, \mathbf{g}\} \in \mathbf{F}(U)$ abbia un punto d'equilibrio in $(x^*, y^*) \in M$, allora $\{\mathbf{f}, \mathbf{g}\}$ è localmente strutturalmente stabile in (x^*, y^*) se esiste un intorno U di (x^*, y^*) in M ed esiste un $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\{\tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{g}}\} \in \mathbf{N}_\varepsilon\{\{\mathbf{f}, \mathbf{g}\}\}$ esiste un corrispondente intorno

\mathcal{U} di $(\bar{x}^*, \bar{y}^*) \in \mathcal{M}$ tale che i movimenti $\varphi_t|_{\mathcal{U}}$ e $\bar{\varphi}_t|_{\mathcal{U}}$ siano topologicamente equivalenti.

È possibile dimostrare che condizione necessaria e sufficiente perché $\{\mathbf{f}, \mathbf{g}\}$ sia localmente e strutturalmente stabile in un punto $(x^*, y^*) \in \mathcal{M}$ è che (x^*, y^*) sia un punto di equilibrio causale ed iperbolico.

II.3.5 Punti di biforcazione

Esiste più di una definizione di punto di biforcazione per una famiglia di equazioni algebrico differenziali; sebbene la definizione più rigorosa introduca il concetto di *genericità*, per la sola comprensione del significato di biforcazione è sufficiente una definizione non analiticamente esaustiva che utilizza solo il concetto di stabilità strutturale.

Consideriamo il solito sistema algebrico differenziale con parametro u . Un valore u_0 per il quale il movimento $\{\mathbf{f}(u), \mathbf{g}(u)\}$ non è localmente strutturalmente stabile vicino ad un punto di equilibrio (x_0^*, y_0^*) di $\{\mathbf{f}(u_0), \mathbf{g}(u_0)\}$ è un valore di biforcazione per u e il punto $u_0, \{\mathbf{f}(u_0), \mathbf{g}(u_0)\}$ è detto punto di biforcazione.

II.3.6 Biforcazioni statiche

In letteratura sono classificati diversi tipi di punti di biforcazione, ad ognuno dei quali è associabile un particolare cambiamento dei movimenti del sistema attorno ai punti d'equilibrio.

Poiché considereremo sistemi ad autovalori reali, è sufficiente definire soltanto la cosiddetta biforcazione statica o saddle node che, riprendendo la definizione di punti d'equilibrio iperbolici, rappresenta l'annullamento di un autovalore della matrice jacobiana di stato. Per sistemi che sono in origine stabili, sia nel senso di Lyapunov che strutturalmente, la presenza di un saddle node rappresenta il confine nell'intorno del quale un autovalore del sistema transisce da reale negativo a reale positivo.

Per localizzare una biforcazione statica esistono vari metodi, ma il più intuitivo, anche se computazionalmente pesante, è il metodo diretto.

Supponiamo per semplicità che il vettore dei parametri sia di un solo elemento scalare, perciò $p = 1$ e $u \in \mathbb{R}^1$.

Ogni punto di biforcazione statica soddisfa le equazioni:

$$\begin{cases} \mathbf{f}(x, y, u) = 0 \\ \mathbf{g}(x, y, u) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.3.7})$$

$$[A_c(x, y, u)]\mathbf{v} = 0 \quad \text{oppure} \quad \mathbf{w}^T[A_c(x, y, u)] = 0$$

dove la condizione sulle \mathbf{f} e sulle \mathbf{g} impone l'equilibrio, mentre la condizione sulla matrice A_c impone che nel punto di equilibrio essa sia singolare, ovvero esista un autovettore destro (\mathbf{v}) o sinistro (\mathbf{w}) cui corrisponda un autovalore nullo.

Nella determinazione del punto di biforcazione gli elementi di v o di w sono incogniti e per evitare la soluzione banale $v = 0$ o $w = 0$ si deve aggiungere un vincolo, ad esempio:

$$\|v\| = 1 \quad \text{oppure} \quad \|w\| = 1 \quad (\text{II.3.8})$$

Il sistema risulta così ben definito essendo composto da $2(n + 2m) + 1$ equazioni e da $2(n + 2m) + 1$ incognite, cioè (x, y) , w , u , ed è pertanto risolvibile con il tradizionale metodo di Newton-Raphson.

II.4 Dinamica dei sistemi iperbolici

La condizione di stabilità strutturale di un punto di equilibrio non assicura che tale punto sia stabile secondo la definizione di Lyapunov. È perciò utile combinare le due definizioni per ottenere un unico criterio pratico di stabilità. Anche in questo caso si parla di *practical stability* anche se in un'accezione diversa da quella definita nel paragrafo (II.1).

Per un punto di equilibrio stabile sia strutturalmente sia secondo Lyapunov, dal momento che è senz'altro anche causale ed iperbolico, la stabilità può essere determinata anche dallo studio degli autovalori del sistema linearizzato, nella forma già vista nel paragrafo (I.2):

$$\Delta \dot{x} = A_S \Delta x \quad (\text{II.4.1})$$

Da qui si può ricavare che i punti causali per cui si verificano le biforcazioni statiche non sono stabili nell'accezione di stabilità pratica appena definita, poiché se il punto d'equilibrio è causale, è possibile applicare la formula di Schur del paragrafo (I.2):

$$0 = \det(A_C) = \det(A_S) \det(J_{LFV}) \quad (\text{II.4.2})$$

e quindi la singolarità può trovarsi solo nella matrice A_S , che risulta così semidefinita negativa.

Nell'analisi alle piccole perturbazioni, attraverso la linearizzazione del sistema di partenza, si ha quindi una correlazione tra biforcazioni

statiche ed il passaggio per l'origine di un autovalore reale della matrice di stato.

In realtà, l'idea di studiare la singolarità della matrice A_s per determinare la stabilità di sistemi a radici reali risale a Venikov, che applicò questo criterio per valutare la stabilità alle piccole variazioni di n generatori rappresentati con il modello di second'ordine senza smorzamento [2].

Questi risultati non sono in genere applicabili per grandi perturbazioni, almeno finché non venga rimossa l'ipotesi di lavorare attorno ad un punto d'equilibrio del sistema.

Supponiamo perciò di considerare l'evoluzione temporale delle variabili di stato di un sistema non lineare. Nel paragrafo (I.4) si è vista l'uguaglianza formale tra la matrice A_s calcolata in un punto di lavoro e la matrice tempovariante $A_s(t)$. Utilizziamo allora questa matrice $A_s(t)$ per calcolare gli autovalori durante il transitorio.

Supponiamo ancora che questi autovalori siano tutti reali e negativi. Se durante il transitorio nessun autovalore si annulla e diventa positivo si può dimostrare che il sistema raggiunge un equilibrio che rispetta le ipotesi di practical stability.

Infatti, ricordando il significato di $A_s(t)$ come legame tra la derivata seconda dello stato e la derivata prima e supposto che tutti gli autovalori siano reali e negativi si può diagonalizzare la matrice con un cambiamento di coordinate:

$$\ddot{\xi}(t) = \Lambda_s(t)\dot{\xi}(t) \quad (\text{II.4.3})$$

$$\ddot{\xi}_i(t) = \lambda_{s_i}(t)\dot{\xi}_i(t) \quad (\text{II.4.4})$$

dove ogni $\dot{\xi}_i$ ha segno discorde rispetto alla corrispondente $\ddot{\xi}_i$, condizione che porta nel tempo all'annullamento delle $\dot{\xi}_i$ e, quindi, ad un equilibrio che è stabile secondo Lyapunov poiché la A_S è sempre definita negativa ed è anche strutturalmente stabile poiché è iperbolico e causale.

Supponiamo adesso che durante il transitorio uno degli autovalori $\lambda_{Si}(t)$ da negativo si annulli e diventi positivo: possiamo considerare questo evento come il verificarsi di una biforcazione saddle node dinamica.

Se questo autovalore rimane positivo, una delle $\dot{\xi}_i$ è concorde in segno con la corrispondente $\ddot{\xi}_i$, e tende perciò a divergere.

Il passaggio di un autovalore da negativo a positivo può essere identificato con il calcolo del determinante della A_C , secondo il metodo di Venikov, oppure, secondo le relazioni ottenute nel paragrafo (I.1), con il calcolo del determinante della matrice jacobiana dinamica J_{LFD} che presenta un ordine inferiore rispetto alla A_C .

Risulta allora necessario valutare un criterio generale per riconoscere i sistemi per i quali è possibile prevedere che gli autovalori della matrice di stato, nella loro evoluzione temporale, siano reali negativi e al più uno solo possa annullarsi e diventare positivo.

CAPITOLO III

STRUTTURA DEI SISTEMI AD AUTOVALORI REALI E CONDIZIONI PER VALUTARNE LA STABILITÀ.

III.1 Tassonomia delle non linearità dei sistemi elettrici

Come visto nell'ultimo paragrafo del Capitolo II, l'identificazione del comportamento dinamico dei sistemi elettrici necessita un'analisi della struttura delle equazioni algebrico-differenziali del sistema stesso.

La complessità delle equazioni e la varietà delle possibili non linearità che vi possono comparire rende, soprattutto per sistemi di ordine elevato, difficilmente realizzabile una classificazione della struttura delle equazioni differenziali.

Lo studio delle biforcazioni consente di ricondurre i sistemi, attraverso opportuni cambiamenti di variabili, a poche forme normalizzate [6].

Queste non sono definibili in modo univoco ma vengono scelte per la loro semplicità o perché adatte a mettere in evidenza il comportamento peculiare del sistema.

Ad esempio, nella Tabella (III.1.1), vengono riportate alcune forme normalizzate per sistemi fino a codimensione 4, cioè per sistemi dove il nucleo della matrice A_c ha dimensione 4.

Vengono anche riportati gli sviluppi (*versal unfolding*) del sistema normalizzato attorno a punti d'equilibrio che non siano localmente strutturalmente stabili. Per codimensioni inferiori a 4 si considera

una sola variabile indipendente, mentre se ne considerano anche due per codimensione 4.

Denominazione	Codimensione	Forma normalizzata	Sviluppo
Saddle node	1	x^2	$x^2 + u_1$
Cusp	2	x^3	$x^3 + u_1 + u_2 x$
Swallowtail	3	x^4	$x^4 + u_1 + u_2 x + u_3 x^2$
Butterfly	4	x^5	$x^5 + u_1 + u_2 x + u_3 x^2 + u_4 x^3$
Hilltop	4	$\begin{bmatrix} x^2 - y^2 \\ 2xy \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x^2 - y^2 + u_1 + u_2 x + u_3 y \\ 2xy + u_4 \end{bmatrix}$
Hilltop	4	$\begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x^2 + u_1 + u_2 y \\ y^2 + u_3 + u_4 x \end{bmatrix}$

Tabella (III.1.1): *Tipologia delle biforcazioni per sistemi non lineari a modeste codimensioni. Normalizzazione del sistema e relativi sviluppi*

La Tabella (III.1.1) non è completa, ed in realtà le singularità che coinvolgono più d'una variabile indipendente non sono ancora state tutte classificate. Venkatasubramanian *et al.* [8] hanno fornito un elenco completo dei possibili comportamenti di un sistema di ordine dinamico due, includendo anche l'effetto di vincoli discontinui come i limitatori dinamici e l'intervento degli interruttori.

Per sistemi d'ordine dinamico superiore una classificazione definitiva non è ancora disponibile e dovrà tenere conto dell'insorgenza di campi ciclici (formazione di un ciclo limite stabile ed instabile) di sdoppiamenti di periodo (perdita di stabilità di un'orbita periodica e nascita di una nuova orbita stabile di periodo

doppio), tori invarianti (formazione di orbite il cui percorso descrive un toroide) ed anche di andamenti caotici (corrispondenti alla formazione di “*strange attractor*” attorno ai quali le orbite descrivono traiettorie irregolari la cui dimensione è frazionaria, a differenza dei punti d’equilibrio che hanno dimensione 0 e delle orbite cicliche che hanno dimensione 1) [7, 9].

III.2 Forma normalizzata della biforcazione di tipo saddle node

Come visto nel paragrafo precedente l'equazione più semplice che permette di ottenere una biforcazione di tipo saddle node è la seguente:

$$\dot{x} = x^2 + u \quad (\text{III.2.1})$$

dove $x, u \in R^1$. Il comportamento di questa equazione attorno ai punti d'equilibrio è legata al segno del parametro. Nella Tabella (III.2.1) sono riportate le condizioni d'equilibrio al variare di u .

Parametro	Equilibrio	Stabilità strutturale	Stabilità alla Lyapunov
$u > 0$	-	-	-
$u = 0$	$x = 0$	no	no
$u < 0$	$x = \sqrt{ u }$	sì	no
$u < 0$	$x = -\sqrt{ u }$	sì	sì

Tabella (III.2.1): *Casistica di stabilità per biforcazioni saddle node al variare del parametro nello sviluppo normalizzato*

Consideriamo ora un esempio d'evoluzione dinamica della stessa equazione, ovvero studiamo l'andamento temporale in seguito alla variazione a gradino del parametro dal valore $u = -1$, cui corrisponde la condizione di equilibrio $x(0) = -1$, al valore $u = 1$.

In Figura (III.2.1) sono riportate le funzioni $x(t)$ e $A_s(t) = 2x(t)$, che rappresenta la matrice di stato del sistema e, in questo caso scalare,

anche l'unico autovalore del sistema. Si nota che all'annullamento della $A_S(t)$ corrisponde un flesso nell'andamento della $x(t)$.

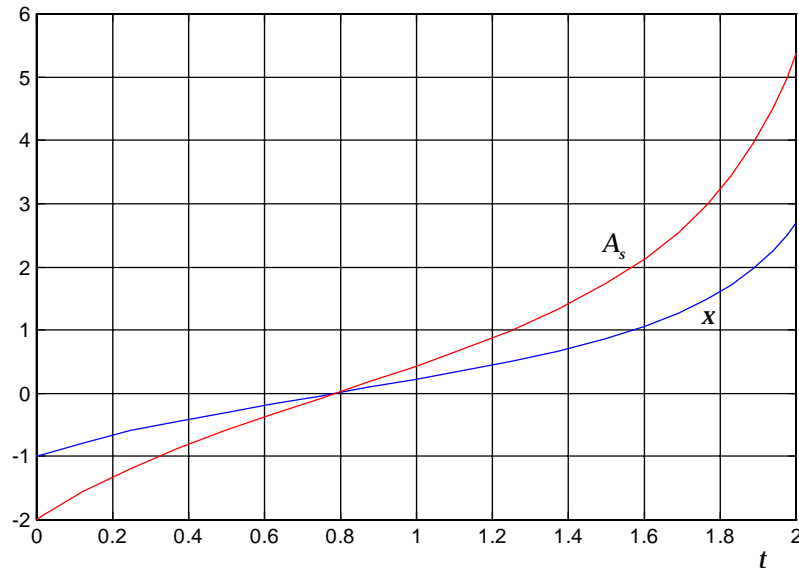


Figura (III.2.1): *Andamento della variabile e della matrice di stato di un sistema canonico con biforcazione saddle node*

Infatti, quando la $A_S(t)$ si annulla si ha:

$$\begin{aligned}
 A_S(t) &= 2x(t) = 0 \\
 \dot{x}(t) &= x^2 + u = 1 \\
 \ddot{x}(t) &= A_S(t)\dot{x}(t) = 0
 \end{aligned}
 \tag{III.2.2}$$

Poiché il valore post-perturbazione di u è tale da non consentire alcun equilibrio, la variabile di stato diverge. Questo comportamento è dovuto alla struttura propria della non linearità che esprime il legame funzionale tra la variabile di stato e la sua derivata prima.

In questo caso la non linearità è una parabola, cioè la funzione scalare $f(x)$ più semplice che, nel suo insieme di definizione, sia

continua, derivabile, aperiodica e tale che esistano due punti x_1, x_2 per cui $f(x_1) = f(x_2)$. Questo equivale a dire, per i teoremi di Weierstrass e di Rolle che $f(x)$ ammette un massimo (o un minimo) e che per tale massimo (minimo) si abbia $df/dx = 0$, condizione per cui si verifica la biforcazione.

La regione della curva per cui $df/dx < 0$ è classificabile come stabile, intendendo per stabilità la capacità del sistema di raggiungere un equilibrio a fronte di una variazione di x ad u fissato, al contrario la regione per cui $df/dx > 0$ si può definire instabile.

In Figura (III.2.2) è rappresentata la funzione $\dot{x} = z = x^2 + u$ con le sue regioni di stabilità ed instabilità per $u = -1$. Le intersezioni della curva con le ascisse rappresentano i due punti d'equilibrio dell'equazione differenziale.

Nel seguito si darà una dimostrazione di come alcune curve statiche che descrivono il comportamento del trasformatore a rapporto variabile sotto carico, del motore asincrono e della macchina sincrona siano riconducibili, sotto opportune ipotesi, ad una funzione $f(x)$ con le caratteristiche topologiche descritte.

In questo modo tutte le conclusioni ottenute per la forma normalizzata del saddle node possono essere estese anche ai componenti elettrici considerati.

È da notare che la forma normalizzata delle biforcazioni è valida in realtà solo localmente, ovvero in un opportuno intorno del punto d'equilibrio. In questo senso le forme normalizzate rappresentano il minimo sviluppo in serie di potenze che sia in grado di descrivere le

equazioni di partenza in modo accurato ai fini dell'evidenziazione delle biforcazioni.

Da qui si vede che la linearizzazione di un sistema è una particolare forma normalizzata per un insieme di equazioni che non presenta cambiamenti di struttura.

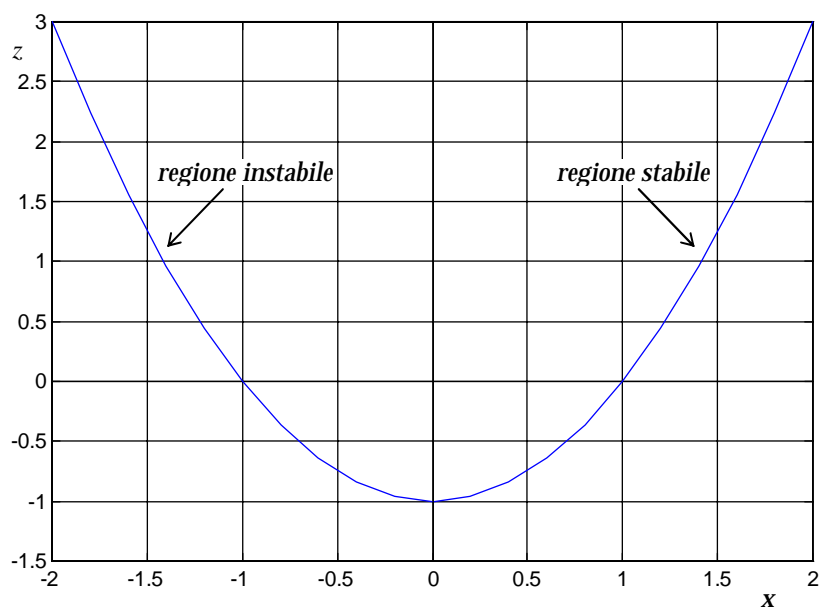


Figura (III.2.2): *Regioni stabilità e punti d'equilibrio nello sviluppo normalizzato per biforcazioni tipo saddle node; all'interno della regione x e z sono vincolati ad appartenere alla curva $z = f(x)$*

Come per i sistemi linearizzati, perciò, anche le forme normalizzate non potrebbero essere utilizzate per lo studio alle grandi perturbazioni. Tuttavia se dall'analisi delle equazioni originali risulta evidente che è possibile un solo tipo di cambiamento strutturale, è lecito estendere la validità del sistema normalizzato ad un intervallo più o meno ampio delle variabili di stato. Nel seguito tali intervalli

verranno definiti di volta in volta, per ogni specifico componente studiato.

III.3 Parametri variabili nel tempo

Nel paragrafo precedente si è considerata l'evoluzione dinamica del sistema $\dot{x} = x^2 + u$ a seguito di un gradino del parametro. In generale, il vettore u può essere una qualsiasi funzione del tempo ed è necessario definire in quale modo la stabilità del sistema è correlata alla variazione degli ingressi indipendenti.

Nel caso lineare viene utilizzato il concetto di stabilità alla b.i.b.o. (*bounded input bounded output*), poiché la stabilità o l'instabilità è una proprietà globale del sistema. Inoltre considerare gli ingressi limitati è un'ipotesi sempre verificata nella realtà a causa dei limiti fisici sulle grandezze.

Nei sistemi non lineari, invece, anche per uno semplice come la forma normalizzata del saddle node, non si può applicare il criterio di stabilità alla b.i.b.o.

Infatti nell'esempio del paragrafo precedente una variazione limitata del parametro da un valore negativo ad uno positivo conduce alla divergenza del sistema.

Ma è anche possibile imporre variazioni del parametro per cui, anche se transitoriamente $u > 0$, la variabile di stato non diverge, a causa di scale di tempo diverse nell'evoluzione dinamica di u e di x . Un esempio è rappresentato in Figura (III.3.1).

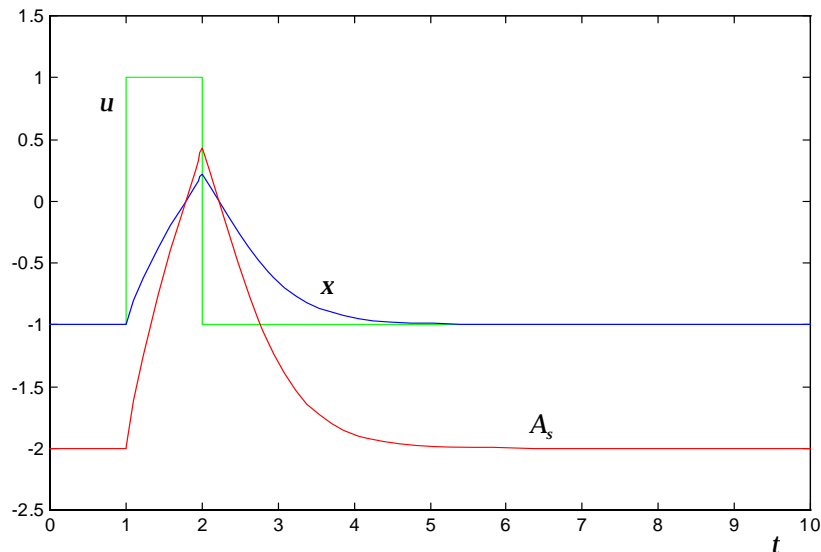


Figura (III.3.1): *Andamento dinamico della variabile e della matrice di stato per il sistema canonico con biforcazione saddle node a seguito di ingresso temporariamente non monotono*

In questo caso la x si trova, per un certo intervallo di tempo, nella regione di instabilità della curva statica. Inoltre l'autovalore del sistema si annulla due volte e non è significativo per concludere se il sistema sia stabile o meno.

Si rende necessario, perciò, valutare per quali classi di funzioni $u(t)$ il sistema transisce da un comportamento stabile ad uno instabile e se questa transizione sia definitiva o il sistema possa recuperare un equilibrio finale.

Una condizione sufficiente perché l'annullamento di uno degli autovalori di A_s sia indice della transizione dalla regione di stabilità a quella di instabilità per un sistema che presenti un biforcazione di tipo saddle node, è che la legge di variazione dei parametri sia una funzione monotona del tempo. In tal modo, il determinante di A_s , se

si annulla, si annulla una sola volta ed il sistema non può raggiungere alcun equilibrio finale.

Dalle relazioni ottenute nel paragrafo (I-4) si ha:

$$\ddot{x} - A_u(t)\dot{u} = A_S(t)\dot{x} \quad (\text{III.3.1})$$

Dal momento che in genere si considera la variazione di uno solo di tutti i possibili parametri del sistema, $A_u(t)\dot{u}$ è di solito un vettore di dimensioni $(n,1)$, dunque a parte la mancata corrispondenza tra il flesso nelle $x(t)$ e l'annullamento del determinante della matrice di stato, produce come unico effetto una traslazione del vettore delle \ddot{x} . Nella classe di funzioni monotone rientrano gli aumenti o le diminuzioni della richiesta di potenza da parte del carico, ed anche le variazioni dell'assetto della rete dovuto a guasti o a interventi delle protezioni.

Variazioni istantanee a gradino sono una schematizzazione coerente per eventi rapidi come corto circuiti, distacco di linee di trasmissione, aumenti o perdite improvvisi di carico e sono usate correntemente per l'analisi di stabilità d'angolo. Per altri fenomeni è invece più conveniente considerare rampe temporali di pendenza opportuna, soprattutto per gli aumenti o le riduzioni progressive della richiesta di potenza che portano al collasso del sistema.

III.4 Definizione dei sistemi ad autovalori reali

La forma normalizzata del saddle node rappresenta solo l'esempio più semplice di sistema che presenti una $A_S(t)$ i cui autovalori siano tutti reali.

Tuttavia, l'ipotesi che un sistema elettrico qualunque presenti solo autovalori sull'asse reale è troppo restrittiva. La maggior parte dei sistemi di regolazione, infatti, viene sintetizzata cercando di raggiungere due obiettivi, rapidità di risposta e piccolo errore statico, che portano generalmente alla realizzazione di funzioni di trasferimento con poli complessi coniugati.

Anche il semplice modello di second'ordine del generatore sincrono, dove compaiono solo le variabili meccaniche δ e ω , è un sistema che presenta sempre due poli complessi coniugati.

Perciò, a meno di utilizzare modelli estremamente ridotti o molto semplificati, è impossibile rispettare l'ipotesi di soli autovalori reali.

Tuttavia la presenza di una o più coppie di autovalori complessi coniugati non pregiudica le conclusioni ottenute per il sistema di tipo saddle node. L'ipotesi corretta da imporre è che non vi siano altri tipi di biforcazioni nel sistema differenziale oltre al saddle node e che quindi il sistema sia sempre riducibile, in un opportuno intervallo di definizione delle variabili di stato, ad un set di equazioni lineari e/o nella forma normalizzata del saddle node.

Perciò, invece di avere una condizione sugli autovalori di $A_S(t)$, si devono verificare delle più semplici condizioni pratiche sulla struttura dei sistemi di regolazione e sulla stabilità d'angolo delle macchine sincrone.

Un sistema di questo tipo, ove sia escluso che un qualsiasi generatore perda il passo, è quindi adatto allo studio dell'instabilità di tensione, che, come si vedrà negli esempi, è strettamente collegata alla presenza di saddle node nelle equazioni del sistema.

Da quest'ultima ipotesi si può capire il perché il problema di stabilità di tensione venga generalmente trattato separatamente o in modo indipendente dal problema di stabilità di frequenza e d'angolo.

Da un punto di vista strettamente matematico, non c'è un metodo preciso per distinguere i due tipi di stabilità, ed infatti la teoria delle biforcazioni non pone distinzioni di questo tipo.

Tuttavia, poiché la perdita di passo dei generatori è la conseguenza di biforcazioni e perturbazioni diverse da quelle che presiedono, in genere, all'instabilità di tensione, sono spesso stati considerati aspetti distinti all'interno dei sistemi elettrici e vengono ancora studiati con metodologie distinte.

III.5 Procedura per valutare la stabilità dei sistemi ad autovalori reali

Definita la forma generale di un sistema ad autovalori reali e definito l'andamento temporale degli ingressi a cui il sistema è soggetto, si può impostare una procedura per valutare la stabilità di un transitorio.

Il procedimento logico è riassunto nello schema di Figura (III.5.1).

Si considera un sistema che lavori in punto di equilibrio stabile, caratterizzato dai vettori x_0, y_0, u_0 e si calcola il valore iniziale del determinante di J_{LFD} .

Il sistema viene in seguito perturbato da un ingresso $u(t)$ con le caratteristiche di monotonia descritte nel paragrafo (III.3).

Si comincia ad integrare le $f(x, y, u)$ mediante un metodo numerico e per ogni passo d'integrazione si aggiornano le equazioni algebriche, mediante un calcolo di load flow, e il determinante di J_{LFD} .

Se il segno del determinante è cambiato significa che un autovalore della matrice di stato è diventato positivo e si ha dunque instabilità, altrimenti si procede ad un altro passo d'integrazione.

Nel caso l'ingresso $u(t)$ si assesti dopo un certo periodo ad un valore costante, il nuovo punto d'equilibrio del sistema è raggiunto quando $|\dot{x}|$ è inferiore ad una soglia opportunamente fissata.

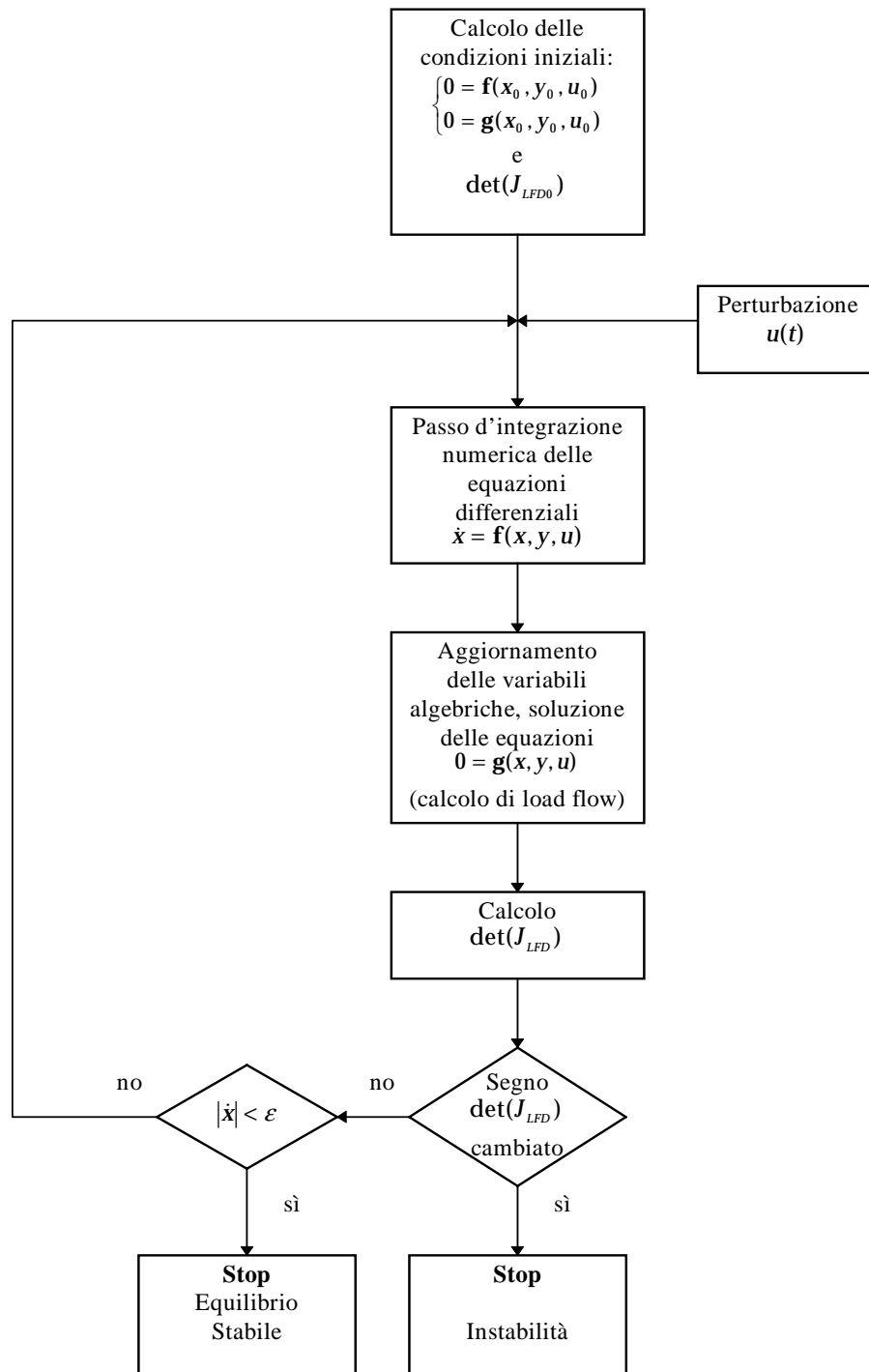


Figura (III-5-1): *Diagramma di flusso per la valutazione della stabilità di un sistema non lineare attraverso la valutazione della matrice jacobiana dinamica di load flow*

Notiamo che da un punto di vista strettamente matematico è indifferente calcolare il determinante di J_{LFD} o della matrice di stato A_S . Nella Tabella (III.5.1) sono riassunte alcune caratteristiche delle due matrici.

	Matrice di stato A_S	Matrice jacobiana dinamica di load flow J_{LFD}
ordine	n	m
formula	$F_x - F_{y2} J_{LFV}^{-1} G_{1x}$	$J_{LFV} - G_{1x} F_x^{-1} F_{y2}$
ordine matrice da invertire	m	n
complessità computazionale	$3n^2 m + 3nm^2 - nm$	$3n^2 m + 3nm^2 - nm$

Tabella (III.5.1): *Confronto tra le caratteristiche della matrice di stato e della matrice jacobiana dinamica di load flow*

Dalla tabella si nota che per entrambe è necessario invertire una matrice, ma J_{LFV}^{-1} non rappresenta un calcolo supplementare, poiché è già utilizzata per la soluzione delle equazioni algebriche.

Comunque, negli esempi e nel capitolo dedicato al confronto con altri metodi di valutazione della stabilità di tensione, si vedrà come il calcolo della J_{LFD} possa essere ottimizzato e si daranno alcune motivazioni di carattere pratico sui vantaggi dell'uso della J_{LFD} rispetto alla matrice di stato.

CAPITOLO IV

TRASFORMATORE A RAPPORTO VARIABILE SOTTO CARICO

IV.1 Modello matematico

Si consideri la Figura (IV.1.1), che rappresenta un semplice sistema a due nodi composto da una rete prevalente, una linea di trasmissione, un trasformatore a rapporto variabile ed un carico statico.

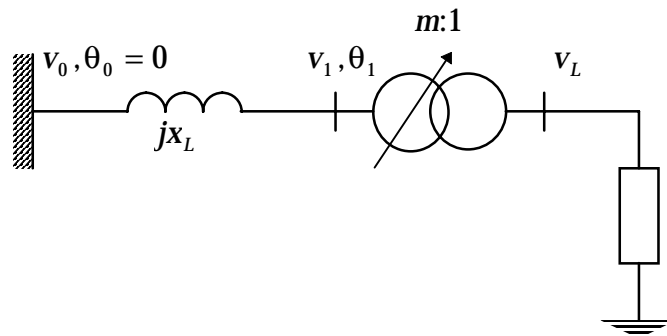


Figura (IV.1.1): *Schema unifilare del sistema elettrico comprendente un variatore sotto carico con regolatore automatico*

In prima approssimazione, la rete si può supporre a tensione e a frequenza costante, data la natura “lenta” della regolazione del variatore. Questa ipotesi corrisponde a ritenere i generatori di rete soggetti alla regolazione primaria di tensione, di natura “veloce”, e che nessuno di essi abbia superato i limiti di sovra o sottoeccitazione. La linea, oltre alla reattanza di corto circuito della rete, comprende la reattanza di dispersione del trasformatore, ritenuta costante e

calcolata in corrispondenza del valore nominale del rapporto di trasformazione $m = 1$ (p.u.), mentre il variatore stesso è considerato ideale.

Il modello più accurato per un trasformatore a rapporto variabile consiste in un equivalente a π dove le impedenze sono funzione di m , ma per variazioni limitate del rapporto di trasformazione il modello utilizzato si discosta poco dal comportamento reale e ne costituisce una approssimazione accettabile.

Nella Figura (IV.1.2) è rappresentato lo schema del sistema di regolazione, che prevede un controllo lineare proporzionale con costante di tempo e un blocco algebrico non lineare che descrive il legame tra m e la tensione regolata v_L in funzione dei parametri del carico e della rete:

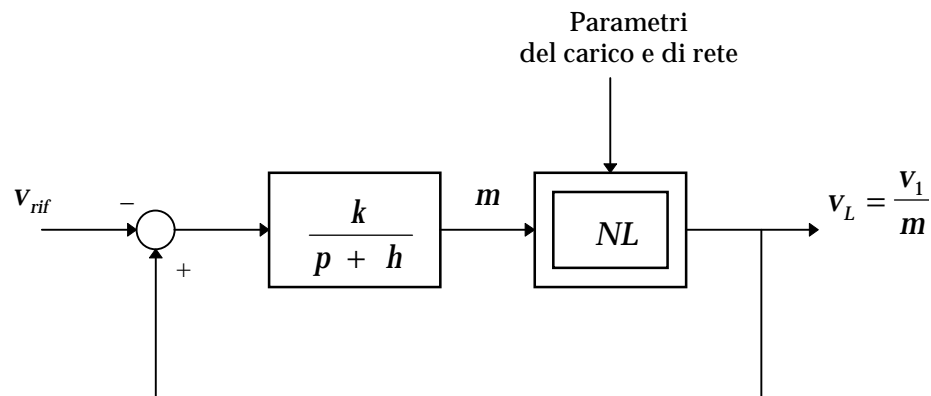


Figura (IV.1.2): *Ciclo di regolazione automatica del rapporto di trasformazione di un variatore sotto carico*

Il regolatore è assimilabile ad un integratore non ideale, dove k è normalmente dell'ordine di 0.1 (s^{-1}), e h , che rappresenta lo

scostamento dal comportamento ideale, si può considerare qualche per cento di k .

Il modello descritto è continuo, mentre, in realtà, per ragioni costruttive e d'esercizio dei trasformatori, la regolazione dei variatori sotto carico può avvenire solo in maniera discreta.

L'ipotesi semplificativa adottata è comunque accettabile, a causa dell'elevato numero di prese sulle spire che rendono piccola, in percentuale, la variazione di tensione tra ogni passo del variatore.

Inoltre non viene considerata la presenza di un limitatore dinamico (cfr. Appendice) per circoscrivere le variazioni di m nel campo di valori fisicamente accettabili, si solito compresi nel range $m \in [0.8 \div 1.2]$.

Per il carico statico si utilizzano relazioni di tipo esponenziale dipendenti dalla sola tensione v_L .

Dal modello descritto sono deducibili le equazioni complete del sistema, espresse ai valori relativi, nella forma indicata nel paragrafo (I.1):

- equazione differenziale:
$$\dot{m} = -hm + k \left(\frac{v_1}{m} - v_{rif} \right) \quad (IV.1.1)$$

- equazioni del carico:
$$\begin{cases} 0 = P_L \left(\frac{v_1}{m} \right)^{\alpha_p} + P_1 \\ 0 = Q_L \left(\frac{v_1}{m} \right)^{\alpha_q} + Q_1 \end{cases} \quad (IV.1.2)$$

• equazioni di load flow:

$$\begin{cases} 0 = -P_1 + \frac{V_1 V_0}{x_L} \sin(\theta_1) \\ 0 = -Q_1 + \frac{V_1^2}{x_L} - \frac{V_1 V_0}{x_L} \cos(\theta_1) \end{cases} \quad (\text{IV.1.3})$$

dove:

$\Rightarrow m = x$: variabile di stato;

$\Rightarrow [P_1, Q_1]^T = y_1, [\theta_1, v_1]^T = y_2$: variabili algebriche;

$\Rightarrow P_1, Q_1$: potenze attiva e reattiva (p.u.) iniettate al nodo 1;

$\Rightarrow P_L, Q_L$: potenze attiva e reattiva (p.u.) nominali del carico;

$\Rightarrow \alpha_p, \alpha_q$: esponenti delle formule monomie.

Tutte le variabili non comprese nelle x, y_1, y_2 possono essere considerate come ingressi indipendenti al sistema e fanno quindi parte del vettore u . Secondo l'accezione controllistica, invece, l'ingresso indipendente è costituito da v_{rif} , cioè la tensione desiderata al nodo di carico, mentre le altre grandezze che modificano il blocco non lineare sono assimilabili a disturbi.

Per semplicità, nella simulazione di un transitorio, si considererà come unico parametro variabile la potenza reattiva nominale del carico (Q_L), che è una perturbazione rappresentativa nell'ambito della stabilità di tensione.

IV.2 Sistema linearizzato e jacobiani di load flow

In accordo con le notazioni dei paragrafi (I.2) ed (I.3), si ricavano le matrici del sistema linearizzato:

$$F_x = -h - \frac{kv_1}{m^2} \quad F_{y2} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k}{m} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2.1})$$

$$G_{1x} = \begin{bmatrix} -\alpha_p P_L \frac{v_1^{\alpha_p}}{m^{\alpha_p+1}} \\ -\alpha_q Q_L \frac{v_1^{\alpha_q}}{m^{\alpha_q+1}} \end{bmatrix} \quad G_{1y2} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_p P_L \frac{v_1^{\alpha_p-1}}{m^{\alpha_p}} \\ 0 & \alpha_q Q_L \frac{v_1^{\alpha_q-1}}{m^{\alpha_q}} \end{bmatrix}$$

e i tre jacobiani di load flow:

$$J_{LF} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_1 v_0}{x_L} \cos(\theta_1) & \frac{v_0}{x_L} \text{sen}(\theta_1) \\ \frac{v_1 v_0}{x_L} \text{sen}(\theta_1) & \frac{2v_1}{x_L} - \frac{v_0}{x_L} \cos(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2.2})$$

$$J_{LFV} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} + \alpha_p P_L \frac{v_1^{\alpha_p-1}}{m^{\alpha_p}} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} + \alpha_q Q_L \frac{v_1^{\alpha_q-1}}{m^{\alpha_q}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2.3})$$

$$J_{LFD} = J_{LFV} - \begin{bmatrix} 0 & \alpha_p P_L \frac{v_1^{\alpha_p}}{m^{\alpha_p+1}} \\ 0 & \alpha_q Q_L \frac{v_1^{\alpha_q}}{m^{\alpha_q+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k/m \\ h + \frac{kv_1}{m^2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2.4})$$

Nel caso particolare di regolazione puramente integrale, cioè per $h = 0$, si può dedurre che $J_{LFD} = J_{LF}$.

Infatti, se $h = 0$, si verifica la condizione descritta nel paragrafo (I.3) per cui l'equazione di stato e l'equazione algebrica del carico dipendono dalla stessa variabile $\beta = \beta(y_2, x) = v_1 / m$ [14].

Inoltre, dato che almeno nel normale campo di variazione del rapporto di trasformazione si ha $h \ll (kv_1 / m^2)$ poiché $v_1 \approx m \approx m^2$, si ha anche, con buona approssimazione, $J_{LFD} \approx J_{LF}$.

Questo sistema rappresenta, perciò, un semplice esempio dove è possibile dedurre informazioni dinamiche anche dallo jacobiano standard di load flow.

IV.3 Caratteristica statica

La possibilità che la curva statica del regolatore sotto carico possa avere le stesse caratteristiche descritte per la forma normalizzata della curva saddle node dipende dagli esponenti α_p e α_q che compaiono nelle formule monomie del carico.

In [13] viene dimostrato, nell'ambito dell'analisi alle piccole variazioni, che per $\alpha_p \geq 1$, $\alpha_q \geq 1$, la funzione $f(x, y, u)$ presenta un massimo e, se il valore di u è tale per cui il sistema si trova in equilibrio per questo massimo, si verifica una biforcazione statica.

Ad esempio, nel caso $\alpha_p, \alpha_q = 2$, cioè per un carico ad impedenza costante, l'espressione dell'equazione differenziale nella forma $\dot{x} = \varphi(x, u)$ diventa:

$$\dot{m} = -hm + k \left[v_0 \frac{m}{\sqrt{x_L^2 (P_L^2 + Q_L^2) + 2Q_L x_L m^2 + m^4}} - v_{rif} \right] \quad (\text{IV.3.1})$$

La Figura (IV.3.1) riporta il grafico della funzione $z = \varphi(m)$, per tre valori del parametro Q_L , mentre le altre grandezze sono fissate ($v_{rif} = 1$, $v_0 = 1$, $P_L = 0.6$, $x_L = 0.3$, $k = 0.1$, $h = 0.001$).

Questa famiglia di curve rispetta le ipotesi descritte nel paragrafo (III.2), almeno nell'intervallo $m \in (0, +\infty)$, e il sistema presenta una biforcazione saddle node.

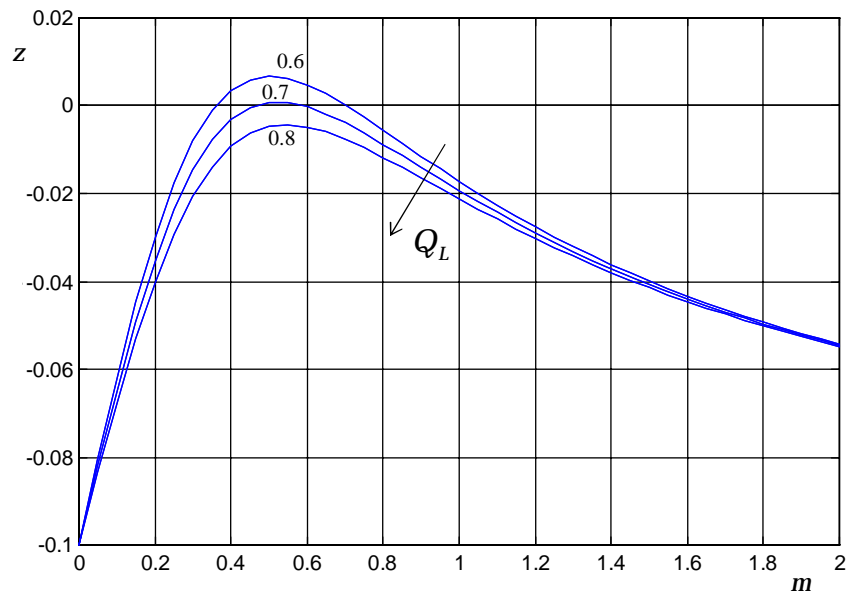


Figura (IV.3.1): *Rappresentazione grafica dell'equazione differenziale del variatore al variare del parametro potenza reattiva del carico*

Nella Tabella (IV.3.1) sono riportate le condizioni di stabilità ed instabilità del sistema in funzione del parametro Q_L e per $h = 0$:

Parametro	Equilibrio	Stabilità strutturale	Stabilità alla Lyapunov
$Q_L > Q_{L0}$	-	-	-
$Q_L = Q_{L0}$	$m = \sqrt{x_L \sqrt{(Q_L^2 + P_L^2)}}$	no	no
$Q_L < Q_{L0}$	$m = m_1$	sì	no
$Q_L < Q_{L0}$	$m = m_2$	sì	sì

Tabella (IV.3.1): *Condizioni di stabilità del sistema di regolazione del rapporto di trasformazione di un variatore sotto carico*

dove:

$$Q_{L0} = \frac{v_0^2}{4x_L v_{rif}^2} - \frac{x_L P_L^2 v_{rif}^2}{v_0^2} \quad (IV.3.2)$$

$$m_1 = \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2v_{rif}^2} - x_L Q_L\right) - \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2v_{rif}^2} - x_L Q_L\right)^2 - x_L^2 (P_L^2 + Q_L^2)}} \quad (IV.3.3)$$

$$m_2 = \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2v_{rif}^2} - x_L Q_L\right) + \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2v_{rif}^2} - x_L Q_L\right)^2 - x_L^2 (P_L^2 + Q_L^2)}} \quad (IV.3.4)$$

IV.4 Simulazione dinamica

In Figura (IV.4.1) vengono riportate le curve ottenute per il transitorio seguente una variazione a gradino del parametro Q_L , dal valore -0.09 (p.u.), corrispondente allo stato iniziale $m = 1$, al valore 0.8 (p.u.). La perturbazione può essere considerata rappresentativa, ad esempio, del distacco di un eventuale sistema di rifasamento presso il nodo di carico.

Le altre grandezze del sistema sono assunte uguali a quelle utilizzate per determinare la caratteristica statica nel paragrafo (IV.3).

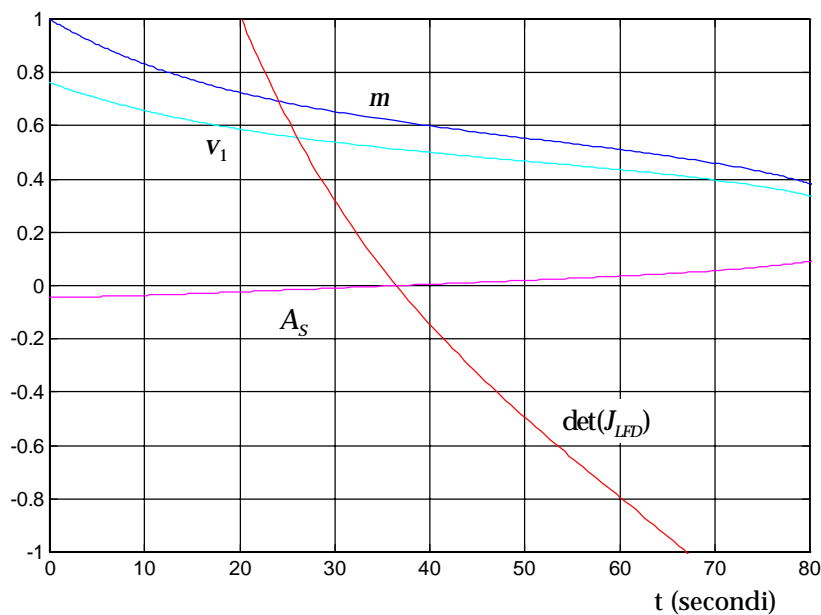


Figura (IV.4.1): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indici di stabilità nel sistema con variatore sotto carico*

Come previsto dall'analisi statica, poiché il valore finale di Q_L è maggiore di Q_{L0} (pari a 0.725 (p.u.) per l'esempio in esame), il

sistema non raggiunge un punto di equilibrio e diverge, portando progressivamente m e la tensione al nodo 1 ad annullarsi. L'unico autovalore, inizialmente negativo, si annulla in corrispondenza dell'annullamento della matrice jacobiana dinamica.

Inoltre, poiché il parametro rimane costante dopo la variazione a gradino, l'annullarsi della matrice di stato coincide con un flesso nell'andamento temporale della variabile di stato.

È da notare che il riconoscimento di una situazione di instabilità avviene quando ormai m si trova oltre i limiti fisici ammissibili, ovvero per $m < 0.8$ (p.u.), ed anche la tensione v_1 , poiché è vincolata all'andamento del rapporto di trasformazione, è ormai molto bassa quando il sistema raggiunge l'instabilità.

Secondo le definizioni del CIGRÉ riportate nel paragrafo (II.2), si può quindi concludere che le informazioni ricavabili dal monitoraggio durante il transitorio dello jacobiano dinamico sono indicative solo della stabilità o dell'instabilità di tensione ma non necessariamente del collasso di tensione.

CAPITOLO V

MOTORE ASINCRONO CON MODELLO DI PRIM'ORDINE

V.1 Modello matematico

Si consideri la Figura (V.1.1), che rappresenta un semplice sistema a due nodi composto da una rete prevalente, una linea di trasmissione ed un motore asincrono.

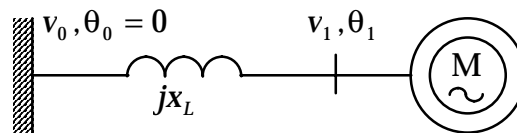


Figura (V.1.1): *Schema unifilare del sistema elettrico comprendente un motore asincrono*

La rete prevalente e la reattanza della linea si possono considerare come l'equivalente di Thevenin della rete reale collegata a monte dei morsetti della macchina asincrona.

Come nell'esempio precedente si suppone che la tensione e la frequenza di rete siano costanti, anche se in questo caso, la dinamica del motore asincrono non ha le caratteristiche di lentezza che presenta il variatore sotto carico.

Si continua comunque a ritenere che la regolazione primaria di tensione sui generatori sia sufficientemente veloce da garantire tensione costante al nodo di rete.

Il motore è rappresentato nello schema a blocchi di Figura (V.1.2) dove si considera come variabile di stato solo lo scorrimento.

Lo schema comprende un blocco lineare che rappresenta l'inerzia del motore come un integratore puro, di costante di tempo $2H$, senza smorzamento, e un blocco non lineare che descrive il legame tra lo scorrimento σ e la coppia elettromagnetica C_e , in funzione dei parametri della macchina e della rete.

L'ingresso indipendente è assunto essere, la coppia meccanica C_m , mentre le altre variabili che agiscono sul sistema sono ritenute costanti.

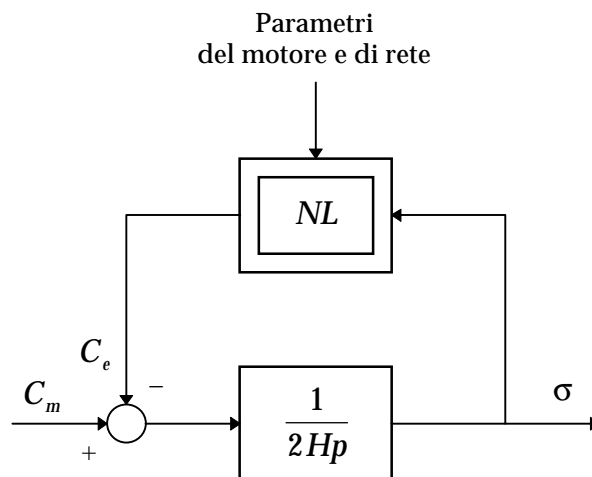


Figura (V.1.2): *Ciclo dinamico del motore asincrono con sola variabile di stato meccanica*

Poiché si trascura la dinamica delle variabili elettromagnetiche del motore, si può rappresentare la macchina con un circuito equivalente, supposto sempre in regime sinusoidale.

In Figura (V.1.3) viene rappresentato il circuito equivalente semplificato dove il ramo derivato è puramente reattivo e riportato a monte e dove si trascura la resistenza statorica.

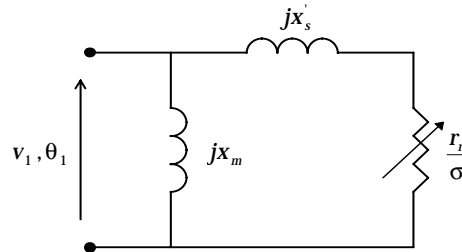


Figura (V.1.3): *Circuito equivalente semplificato del motore asincrono*

Inoltre, l'ipotesi di ritenere costante e pari ad 1 in per unità la frequenza di rete ω_e , consente di scrivere, ai valori relativi:

$$P_e = \omega_e C_e = C_e \quad (\text{V.1.1})$$

ovvero, si ha l'uguaglianza formale fra la coppia elettromagnetica e la potenza elettrica assorbita dal motore.

Il sistema così definito è retto dalle equazioni, espresse ai valori relativi:

- equazione differenziale:
$$\dot{\sigma} = -\frac{1}{2H} \left[\frac{r_r V_1^2 \sigma}{r_r^2 + x_s'^2 \sigma^2} - C_m \right] \quad (\text{V.1.2})$$

- equazioni del motore:
$$\begin{cases} 0 = \frac{r_r V_1^2 \sigma}{r_r^2 + x_s'^2 \sigma^2} + P_1 \\ 0 = \frac{V_1^2}{x_m} + \frac{x_s' V_1^2 \sigma}{r_r^2 + x_s'^2 \sigma^2} + Q_1 \end{cases} \quad (\text{V.1.3})$$

• equazioni di load flow:

$$\begin{cases} 0 = -P_1 + \frac{V_1 V_0}{x_L} \sin(\theta_1) \\ 0 = -Q_1 + \frac{V_1^2}{x_L} - \frac{V_1 V_0}{x_L} \cos(\theta_1) \end{cases} \quad (\text{V.1.4})$$

dove:

$\Rightarrow \sigma = x$: variabile di stato;

$\Rightarrow [P_1, Q_1]^T = y_1, [\theta_1, v_1]^T = y_2$: variabili algebriche;

$\Rightarrow P_1, Q_1$: potenze attiva e reattiva (p.u.) iniettate al nodo 1;

$\Rightarrow r_r$: resistenza rotorica (p.u.);

$\Rightarrow x'_s$: somma della reattanza di dispersione rotorica e statorica (p.u.);

$\Rightarrow x_m$: reattanza di magnetizzazione (p.u.).

Anche in questo caso rientrano nel vettore u tutte le grandezze non comprese in x, y_1, y_2 , ma nella simulazione si considera, come unica perturbazione, l'aumento della coppia meccanica richiesta.

V.2 Sistema linearizzato e jacobiani di load flow.

In accordo con le notazioni dei paragrafi (I.2) ed (I.3), si ricavano le matrici del sistema linearizzato:

$$F_x = -\frac{1}{2H} \left[\frac{r_r v_1^2 (r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2) - 2\sigma^2 x_s'^2 r_r v_1^2}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)^2} \right] \quad (V.2.1)$$

$$F_{y2} = \left[0 \quad -\frac{1}{H} \frac{\sigma r_r v_1}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)} \right] \quad (V.2.2)$$

$$G_{1x} = \left[\frac{r_r v_1^2 (r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2) - 2\sigma^2 x_s'^2 r_r v_1^2}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)^2} \right. \\ \left. \frac{2\sigma x_s' v_1^2 (r_r^2 + \sigma^2 v_1^2) - 2\sigma^4 x_s'^3 v_1^2}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)^2} \right] \quad (V.2.3)$$

$$G_{1y2} = \left[0 \quad \frac{\sigma r_r v_1}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)} \right. \\ \left. 0 \quad \frac{2v_1}{x_m} + \frac{2\sigma^2 x_s' v_1}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)} \right] \quad (V.2.4)$$

e i tre jacobiani di load flow:

$$J_{LF} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_1 v_0}{x_L} \cos(\theta_1) & \frac{v_0}{x_L} \sin(\theta_1) \\ \frac{v_1 v_0}{x_L} \sin(\theta_1) & \frac{2v_1}{x_L} - \frac{v_0}{x_L} \cos(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (V.2.5)$$

$$J_{LFV} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} + \frac{\sigma r_r v_1}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} + \frac{2v_1}{x_m} + \frac{2\sigma^2 x_s' v_1}{(r_r^2 + \sigma^2 x_s'^2)} \end{bmatrix} \quad (V.2.6)$$

$$J_{LFD} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} + \frac{2v_1}{x_m} - \frac{2\sigma^2 x_s' v_1}{(r_r^2 - \sigma^2 x_s'^2)} \end{bmatrix} \quad (V.2.7)$$

Si nota che, in questo caso, non si può mai verificare $J_{LFD} = J_{LF}$ e quindi non è possibile dedurre informazioni sulla stabilità o sull'instabilità del sistema dallo jacobiano standard di load flow.

Inoltre, poiché l'equazione differenziale e la potenza attiva assorbita dal motore dipendono dalla stessa variabile:

$$\beta = \beta(\sigma, v_1) = \frac{r_r v_1^2 \sigma}{r_r^2 + x_s'^2 \sigma^2} \quad (V.2.8)$$

lo jacobiano J_{LFD} differisce da J_{LF} soltanto per un termine additivo a $\partial Q_1 / \partial v_1$.

V.3 Caratteristica statica

Perché la caratteristica dell'equazione differenziale sia confrontabile con la forma normalizzata del saddle node, è necessario eliminare le variabili algebriche ed ottenere un'espressione $z = \varphi(x, u)$ che dipenda dalla sola variabile di stato e dal parametro.

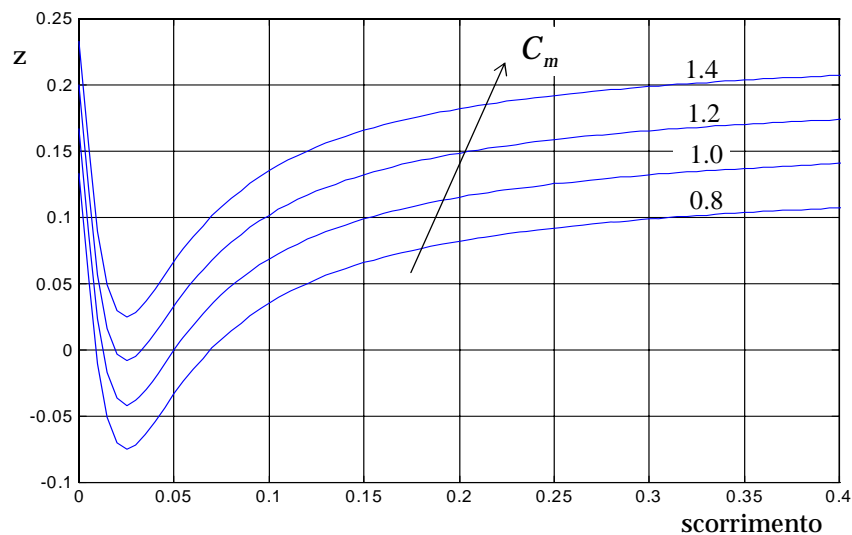


Figura (V.3.1): *Legame grafico fra variabile di stato e sua derivata parametrata in termini di coppia resistente*

Con l'ipotesi di riportare il ramo derivato a monte anche rispetto alla reattanza x_L della linea, è possibile eliminare nell'equazione differenziale (V.1.2) la dipendenza dalla v_1 , ottenendo l'espressione approssimata:

$$z = -\frac{1}{2H} \left[\frac{r_r v_0^2 \sigma}{r_r^2 + (x'_s + x_L)^2 \sigma^2} - C_m \right] \quad (\text{V.3.1})$$

che presenta un massimo nel range di valori dello scorrimento per cui si ha il comportamento da motore ($\sigma \in [0,1]$).

In Figura (V.3.1) è riportata, al variare della coppia resistente, la funzione in esame, dove per i parametri si sono assunti i valori: $x'_s = x_L = 0.2$ (p.u.), $r_r = 0.01$ (p.u.), $v_0 = 1$ (p.u.), $2H = 6$ (s).

Si nota che all'aumentare della coppia meccanica la curva trasla verticalmente verso l'alto e, per valori superiori alla massima coppia elettromagnetica, non si può più avere equilibrio.

Nella Tabella (V.3.1) sono riportate le condizioni di stabilità ed instabilità del sistema in funzione del parametro C_m .

Parametro	Equilibrio	Stabilità strutturale	Stabilità alla Lyapunov
$C_m > v_0^2 / 2(x'_s + x_L)$	-	-	-
$C_m = v_0^2 / 2(x'_s + x_L)$	$\sigma = r_r / (x'_s + x_L)$	no	no
$C_m < v_0^2 / 2(x'_s + x_L)$	$\sigma = \sigma_1$	sì	no
$C_m < v_0^2 / 2(x'_s + x_L)$	$\sigma = \sigma_2$	sì	sì

Tabella (V.3.1) *Casistica sui possibili punti d'equilibrio di un motore asincrono e relative stabilità in funzione del parametro coppia resistente*

dove:

$$\sigma_{1,2} = \frac{r_r v_0^2 \pm \sqrt{r_r^2 v_0^4 - 4C_m^2 (x'_s + x_L)^2 r_r^2}}{2C_m (x'_s + x_L)^2} \quad (\text{V.3.2})$$

V.4 Simulazione dinamica

In Figura (V.4.1) vengono riportate le curve ottenute per il transitorio seguente una variazione a gradino del parametro C_m dal valore 0.7 (p.u.), corrispondente allo stato iniziale $\sigma = 0.008$ (p.u./p.u.), al valore 1.2 (p.u.).

Le altre grandezze del sistema hanno i seguenti valori: $x'_s = x_L = 0.2$ (p.u.), $x_m = 5$ (p.u.), $r_r = 0.01$ (p.u.), $2H = 6$ (s), $v_0 = 1$ (p.u.).

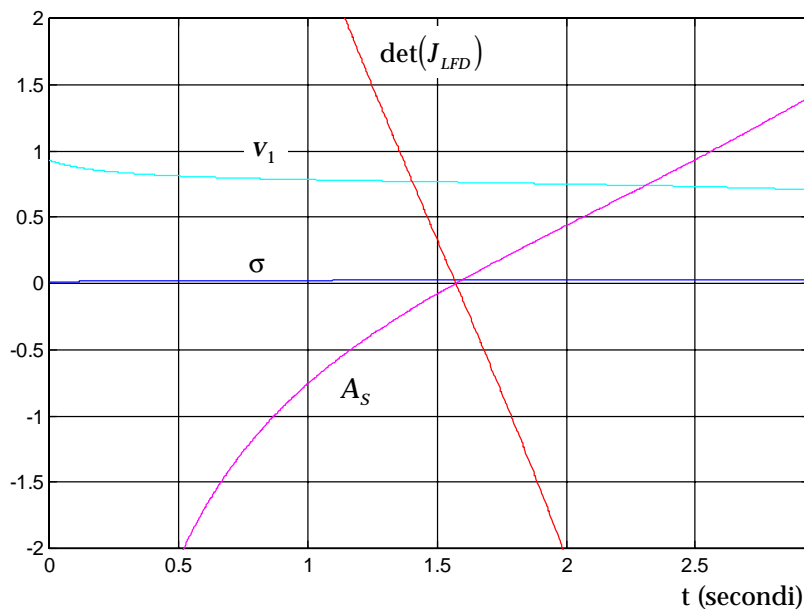


Figura (V.4.1): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un motore asincrono*

Come nell'esempio del variatore sotto carico, il sistema non raggiunge un nuovo punto d'equilibrio, in quanto non esiste, ed anche in questo caso l'annullamento di J_{LFD} indica il raggiungimento

di una condizione d'instabilità in seguito alla quale lo scorrimento diverge e la tensione si abbassa progressivamente.

CAPITOLO VI

GENERATORE SINCRONO CON MODELLO DI TERZ'ORDINE

VI.1 Modello matematico della macchina sincrona

Data la complessità delle equazioni complete che descrivono, attraverso la trasformata di Park, il comportamento di una macchina sincrona, sono necessarie alcune semplificazioni, in modo da ridurre il modello matematico nella forma più opportuna per lo studio della stabilità di tensione.

In analogia con il modello del motore asincrono e con l'ipotesi di ritenere la rete sempre a regime, sono senz'altro trascurabili le dinamiche elettromagnetiche statoriche perché molto più veloci delle dinamiche rotoriche e meccaniche.

Si ottiene, così, un modello di quart'ordine, descritto dal seguente set di equazioni algebrico-differenziali, espresso ai valori relativi:

- equazioni differenziali:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = (\omega - \omega_s)\omega_n \\ M\dot{\omega} = P_m - (e'_q - x'_d i_d) i_q - (e'_d + x'_q i_q) i_d - D(\omega - \omega_s) \\ T'_{d0} \dot{e}'_q = -e'_q - (x_d - x'_d) i_d + v_f \\ T'_{q0} \dot{e}'_d = -e'_d + (x_q - x'_q) i_q \end{cases} \quad (\text{VI.1.1})$$

- equazioni algebriche:

$$\begin{cases} \mathbf{0} = v_G e^{j\theta_G} + (r_s + jx'_d)(i_d + ji_q) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} - [e'_d + (x'_q - x'_d)i_q + je'_q] e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ \mathbf{0} = -P_G - jQ_G + v_G e^{j\theta_G} (i_d - ji_q) e^{-j(\delta - \frac{\pi}{2})} \end{cases} \quad (\text{VI.1.2})$$

dove le grandezze che compaiono hanno i seguenti significati:

- ⇒ δ : posizione angolare (rad) del rotore rispetto al riferimento di fase;
- ⇒ ω : velocità angolare (p.u.) rotorica;
- ⇒ ω_s : velocità angolare (p.u.) di sincronismo;
- ⇒ ω_n : velocità angolare nominale (rad/s);
- ⇒ M : tempo d'avviamento (s) del generatore;
- ⇒ D : coefficiente di smorzamento (p.u.);
- ⇒ P_m : potenza meccanica (p.u.) fornita all'asse rotorico;
- ⇒ e'_d, e'_q : f.e.m. (p.u.) transitorie d'asse diretto e in quadratura;
- ⇒ i_d, i_q : correnti d'asse diretto e in quadratura (p.u.);
- ⇒ v_f : tensione (p.u.) di campo della bobina d'eccitazione;
- ⇒ v_G, θ_G : modulo (p.u.) e fase (rad) della tensione ai morsetti di macchina;
- ⇒ P_G, Q_G : potenza attiva e potenza reattiva (p.u.) iniettate nel nodo di rete;
- ⇒ T'_{d0}, T'_{q0} : costanti di tempo (s) transitorie a vuoto d'asse diretto e in quadratura;
- ⇒ x_d, x_q : reattanze (p.u.) sincrone d'asse diretto e in quadratura;
- ⇒ x'_d, x'_q : reattanze (p.u.) transitorie d'asse diretto e in quadratura;
- ⇒ r_s : resistenza statorica (p.u.);

Le correnti di macchina i_d, i_q possono essere eliminate invertendo la prima delle equazioni algebriche e sostituendo le relazioni ottenute nelle rimanenti equazioni.

Con questa operazione si può, quindi, ridurre il sistema nella forma (I.1.5).

Inoltre se si tiene conto che si ha sempre $T_{q0} \ll T_{d0}$, si può ritenere a regime l'equazione d'asse trasverso e considerare anch'essa come un'equazione algebrica:

$$0 = -e'_d + (x_q - x'_q)i_q \quad (\text{VI.1.3})$$

Si perviene, perciò, ad un sistema di terz'ordine che a causa della non accurata rappresentazione degli effetti dinamici d'asse in quadratura in alta frequenza, è valido solo per transitori relativamente lenti, quali sono, appunto, i fenomeni di collasso di tensione.

Il modello di terz'ordine è anche il modello più semplice che permetta di valutare gli effetti della regolazione primaria di tensione. Con queste ipotesi, e con l'ulteriore semplificazione di ritenere $r_s = 0$, le relazioni delle correnti di macchina diventano:

$$\begin{cases} i_d = \frac{1}{x'_d} [e'_q - v_G \cos(\delta - \theta_G)] \\ i_q = \frac{1}{x_q} v_G \sin(\delta - \theta_G) \end{cases} \quad (\text{VI.1.4})$$

e, sostituite nelle equazioni differenziali e nelle equazioni algebriche delle potenze, si ottiene il modello matematico definitivo:

- equazioni differenziali:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = (\omega - \omega_s)\omega_n \\ M\dot{\omega} = P_m + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right)\frac{V_G^2}{2}\text{sen}(2\theta_G - 2\delta) + \frac{e'_q V_G}{X'_d}\text{sen}(\theta - \delta) - D(\omega - \omega_s) \\ T'_{d0} \dot{e}'_q = -\frac{X_d}{X'_d} e'_q + \left(\frac{X_d}{X'_d} - 1\right) V_G \cos(\theta_G - \delta) + v_f \end{cases} \quad (\text{VI.1.5})$$

- equazioni algebriche:

$$\begin{cases} 0 = P_G - \frac{e'_q V_G}{X'_d}\text{sen}(\delta - \theta_G) - \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right)\frac{V_G^2}{2}\text{sen}(2\delta - 2\theta_G) \\ 0 = Q_G + \frac{V_G^2}{X_q} - \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right)V_G^2 \cos^2(\delta - \theta_G) - \frac{e'_q V_G}{X'_d}\cos(\delta - \theta_G) \end{cases} \quad (\text{VI.1.6})$$

dove si possono definire i vettori delle variabili di stato

$$\begin{bmatrix} \delta & \omega & e'_q \end{bmatrix}^T = x \quad \text{e delle variabili algebriche} \quad \begin{bmatrix} P_G & Q_G \end{bmatrix}^T = y_1,$$

$$\begin{bmatrix} \theta_G & V_G \end{bmatrix}^T = y_2 \quad \text{secondo la notazione adottata nel paragrafo (I.1).}$$

VI.2 Definizione del sistema elettrico d'esempio a tre nodi

In Figura (VI.2.1) è rappresentato un semplice sistema elettrico a tre nodi, privo di perdite, dove compaiono un generatore sincrono ed una rete prevalente collegate attraverso una linea di trasmissione con carico intermedio.

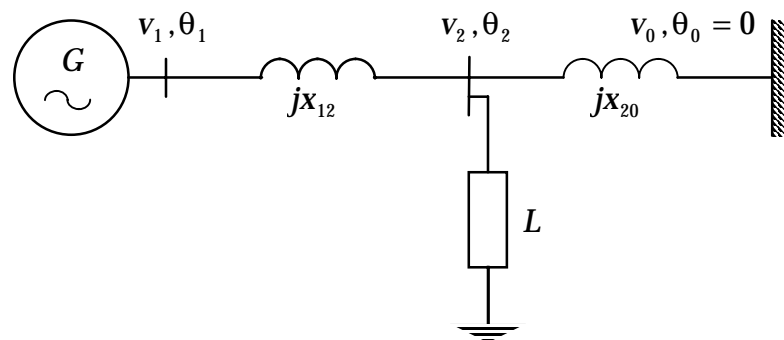


Figura (VI.2.1): *Schema unifilare del sistema elettrico comprendente un generatore sincrono, una rete prevalente ed un carico intermedio*

Anche in questo caso la rete prevalente, con tensione e frequenza costanti per definizione, è la schematizzazione, mediante equivalente di Thevenin, della rete più complessa collegata al nodo 2.

Ipotizziamo inoltre che la frequenza di rete, coincidente con la frequenza di sincronismo ω_s del generatore, sia pari ad 1 (p.u.).

Alle equazioni già viste per la macchina sincrona, vanno aggiunte le equazioni del carico, che, per semplicità, viene assunto a potenza costante:

$$\begin{cases} 0 = P_L + P_2 \\ 0 = Q_L + Q_2 \end{cases} \quad (\text{VI.2.1})$$

e le equazioni di load flow, scritte considerando il nodo 0 di saldo ed il nodo 1 di carico, al pari del nodo 2, poiché il generatore è sprovvisto di regolatore primario ideale di tensione:

$$\begin{cases} 0 = -P_1 + \frac{V_1 V_2}{x_{12}} \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) \\ 0 = -P_2 + \frac{V_2 V_1}{x_{12}} \text{sen}(\delta_2 - \delta_1) + \frac{V_2 V_0}{x_{20}} \text{sen}(\delta_2) \\ 0 = -Q_1 + \frac{V_1^2}{x_{12}} - \frac{V_1 V_2}{x_{12}} \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ 0 = -Q_2 + \frac{V_2^2}{x_{12}} - \frac{V_2 V_1}{x_{12}} \cos(\delta_2 - \delta_1) + \frac{V_2^2}{x_{20}} - \frac{V_2 V_0}{x_{20}} \cos(\delta_2) \end{cases} \quad (\text{VI.2.2})$$

dove si possono nuovamente definire i vettori delle variabili di stato

$$[\delta \quad \omega \quad e'_q]^T = x \text{ e delle variabili algebriche } [P_1 \quad P_2 \quad Q_1 \quad Q_2]^T = y_1,$$

$$[\theta_1 \quad \theta_2 \quad v_1 \quad v_2]^T = y_2.$$

Come sempre, tutte le altre grandezze possono rientrare nel vettore degli ingressi indipendenti u , ma si considera variabile, per semplicità, un unico parametro scalare.

In particolare, nelle simulazioni, la perturbazione consiste in un aumento della sola potenza reattiva Q_L , mentre la potenza attiva P_L è mantenuta costante così da evitare che il generatore sia interessato da un possibile fenomeno d'instabilità d'angolo.

Inoltre, poiché la rete prevalente ha il solo scopo di fornire un riferimento di fase al sistema, si impone $x_{20} > x_{12}$, in modo che il generatore sia maggiormente forzato a compensare le variazioni di potenza del carico.

VI.3 Sistema linearizzato e jacobiani di load flow

In accordo con le notazioni dei paragrafi (I.2) ed (I.3), si ricavano le matrici del sistema linearizzato:

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & f_{x(1,2)} & 0 \\ f_{x(2,1)} & f_{x(2,2)} & f_{x(2,3)} \\ f_{x(3,1)} & 0 & f_{x(3,3)} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.1})$$

dove:

$$\Rightarrow f_{x(1,2)} = \omega_n$$

$$\Rightarrow f_{x(2,1)} = -\frac{1}{M} \left[\frac{e'_q v_1}{x'_d} \cos(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) v_1^2 \cos(2\theta_1 - 2\delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{x(2,2)} = -\frac{D}{M}$$

$$\Rightarrow f_{x(2,3)} = \frac{1}{M} \left[\frac{v_1}{x'_d} \text{sen}(\theta_1 - \delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{x(3,1)} = \frac{1}{T_{d0}} \left[\left(\frac{x_d}{x'_d} - 1 \right) v_1 \text{sen}(\theta_1 - \delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{x(3,3)} = -\frac{1}{T_{d0}} \frac{x_d}{x'_d};$$

$$F_{y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{y2(2,1)} & 0 & f_{y2(2,3)} & 0 \\ f_{y2(3,1)} & 0 & f_{y2(3,3)} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.2})$$

dove:

$$\Rightarrow f_{y2(2,1)} = \frac{1}{M} \left[\frac{e'_q v_1}{x'_d} \cos(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) v_1^2 \cos(2\theta_1 - 2\delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{y2(2,3)} = \frac{1}{M} \left[\frac{e'_q v_1}{x'_d} \cos(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \cos(2\theta_1 - 2\delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{y2(3,1)} = -\frac{1}{T_{d0}} \left[\left(\frac{x_d}{x'_d} - 1 \right) v_1 \operatorname{sen}(\theta_1 - \delta) \right]$$

$$\Rightarrow f_{y2(3,3)} = \frac{1}{T_{d0}} \left[\left(\frac{x_d}{x'_d} - 1 \right) \cos(\theta_1 - \delta) \right];$$

$$G_{1x} = \begin{bmatrix} g_{1x(1,1)} & 0 & g_{1x(1,3)} \\ 0 & 0 & 0 \\ g_{1x(3,1)} & 0 & g_{1x(3,3)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.3})$$

dove:

$$\Rightarrow g_{1x(1,1)} = -\frac{e'_q v_1}{x'_d} \cos(\theta_1 - \delta) - \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) v_1^2 \cos(2\theta_1 - 2\delta)$$

$$\Rightarrow g_{1x(1,3)} = \frac{v_1}{x'_d} \operatorname{sen}(\theta_1 - \delta)$$

$$\Rightarrow g_{1x(3,1)} = -\frac{e'_q v_1}{x'_d} \operatorname{sen}(\theta_1 - \delta) - \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) v_1^2 \operatorname{sen}(2\theta_1 - 2\delta)$$

$$\Rightarrow g_{1x(3,3)} = -\frac{v_1}{x'_d} \cos(\theta_1 - \delta);$$

$$\mathbf{G}_{1y2} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1y2(1,1)} & 0 & \mathbf{g}_{1y2(1,3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{g}_{1y2(3,1)} & 0 & \mathbf{g}_{1y2(3,3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.4})$$

dove:

$$\Rightarrow \mathbf{g}_{1y2(1,1)} = \frac{\mathbf{e}'_q v_1}{\mathbf{x}'_d} \cos(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{\mathbf{x}_q} - \frac{1}{\mathbf{x}'_d} \right) v_1^2 \cos(2\theta_1 - 2\delta)$$

$$\Rightarrow \mathbf{g}_{1x(1,3)} = \frac{\mathbf{e}'_q}{\mathbf{x}'_d} \sin(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{\mathbf{x}_q} - \frac{1}{\mathbf{x}'_d} \right) v_1 \sin(2\theta_1 - 2\delta)$$

$$\Rightarrow \mathbf{g}_{1y2(3,1)} = \frac{\mathbf{e}'_q v_1}{\mathbf{x}'_d} \sin(\theta_1 - \delta) + \left(\frac{1}{\mathbf{x}_q} - \frac{1}{\mathbf{x}'_d} \right) v_1^2 \sin(2\theta_1 - 2\delta)$$

$$\Rightarrow \mathbf{g}_{1x(3,3)} = 2 \frac{v_1}{\mathbf{x}_q} - \frac{\mathbf{e}'_q}{\mathbf{x}'_d} \cos(\theta_1 - \delta) - 2 \left(\frac{1}{\mathbf{x}_q} - \frac{1}{\mathbf{x}'_d} \right) v_1 \cos^2(2\theta_1 - 2\delta).$$

Si tralasciano, poiché non significative e facilmente ricavabili, le espressioni degli jacobiani J_{LF} e J_{LFV} . Si nota invece, che lo jacobiano dinamico ha la struttura:

$$\mathbf{J}_{LFD} = \mathbf{J}_{LF} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{g}_{1y2(3,3)} + \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.5})$$

ovvero, differisce dallo jacobiano standard solo per un termine additivo a $\partial Q_1 / \partial v_1$.

Inoltre, l'espressione del termine aggiuntivo è la seguente:

$$\Psi = \frac{\alpha v_1^2 + \beta v_1 e'_q + \gamma e_q'^2}{\epsilon v_1 + \zeta e'_q} \quad (\text{VI.3.6})$$

dove:

$$\Rightarrow \alpha = \left(x'_d + x_d - x_q - \frac{x_d x'_d}{x_q} \right) \text{sen}^2(2\delta - 2\theta_1) + \left(x'_d - x_d - x_q + \frac{x_d x_q}{x'_d} \right) \text{cos}^2(\delta - \theta_1) \text{cos}(2\delta - 2\theta_1)$$

$$\Rightarrow \beta = \left(2x_q - 4x_d + 2 \frac{x_d x_q}{x'_d} \right) \text{sen}^2(\delta - \theta_1) \text{cos}(\delta - \theta_1) + \left(x_q - \frac{x_d x_q}{x'_d} \right) \text{cos}^3(\delta - \theta_1)$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{x_q x_d}{x'_d} \text{sen}^2(\delta - \theta)$$

$$\Rightarrow \epsilon = x_d (x'_d - x_q) \text{cos}^2(2\delta - 2\theta_1) + x'_d (x_q - x_d) \text{sen}^2(2\delta - 2\theta_1)$$

$$\Rightarrow \zeta = x_d x_q \text{cos}(\delta - \theta_1)$$

Se si vogliono introdurre le ipotesi di rotore simmetrico ($x_d = x_q$) e di assenza di salienza transitoria ($x_q = x'_d$), il termine aggiuntivo della matrice jacobiana dinamica si semplifica notevolmente:

$$g_{1y2(3,3)} + \Psi = 2 \frac{v_1}{x_q} - \frac{e'_q \text{cos}(\delta - \theta_1)}{x_q} - \frac{e'_q \text{sen}^2(\delta - \theta_1)}{x_q \text{cos}(\delta - \theta_1)} \quad (\text{VI.3.7})$$

VI.4 Caratteristica statica

Le equazioni differenziali del modello di terz'ordine del generatore definite nel paragrafo (VI.1), presentano, nella matrice A_S , tre autovalori di cui due complessi coniugati, relativi alle variabili di stato meccaniche δ , ω ed uno reale, corrispondente alla forza elettromotrice transitoria e'_q .

Se si suppone che non vi sia instabilità d'angolo, gli autovalori complessi coniugati rimangono e con parte reale negativa. Il fenomeno d'instabilità di tensione dipende invece dal segno dell'autovalore reale.

Tuttavia, poiché le equazioni non sono disaccoppiate ed a causa della dipendenza dalle variabili algebriche v_1 e θ_1 , non sono direttamente confrontabili con la forma normalizzata del saddle node.

Perché questo sia possibile bisogna ricavare una funzione nella forma approssimata:

$$z = \dot{e}'_q = \varphi(e'_q, u) \quad (\text{VI.4.1})$$

in cui, cioè, vi sia solo la dipendenza dal parametro e dalla variabile di stato e'_q . Per poter eliminare la dipendenza dalle altre variabili si può procedere introducendo l'ulteriore ipotesi che le due equazioni differenziali meccaniche siano a regime [18].

Ritenere $\dot{\omega} = 0$ significa supporre che la potenza attiva erogata dalla macchina sia costante e che la perturbazione dovuta all'aumento di richiesta di potenza reattiva incida poco sulla dinamica di frequenza.

Inoltre la condizione $\dot{\delta} = 0$ implica che la posizione angolare del rotore vari istantaneamente affinché sia sempre soddisfatta l'ipotesi di potenza costante anche al variare della tensione ai morsetti.

Si ottiene un modello di prim'ordine retto dall'unica equazione differenziale:

$$\dot{e}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} \left[-e'_q - (x_d - x'_d) i_d + v_f \right] \quad (\text{VI.4.2})$$

e dalle equazioni algebriche, espresse, per comodità, attraverso le variabili di Park v_d, v_q, i_d, i_q :

$$\begin{cases} P_G = v_d i_d + v_q i_q = \text{cost.} \\ v_G = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \\ v_q = e'_q - x'_d i_d \\ v_d = x_q i_q \end{cases} \quad (\text{VI.4.3})$$

È possibile rielaborare queste ultime per esplicitare la corrente d'asse diretto:

$$i_d = \frac{e'_q - v_q(e'_q, v_G, P_G)}{x'_d} \quad (\text{VI.4.4})$$

in cui la tensione di asse trasverso è soluzione del polinomio di quarto grado:

$$\mathbf{a}_4 v_q^4 + \mathbf{a}_3 v_q^3 + \mathbf{a}_2 v_q^2 + \mathbf{a}_1 v_q + \mathbf{a}_0 = 0 \quad (\text{VI.4.5})$$

dove:

$$\Rightarrow \mathbf{a}_4 = -(x'_d - x_q)^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}_3 = -2x_q (x'_d - x_q) e'_q$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}_2 = (x'_d - x_q)^2 v_G^2 - x_q^2 e_q'^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}_1 = 2x_q (x'_d - x_q) v_G^2 e'_q$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}_0 = x_q^2 v_G^2 e_q'^2 - x_q^2 x_d'^2 P_G^2$$

Se si sostituisce l'espressione della corrente di asse diretto nell'equazione differenziale si ottiene una funzione nella forma:

$$z = \dot{e}'_q = \varphi(e'_q, v_G) \quad (\text{VI.4.6})$$

dove la dipendenza dal parametro Q_L è implicita nella tensione v_G , che è funzione delle rimanenti grandezze del sistema attraverso le equazioni di load flow e del carico.

In Figura (VI.4.1) viene rappresentata la curva statica al variare della tensione v_G , assumendo $T'_{d0} = 8$ (s), $x_d = 1.9$ (p.u.), $x_q = 1.7$ (p.u.), $x'_d = 0.302$ (p.u.), $P_G = 0.8$ (p.u.), $v_f = 2.5$ (p.u.).

La curva presenta un massimo ed è perciò assimilabile alla forma normalizzata del saddle node.

Si nota come alla diminuzione della tensione v_G e, quindi, all'aumento della richiesta di potenza reattiva da parte del carico, la

caratteristica vada progressivamente abbassandosi, fino a non ammettere nessuna intersezione con l'asse della e'_q .

È possibile, perciò, anche se poco significativo a causa delle semplificazioni adottate, identificare i punti d'equilibrio stabili, instabili e la condizione per cui avviene la biforcazione statica.

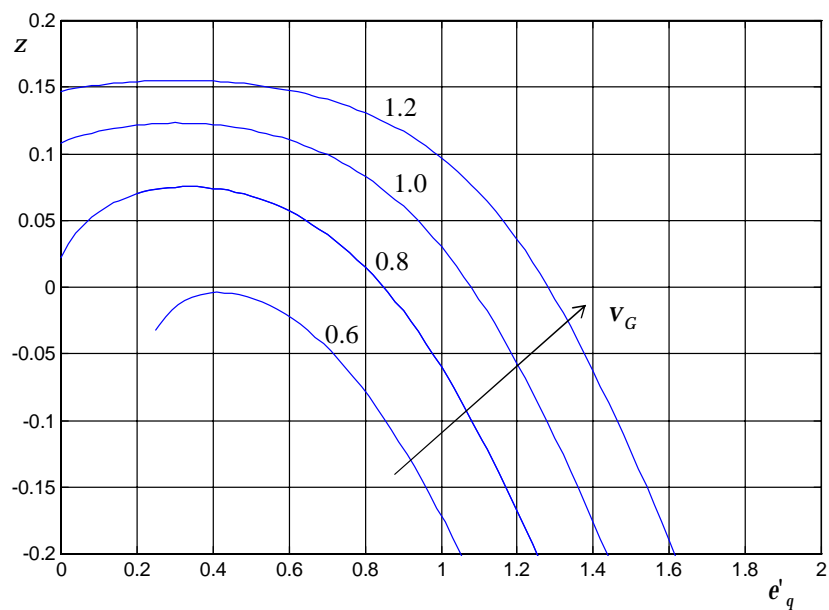


Figura (VI.4.1): *Legame grafico fra la f.e.m. transitoria d'asse in quadratura e la sua derivata, parametrata in termini di tensione ai morsetti di macchina*

VI. 5 Simulazione dinamica

Con riferimento al modello di terz'ordine definito nel paragrafo (VI.1) e alla rete descritta nel paragrafo (VI.2), si è simulato il transitorio seguente una variazione a gradino del parametro Q_L , dal valore 0.4 (p.u.), corrispondente al vettore iniziale $x = [\delta = 0.65 \text{ (rad)} \quad \omega = 1.00 \text{ (p.u.)} \quad e'_q = 1.15 \text{ (p.u.)}]^T$, al valore 0.9 (p.u.).

Per i parametri del generatore si è assunto: $T_{d0} = 8 \text{ (s)}$, $x_d = 1.9 \text{ (p.u.)}$, $x_q = 1.7 \text{ (p.u.)}$, $x'_d = 0.302 \text{ (p.u.)}$, $P_m = 0.8 \text{ (p.u.)}$, $v_f = 2.5 \text{ (p.u.)}$, $D = 1 \text{ (p.u.)}$, $M = 10 \text{ (s)}$, $\omega_n = 314 \text{ (rad/s)}$, $\omega_s = 1 \text{ (p.u.)}$.

Infine per la rete ed il carico: $v_0 = 1 \text{ (p.u.)}$, $x_{12} = 0.1 \text{ (p.u.)}$, $x_{20} = 0.3 \text{ (p.u.)}$, $P_L = 0.8 \text{ (p.u.)}$.

In Figura (VI.5.1) sono riportate le variabili di stato, la tensione ai morsetti di macchina, lo jacobiano dinamico e gli autovalori della matrice di stato. In particolare, degli autovalori complessi coniugati 1 e 2, è graficata solo la parte reale.

Anche in questo esempio, al cambio di segno dell'autovalore 3, corrisponde l'annullamento di $\det(J_{LFD})$ ed il flesso di e'_q , come previsto dall'analisi della caratteristica statica semplificata.

L'ipotesi di ritenere disaccoppiata la dinamica di flusso dalla dinamica meccanica, per perturbazioni che coinvolgono solo la produzione di potenza reattiva da parte del generatore, risulta giustificata dall'andamento pressoché costante della velocità angolare rotorica e dalle contenute variazioni di δ in relazione al tempo di simulazione.

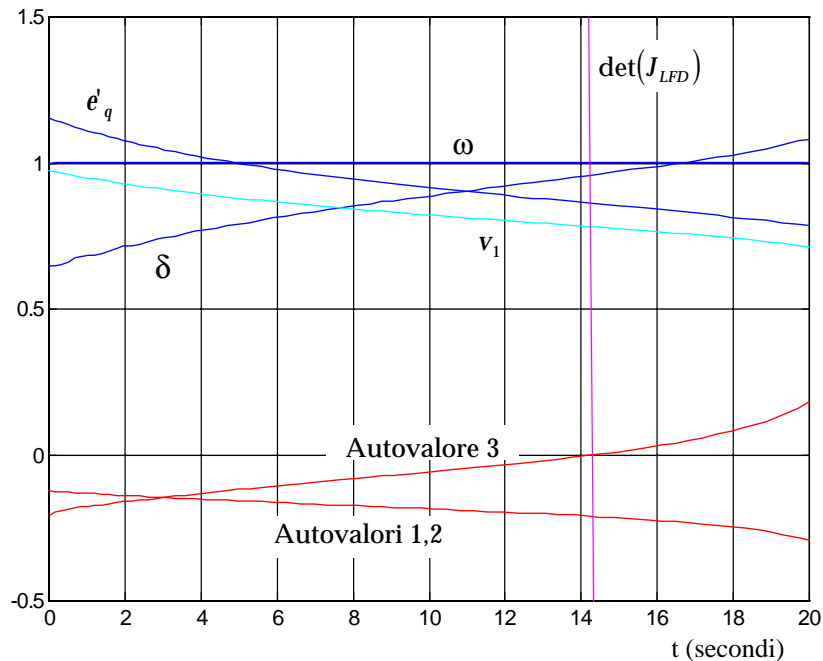


Figura (VI.5.1): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un generatore sincrono*

Inoltre, come per il variatore sotto carico ed il motore asincrono, il riconoscimento dell'instabilità di tensione avviene per un valore di tensione al nodo di macchina ormai molto basso ($\cong 0.78$ (p.u.)).

In questo caso, tuttavia, la riduzione incontrollata della tensione è dovuta all'ipotesi di mantenere costante v_f , ovvero di ritenere il generatore sprovvisto di regolazione primaria di tensione.

Quest'ipotesi è ragionevole solo per regolazione manuale, e dunque molto lenta, della tensione d'eccitazione oppure quando quest'ultima si trova già al limite massimo ammissibile.

Infine non si è tenuto conto dei limiti sulla corrente di campo, che nei recenti sistemi di controllo viene mantenuta entro valori accettabili da un regolatore in sovraeccitazione.

VI. 6 Inserimento del regolatore automatico di tensione

Come evidenziato nel precedente paragrafo, il solo modello del generatore sincrono può non essere sufficiente per valutare il comportamento dinamico ai fini della stabilità di tensione.

La maggior parte dei generatori, infatti, è soggetto ad una regolazione primaria automatica di tensione (*Automatic Voltage Regulator*) che ha lo scopo di mantenere costante la tensione ai morsetti di macchina attraverso il controllo della tensione di eccitazione.

In Figura (VI.6.1) è riportato lo schema tradizionale di un sistema di eccitazione con dinamo eccitatrice e regolatore di tipo elettronico, che verrà preso come esempio rappresentativo per le simulazioni e che rappresenta una delle diverse possibili realizzazioni di AVR attualmente in uso.

Nello schema sono riportati i principali dispositivi che formano il ciclo di regolazione, ovvero:

- 1) il *trasduttore* che rappresenta il circuito di misura e comprende i trasformatori di tensione e tutti quei dispositivi che permettono di tradurre la grandezza da regolare nella forma più opportuna;
- 2) il *regolatore-preamplificatore* di tipo elettronico che riceve in ingresso il segnale di errore di tensione e fornisce in uscita la tensione v_r . Questa tensione, tramite l'eccitatrice, genera la tensione di eccitazione v_f ;
- 3) il *limitatore* che, posto tra il regolatore e l'eccitatrice, consente di limitare entro un range di valori ammissibili la tensione v_r , per

evitare che un eccessivo errore di tensione produca una tensione v_f non ammissibile per il circuito di eccitazione.

- 4) l'*eccitatrice* che fornisce alla macchina sincrona la tensione d'eccitazione e che in questo caso è costituito da un generatore in corrente continua, rappresentato da un blocco proporzionale con costante di tempo, retroazionato da una appropriata funzione di saturazione per tenere conto del suo comportamento non lineare;

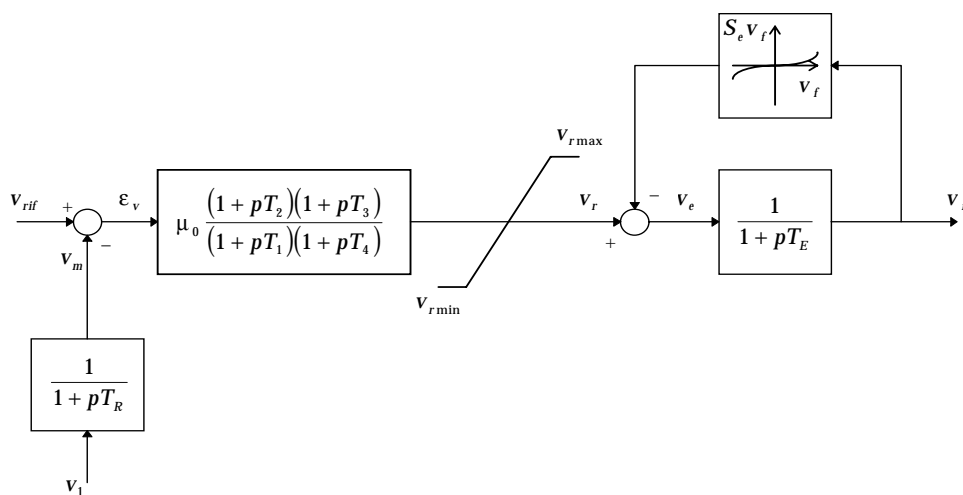


Figura (VI.6.1): *Sistema di eccitazione con dinamo eccitatrice e regolatore di tipo elettronico*

Il significato dei simboli usati nella Figura (VI.6.1) è il seguente:

- $\Rightarrow v_{rif}$: tensione di riferimento (p.u.) del regolatore;
- $\Rightarrow v_1$: valore efficace (p.u.) della tensione ai morsetti della macchina sincrona;
- $\Rightarrow \mu_0$: guadagno statico del regolatore-preamplificatore (p.u./p.u.);
- $\Rightarrow T_1, T_4$: costanti di tempo (s) relative ai poli del regolatore-preamplificatore;

- ⇒ T_2, T_3 : costanti di tempo (s) relative agli zeri del regolatore-preamplificatore;
- ⇒ v_m : tensione (p.u.) in uscita al trasduttore di tensione;
- ⇒ T_R : costante di tempo (s) del trasduttore di tensione;
- ⇒ v_r : tensione (p.u.) di uscita del regolatore in ingresso all'eccitatrice;
- ⇒ $v_{r\max}, v_{r\min}$: valore massimo e minimo (p.u.) della tensione v_r ;
- ⇒ $S_e(v_f)$: saturazione magnetica (p.u.);
- ⇒ T_E : costante di tempo (s) dell'eccitatrice rotante in assenza di saturazione magnetica;
- ⇒ v_f : tensione (p.u.) di eccitazione della macchina sincrona.

VI.6.1 Modello matematico dell'AVR

Il modello dell'AVR rappresentato in Figura (VI.6.1) risulta di quart'ordine, dove le variabili di stato sono v_m , v_f e le due variabili interne del regolatore. In Figura (VI.6.2) è riportato lo schema a blocchi del regolatore in una forma opportuna per metterne in evidenza i due stati v'_r e v''_r :

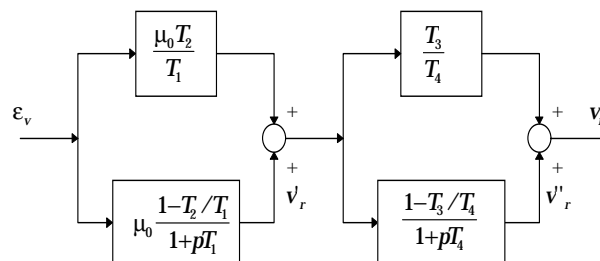


Figura (VI.6.2): *Preamplificatore del regolatore di tensione di tipo elettronico*

Con le notazioni adottate è ora possibile dedurre la forma delle equazioni differenziali, espresse in p.u., del sistema di regolazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_R \dot{v}_m = -v_m + v_1 \\ T_1 \dot{v}'_r = -v'_r + \mu_0 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) (v_{rif} - v_m) \\ T_4 \dot{v}''_r = -v''_r + \left(1 - \frac{T_3}{T_4} \right) \left[v'_r + \mu_0 \frac{T_2}{T_1} (v_{rif} - v_m) \right] \\ T_E \dot{v}_f = - \left[1 + S_e(v_f) \right] v_f + \psi \left\{ v''_r + \frac{T_3}{T_4} \left[v'_r + \mu_0 \frac{T_2}{T_1} (v_{rif} - v_m) \right] \right\} \end{array} \right. \quad (VI.6.1)$$

dove con $S_e(v_f)$ e con $\psi\{v_r\}$ si denotano, rispettivamente, la funzione di saturazione della dinamo eccitatrice e la funzione del limitatore.

Per quanto riguarda la saturazione (*ceiling*), invece di una interpolazione di dati sperimentali, si adotta in genere un'approssimazione analitica di tipo esponenziale nella forma seguente:

$$S_e(v_f) = A_{ex} \left(e^{B_{ex}|v_f|} - 1 \right) \quad (VI.6.2)$$

dove per i coefficienti si possono assumere i valori $A_{ex} = 0.0006$ e $B_{ex} = 0.9$.

Il tipo di limitatore, invece, viene scelto in base alla necessità o meno di bloccare l'evoluzione dinamica delle variabili di stato del regolatore quando si superano i limiti di sovra o sottoeccitazione.

Ai fini dello studio della instabilità di tensione di un generatore soggetto a forti aumenti della richiesta di potenza reattiva, può convenire un modello di limitatore di tipo windup (cfr. Appendice) che consente di non modificare l'ordine dinamico del sistema anche in condizioni di sovra eccitazione.

VI.6.2 Definizione del sistema complessivo

L'aggiunta delle equazioni dell'AVR alle equazioni differenziali del generatore porta ad un modello di settimo ordine, direttamente utilizzabile per il consueto studio dinamico.

In particolare, con riferimento alla rete elettrica descritta nel paragrafo (VI.2), si possono definire il vettore delle variabili di stato

$x = [\theta \quad \omega \quad e'_q \quad v_m \quad v'_r \quad v''_r \quad v_f]^T$ ed i due vettori relativi alle variabili algebriche $y_1 = [P_1 \quad P_2 \quad Q_1 \quad Q_2]^T$ e $y_2 = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad v_1 \quad v_2]^T$.

Infine, anche in questo esempio, si considera come parametro la sola potenza reattiva Q_L richiesta dal carico.

VI.6.3 Modifica alle matrici del sistema linearizzato

Poiché le equazioni differenziali del regolatore non dipendono dalle variabili y_1 e y_2 , né le variabili di stato v_m, v'_r, v''_r, v_f compaiono nelle equazioni algebriche costitutive del generatore, la matrice

standard di load flow J_{LF} , G_{1y2} , e perciò anche J_{LFV} , rimangono inalterate rispetto al sistema comprendente il solo generatore, mentre la matrice G_{1x} risulta aumentata di quattro colonne nulle:

$$G_{1x} \begin{bmatrix} g_{1x(1,1)} & 0 & g_{1x(1,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{1x(3,1)} & 0 & g_{1x(3,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6.3})$$

La linearizzazione delle equazioni differenziali porta invece alla ridefinizione delle matrici F_x e F_{y2} , che assumono la forma seguente, nella quale si tralasciano le sotto matrici relative alle variabili del generatore, poiché risultano inalterate:

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & f_{x(1,2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{x(2,1)} & f_{x(2,2)} & f_{x(2,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{x(3,1)} & 0 & f_{x(3,3)} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{T_1} & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_4 K_1}{T_1} & \frac{K_4}{T_1} & -\frac{1}{T_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_3 K_1}{T_E} \frac{\partial}{\partial v_r} \Psi & \frac{K_3}{T_E} \frac{\partial}{\partial v_r} \Psi & \frac{1}{T_E} \frac{\partial}{\partial v_r} \Psi & -\frac{\left(1 + S_e + \frac{\partial}{\partial v_f} S_e v_f\right)}{T_E} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6.4})$$

$$F_{y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{y2(2,1)} & 0 & f_{y2(2,3)} & 0 \\ f_{y2(3,1)} & 0 & f_{y2(3,3)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6.5})$$

dove si sono definiti:

$$K_1 = \mu_0 \frac{T_2}{T_1}; K_2 = \mu_0 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right); K_3 = \frac{T_3}{T_4}; K_4 = 1 - \frac{T_3}{T_4} \quad (\text{VI.6.6})$$

Delle tre matrici jacobiane solo la J_{LFD} viene modificata per effetto delle equazioni del regolatore, ma, in base alle righe ed alle colonne nulle presenti nelle matrici F_x , F_{y2} e G_{1x} è possibile dedurre che, anche in questo caso, J_{LFD} differisce dalla J_{LF} solo per il terzo termine sulla diagonale:

$$J_{LFD} = J_{LF} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6.7})$$

e quindi, nel termine $\partial Q_1 / \partial v_1$.

VI.6.4 Classificazione delle non linearità presenti nel sistema

Le due funzioni non lineari, $S_e(v_f) \cdot v_f$ e $\psi\{v_r\}$, comprese nel modello dell'AVR, sono monotone e, quindi, non portano a biforcazioni di tipo saddle node.

È invece possibile che alcuni regolatori molto veloci e con guadagno statico elevato introducano, sotto certe condizioni, uno smorzamento negativo nelle oscillazioni elettromeccaniche [18].

Si verifica, cioè, una diversa biforcazione, detta di Hopf, che corrisponde al passaggio della parte reale di due autovalori complessi coniugati nel semipiano positivo.

In questo caso le oscillazioni elettromeccaniche si destabilizzano e continuano ad aumentare in ampiezza, fino a portare alla perdita di passo del generatore.

Si può comunque verificare che il modello di AVR preso in esame, è tale da non consentire, per i valori comunemente assegnati alle costanti di tempo e al guadagno statico, l'insorgenza di biforcazioni di Hopf né d'altro tipo.

La presenza di biforcazioni statiche rimane, perciò, legata alla caratteristica descritta nel paragrafo (VI.4), ed è dovuta alla struttura dell'equazione differenziale della forza elettromotrice transitoria e'_q .

L'effetto della regolazione di tensione è di aumentare la tensione di eccitazione e quindi di aumentare la disponibilità della potenza reattiva erogabile dal generatore. Quando si raggiunge il limite della v_f ammissibile, tuttavia, il generatore può entrare in instabilità di tensione se la richiesta di potenza reattiva è eccessiva.

VI.6.5 Simulazione dinamica

Nelle Figure (VI.6.3), (VI.6.4) e (VI.6.5) sono riportati gli andamenti temporali delle grandezze più significative di un transitorio causato da un aumento a rampa della potenza reattiva Q_L dal valore iniziale 0.6 (p.u.) a 2.0 (p.u.), nel tempo di 60 (s), a partire dall'istante $t_0 = 10$ (s).

In aggiunta ai valori elencati nel paragrafo (VI.5), si considerano i seguenti dati del regolatore: $\mu_0 = 500$ (p.u./p.u.), $T_1 = 5$ (s), $T_2 = 0.2$ (s), $T_3 = 1$ (s), $T_4 = 0.01$ (s), $T_E = 1$ (s), $T_R = 0.02$ (s), $v_{r\max} = 5$ (p.u.), $v_{r\min} = -5$ (p.u.).

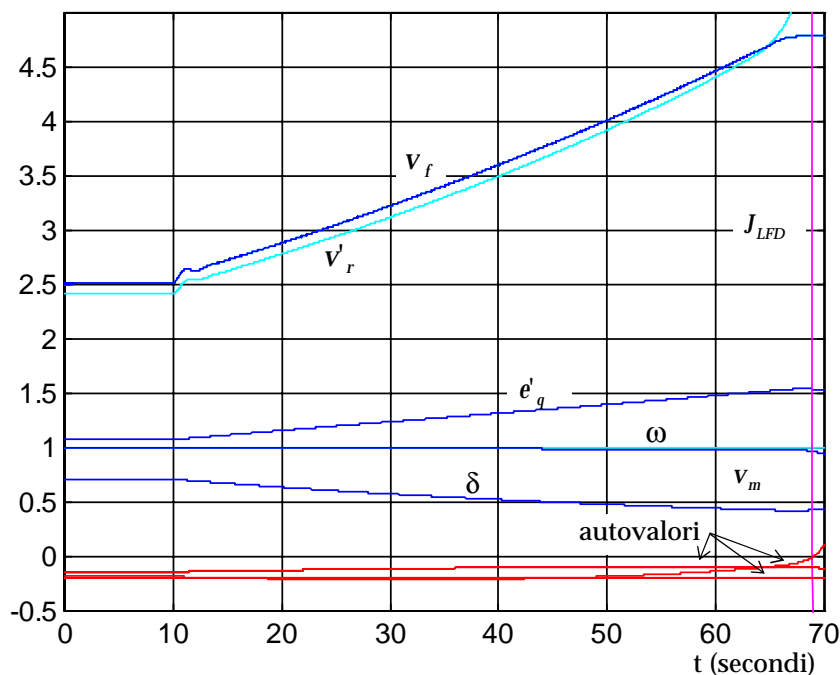


Figura (VI.6.3): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un generatore sincrono con AVR*

Si nota che i valori limite della v_r sono riferiti ad una base di tensione pari alla v_f che, in assenza di saturazioni magnetiche e in condizioni di regime permanente a vuoto, produce la tensione nominale ai morsetti di macchina. Con questa base la tensione nominale di campo è di solito $v_{fnom} \cong 2.6$ (p.u.).

Gli autovalori della matrice di stato sono sette: due coppie di complessi coniugati relativi alla dinamica meccanica e del regolatore di tensione e tre reali. L'autovalore reale che transisce da negativo a positivo è quello associabile alla dinamica di e'_q e si ha instabilità solo dopo che il regolatore è in soglia.

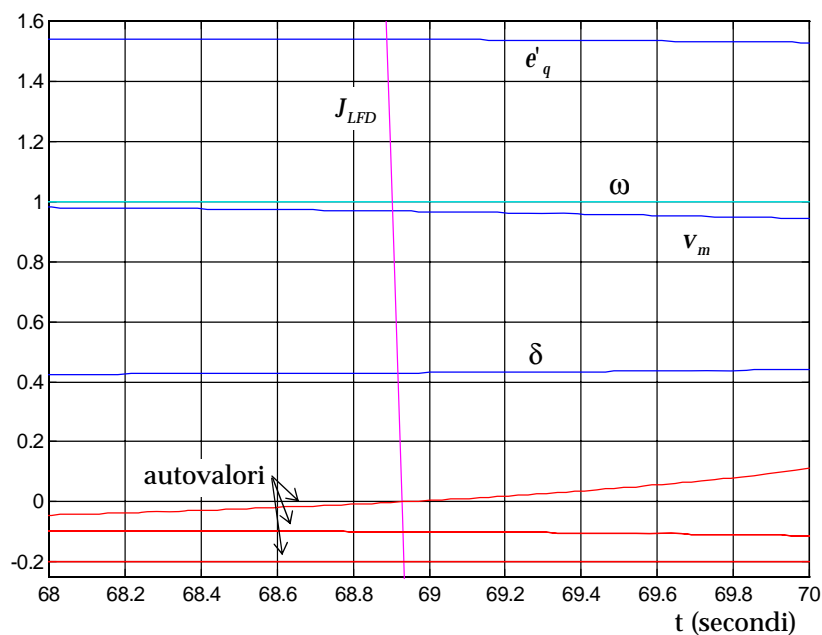


Figura (VI.6.4): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un generatore sincrono con AVR in prossimità dell'annullamento dello jacobiano dinamico di load flow*

Si nota che la presenza del regolatore, caratterizzato da una dinamica veloce rispetto alla rampa temporale della Q_L , permette di mantenere la tensione ai morsetti pressoché pari al valore nominale fino al raggiungimento dell'instabilità di tensione.

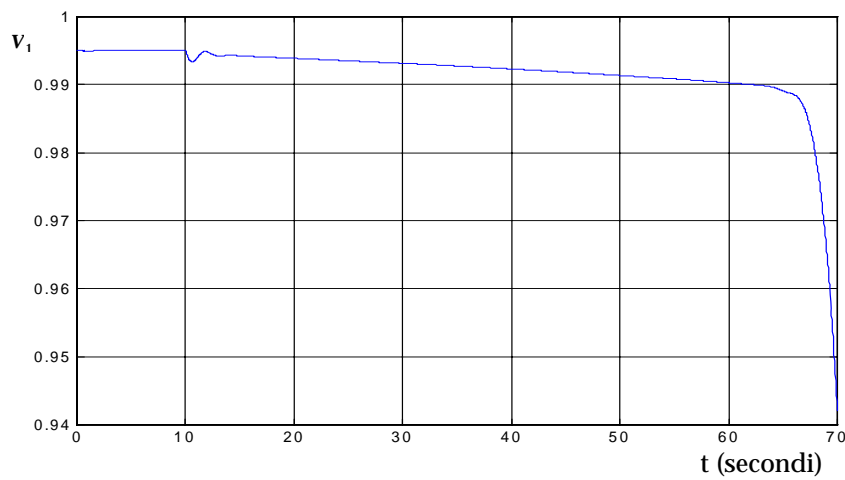


Figura (VI.6.5): *Evoluzione dinamica della tensione ai morsetti del generatore sincrono con AVR*

In questo caso, perciò, il riconoscimento della condizione di instabilità nelle equazioni dinamiche permette di prevedere anche l'imminente collasso di tensione.

VI.7 Inserimento del regolatore in sovraeccitazione

Come descritto nel paragrafo (VI.6), il regolatore automatico di tensione agisce sulla tensione di eccitazione v_f al fine di adattare la tensione ai morsetti v_1 al valore di riferimento v_{rif} .

In aggiunta a questo sistema di controllo, che costituisce il cuore della regolazione primaria di tensione, è ormai uso corrente aggiungere anche il controllo del punto di lavoro del generatore rispetto alle curve di capability mediante una limitazione in sovra e sottoeccitazione.

In Figura (VI.7.1) è riportato lo schema di principio del regolatore in sovraeccitazione, che consiste in un blocco integrale con limitatore dinamico (cfr. Appendice) sulla soglia inferiore.

Se il valore della corrente di campo i_f supera il limite ammissibile, il regolatore diventa attivo e abbassa il riferimento di tensione prefissato v_{rif0} con un segnale v_{0ex} .

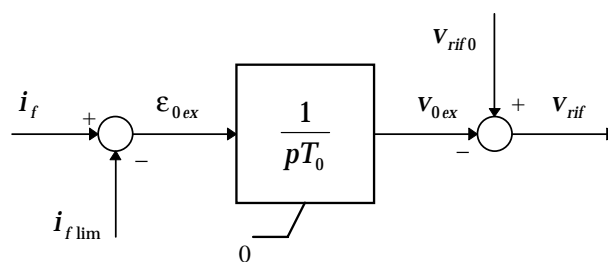


Figura (VI.7.1): *Schema a blocchi del regolatore in sovraeccitazione*

La limitazione in sovraeccitazione richiede il calcolo della i_f , che viene fatto attraverso la misura delle potenze attive e reattive generate e della tensione ai morsetti. La procedura più semplice per

implementare il calcolo di i_f è la seguente, dove si trascura la saturazione magnetica, la resistenza statorica e si ipotizzano a regime i transitori elettromagnetici del generatore:

$$i_f = \sqrt{\left(v_1 + \frac{x_q Q_1}{v_1}\right)^2 + P_1^2} + \left(\frac{x_d}{x_q} + 1\right) \frac{\frac{x_q Q_1}{v_1} \left(v_1 + \frac{x_q Q_1}{v_1}\right) + \frac{x_q P_1}{v_1}}{\sqrt{\left(v_1 + \frac{x_q Q_1}{v_1}\right)^2 + P_1^2}} \quad (\text{VI.7.1})$$

Come si nota dalla (VI.7.1), la corrente di campo dipende, oltre che dai parametri di macchina, dalla tensione ai morsetti e, in forma implicita, anche dalle variabili δ , e'_q e θ_1 , attraverso le potenze P_1 e Q_1 che compaiono nelle equazioni algebriche (VI.1.6).

L'equazione differenziale del regolatore risulta definita nella forma:

$$\begin{aligned} T_0 \dot{v}_{0ex} &= i_f - i_{f \text{ lim}} && \text{se } i_f > i_{f \text{ lim}} \\ \dot{v}_{0ex} &= 0 && \text{se } i_f \leq i_{f \text{ lim}} \end{aligned} \quad (\text{VI.7.2})$$

dove la costante di tempo T_0 è assunta pari a 10 (s).

Si nota, perciò, che l'inserimento del regolatore in sovraeccitazione nel modello del generatore con AVR comporta l'aumento dell'ordine dinamico complessivo solo quando i_f eccede il limite ammissibile.

In tal caso, è necessario modificare anche la struttura delle matrici del sistema linearizzato per tener conto dell'intervento del regolatore nello jacobiano dinamico J_{LFD} .

Con riferimento al sistema elettrico descritto nel paragrafo (VI.2), si può definire, oltre ai consueti vettori delle variabili algebriche

$$y_1 = [P_1 \ P_2 \ Q_1 \ Q_2]^T \quad \text{e} \quad y_2 = [\theta_1 \ \theta_2 \ v_1 \ v_2]^T, \quad \text{il vettore di stato}$$

$$x = [\delta \ \omega \ e'_q \ v_m \ v'_r \ v''_r \ v_f \ v_{0ex}]^T.$$

Inoltre, la linearizzazione della (VI.7.1) conduce alle seguenti espressioni delle matrici jacobiane, dove si tralasciano per semplicità gli sviluppi analitici e si lasciano indicate le derivate parziali della corrente di campo rispetto alle variabili del sistema:

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & f_{x(1,2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{x(2,1)} & f_{x(2,2)} & f_{x(2,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{x(3,1)} & 0 & f_{x(3,3)} & 0 & 0 & 0 & f_{x(3,7)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{x(4,4)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{x(5,4)} & f_{x(5,5)} & 0 & 0 & -\frac{K_2}{T_1} \\ 0 & 0 & 0 & f_{x(6,4)} & f_{x(6,5)} & f_{x(6,6)} & 0 & -\frac{K_4 K_1}{T_4} \\ 0 & 0 & 0 & f_{x(7,4)} & f_{x(7,5)} & f_{x(7,6)} & f_{x(7,7)} & -\frac{K_4 K_1}{T_4} \frac{\partial}{\partial v_r} \Psi \\ \frac{1}{T_0} \frac{\partial i_f}{\partial \delta} & 0 & \frac{1}{T_0} \frac{\partial i_f}{\partial e'_q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.7.3})$$

$$F_{y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{y2(2,1)} & 0 & f_{y2(2,3)} & 0 \\ f_{y2(3,1)} & 0 & f_{y2(3,3)} & 0 \\ 0 & 0 & f_{y2(4,3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_0} \frac{\partial i_f}{\partial \theta_1} & 0 & \frac{1}{T_0} \frac{\partial i_f}{\partial v_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.7.4})$$

$$G_{1x} = \begin{bmatrix} g_{1x(1,1)} & 0 & g_{1x(1,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{1x(3,1)} & 0 & g_{1x(3,3)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.7.5})$$

Anche in questo caso la J_{LF} e la J_{LFV} risultano inalterate rispetto all'esempio con il solo generatore senza regolazione e lo jacobiano dinamico J_{LFD} differisce da J_{LF} solo per il termine $\partial Q_1 / \partial v_1$.

Nelle Figure (VI.7.2), (VI.7.3) e (VI.7.4) sono riportati gli andamenti temporali delle grandezze più significative di un transitorio causato da un aumento a rampa della potenza reattiva Q_L dal valore iniziale 0.6 (p.u.) al valore finale 1.3 (p.u), nel tempo di 60 (s), a partire dall'istante $t_0 = 10$ (s).

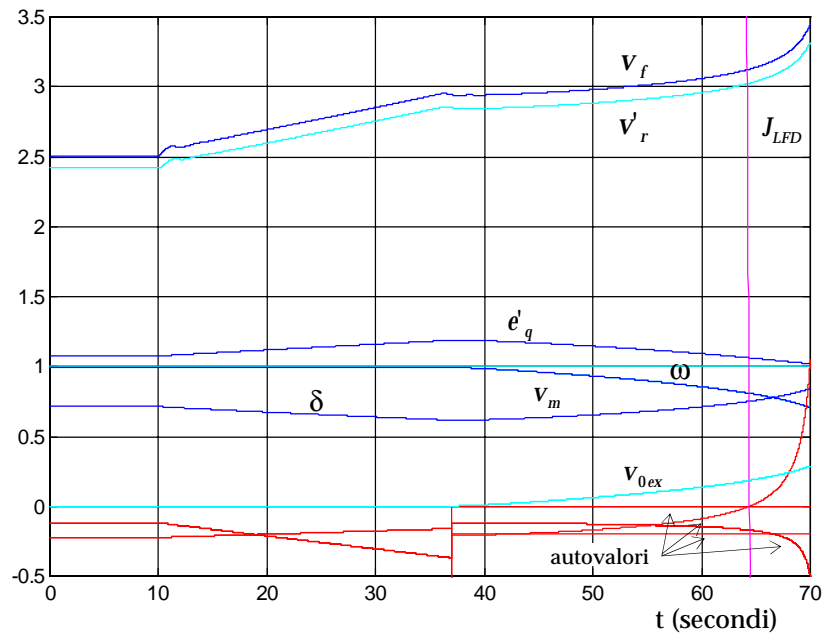


Figura (VI.7.2): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un generatore sincrono con AVR e regolatore in sovraeccitazione*

Oltre alle grandezze già indicate nei paragrafi (VI.5) e (VI.6.5), si pone $T_0 = 10$ (s) e $i_{f\text{lim}} = 2.7$ (p.u.), avendo assunto come base di corrente la corrente che scorre nel circuito di eccitazione quando ad esso è applicata la tensione di base definita nel paragrafo (VI.6.5).

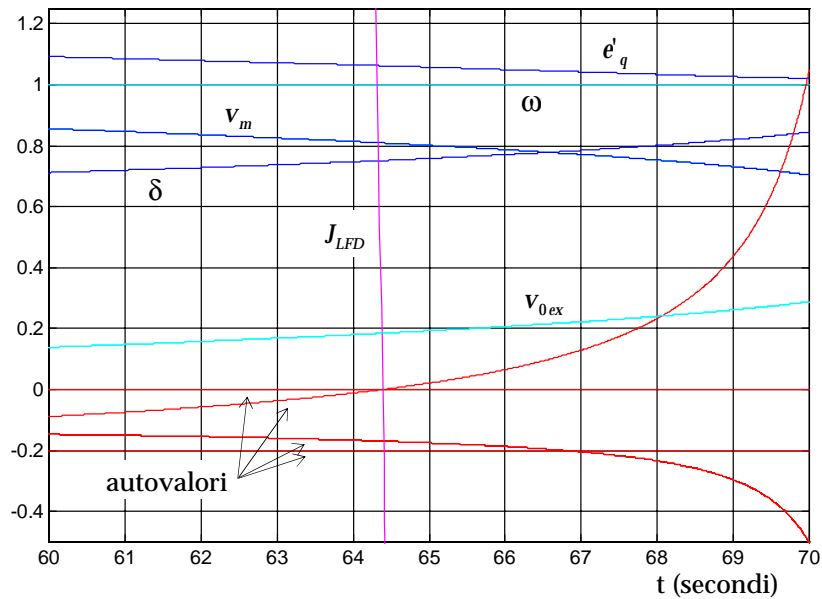


Figura (VI.7.3): *Evoluzione dinamica delle grandezze significative e degli indicatori di stabilità per un generatore sincrono con AVR e regolatore in sovraeccitazione in prossimità dell'annullamento dello jacobiano dinamico di load flow*

L'inizio dell'attività del regolatore corrisponde ad una discontinuità negli autovalori e ad un cambiamento di pendenza nelle variabili di stato. Si nota, inoltre, che, rispetto all'esempio con solo l'AVR, il sistema diviene instabile prima di raggiungere il limite massimo della v_f e per valori più bassi di potenza reattiva richiesta dal carico.

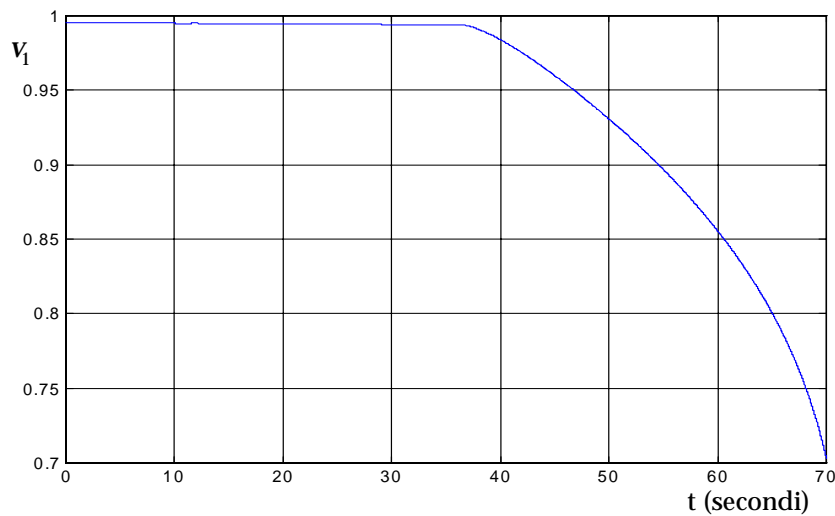


Figura (VI.7.4): *Evoluzione dinamica della tensione ai morsetti del generatore sincrono con AVR e regolatore in sovraeccitazione*

Infatti, come previsto qualitativamente dalla caratteristica statica, la stabilità dell'equazione della e'_q dipende dal valore della tensione ai morsetti, ed in questo caso l'AVR forza la v_1 a decrescere, in seguito alla riduzione di v_{rif} . L'effetto complessivo del regolatore in sovraeccitazione risulta perciò destabilizzante per grandi perturbazioni della Q_L .

CAPITOLO VII

UTILIZZO DELLO JACOBIANO DINAMICO COME INDICE DI STABILITÀ DI TENSIONE

VII.1 Utilità degli indici di stabilità di tensione

La determinazione di indici capaci di predire l'instabilità o il collasso di tensione, con l'obiettivo di un utilizzo pratico nella gestione degli impianti, è oggetto di studio costante nella ricerca relativa ai sistemi elettrici.

Lo scopo principale di questi indici è di definire una grandezza scalare che possa essere monitorata contemporaneamente ai cambiamenti che incorrono nel sistema e che permetta di valutare quanto il sistema sia vicino al collasso.

Inoltre, gli indici devono possedere alcune caratteristiche che li rendano pratici nelle applicazioni come, ad esempio, essere descritti da funzioni continue e derivabili e, perché sia possibile un uso *on-line*, essere calcolabili rapidamente e con semplicità.

In genere non è conveniente far riferimento ad un unico indice, poiché, a seconda della rapidità e dell'accuratezza richieste, ognuno può essere più o meno adeguato.

La miglior strategia è, perciò, un uso combinato di diversi indici, realizzando in tal modo un compromesso tra semplicità di calcolo e precisione. Nella Tabella (VII.1.1) sono riportati, a titolo d'esempio, alcuni tra i più diffusi indici insieme con le loro caratteristiche più importanti [3].

Indice	Costo di calcolo	Profilo	Predizione del collasso
Sensitivity factor	basso	Non lineare Discontinuo	Inadeguato
Singular/eigen values	medio	Non lineare Discontinuo	Inadeguato
Second order	medio-alto	Quasi lineare Discontinuo	Adeguato
Voltage stability proximity index	medio-alto	Quasi lineare Discontinuo	Adeguato
Loading margin	alto	Lineare Differenziabile	Esatto
Approx. Closest loadability	medio	Quasi lineare Discontinuo	Adeguato
Local load margins	medio-alto	Quasi lineare Discontinuo	Abbastanza adeguato
Test function	basso	Quadratico Discontinuo	Abbastanza adeguato
Reduced determinant	basso	Quadratico Discontinuo	Abbastanza adeguato
Tangent vector index	molto basso	Quadratico Discontinuo	Abbastanza adeguato

Tabella (VII.1.1): *Confronto tra alcuni dei più significativi indici di stabilità di tensione*

La maggior parte di questi indici comporta l'uso di una matrice jacobiana, in modo particolare la matrice standard di load flow, e si basa su criteri prevalentemente statici. L'unico metodo esatto è il cosiddetto *load margin* che costituisce una rielaborazione dei metodi di determinazione delle biforcazioni statiche quando il parametro del sistema è la potenza richiesta dal carico, mentre gli altri criteri sono essenzialmente delle valutazioni della sensitività $\partial v / \partial Q$ presso i nodi di rete.

In analogia con questi indici ed in base alle simulazioni effettuate, nei paragrafi seguenti verrà valutata la possibilità di interpretare la matrice jacobiana dinamica di load flow come un indice della

sensività $\partial v / \partial Q$ e della disponibilità di potenza reattiva.

VII.2 Nose curve e maximum power transfer capability

Fin dai primi studi riguardanti la stabilità di tensione, uno degli aspetti maggiormente sottolineati è stata la corrispondenza tra condizioni di forte richiesta di potenza, in particolare reattiva, ed il progressivo decadimento della tensione presso alcuni nodi della rete. Le cosiddette *nose curve* sono appunto funzioni che, originariamente, definivano la correlazione statica tra la tensione ad un nodo e la potenza reattiva iniettata al nodo stesso. Il nome deriva dal fatto che le curve (v, Q) presentano in genere un massimo, corrispondente alla massima potenza reattiva trasferibile.

Alla luce della teoria delle biforcazioni bisogna precisare che non sempre il massimo presente nelle nose curve corrisponde ad una biforcazione statica, poiché solamente quando si grafica la variabile di stato in funzione del rispettivo parametro si ottiene un diagramma delle biforcazioni [3].

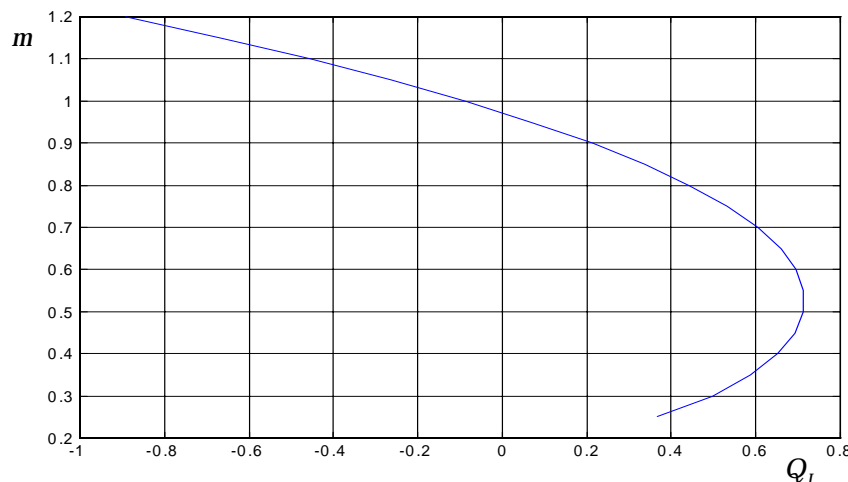


Figura (VII.2.1): *Nose curve del sistema con variatore sotto carico del rapporto di trasformazione*

Ad esempio, con riferimento al variatore sotto carico descritto nel Capitolo IV, l'unica nose curve su cui può essere localizzato il saddle node è la curva statica (Q_L, m) , riportata in Figura (VII.2.1).

Il grafico è ottenuto trovando, al variare di Q_L , i corrispondenti valori di m per cui l'equazione differenziale (IV.3.1) si annulla e si ha perciò equilibrio. In questo caso il "naso" della curva corrisponde al saddle node ed è perciò rappresentativo del cambiamento di struttura del sistema.

Si nota perciò che, quando il parametro è la potenza attiva o reattiva del carico, l'individuazione delle biforcazioni statiche permette di trovare anche la cosiddetta *maximum power transfer capability* del sistema in esame.

Questo risultato, tuttavia, non è sempre valido per lo studio della stabilità durante un transitorio seguente una grande perturbazione, ovvero non si ha sempre la corrispondenza tra l'annullamento dello jacobiano J_{LFD} e il massimo della potenza trasferita.

Nelle Figure (VII.2.2) e (VII.2.3) sono riportate, come esempi rappresentativi, gli andamenti della Q_1 e dello jacobiano dinamico di load flow relativi alla simulazione del generatore sotto carico con AVR rispettivamente in assenza ed in presenza del regolatore in sovraeccitazione.

Nel primo caso l'annullamento dello jacobiano dinamico ed il massimo della potenza reattiva erogata sono eventi coincidenti, mentre, nel secondo caso, questa corrispondenza non avviene, a causa dell'intervento del regolatore in sovraeccitazione che vincola la

produzione di potenza reattiva in funzione del limite ammissibile sulla corrente di campo.

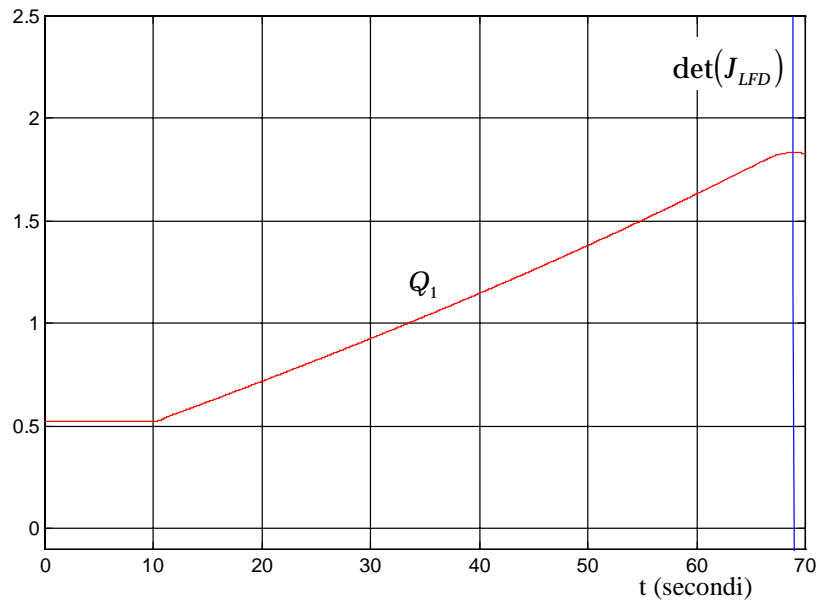


Figura (VII.2.2): *Andamento temporale dello jacobiano dinamico di load flow e della potenza reattiva erogata dal generatore sincrono con AVR*

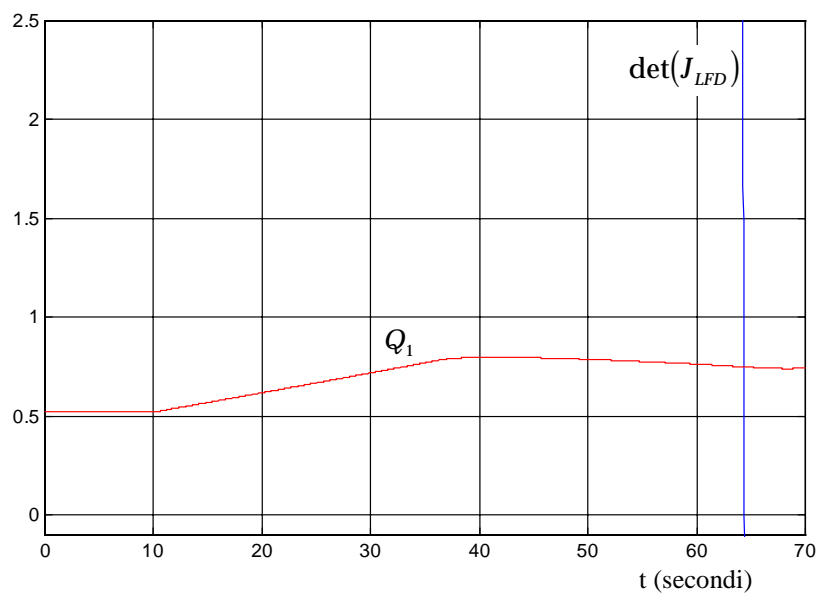


Figura (VII.2.3): *Andamento temporale dello jacobiano dinamico di load flow e della potenza reattiva erogata dal generatore sincrono con AVR e regolatore in sovraeccitazione*

VII.3 Analisi modale

L'analisi modale rappresenta un'evoluzione delle prime nose curve, poiché definisce le basi matematiche per la valutazione dei fattori di sensitività $\partial v / \partial Q$ presso ogni nodo di una rete complessa.

Con riferimento alla matrice jacobiana standard di load flow, e con l'ipotesi di ritenere nulle le variazioni di potenza attiva, si ha:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J_{LF} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{Pv} \\ J_{Q\theta} & J_{Qv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta v \end{bmatrix} \quad (\text{VII.3.1})$$

da cui si può ricavare una matrice jacobiana ridotta che mette in relazione le variazioni di tensione rispetto alla variazioni di potenza reattiva:

$$\Delta Q = \left[J_{Qv} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{Pv} \right] \Delta v = J_R \Delta v \quad (\text{VII.3.2})$$

Dalla diagonalizzazione della matrice ridotta, è possibile dimostrare la relazione [11]:

$$\frac{\partial v_k}{\partial Q_k} = \sum_{i=1}^m \frac{\xi_{ki} \eta_{ki}}{\lambda_i} \quad (\text{VII.3.3})$$

dove ξ_{ki} e η_{ki} rappresentano gli elementi (k, i) della matrice composta dagli autovettori rispettivamente destri e sinistri di J_R , mentre λ_i è l'autovalore i -esimo di J_R .

Si nota, che, a differenza dello studio alle piccole variazioni della matrice di stato, la stabilità in questo caso si ha se tutti gli autovalori di J_R sono positivi, cioè se all'aumento della potenza reattiva ad un nodo corrisponde un aumento della tensione.

Ogni autovalore costituisce un "modo" di variare del sistema e il prodotto $\xi_{ki}\eta_{ki}$ indica il fattore di partecipazione del nodo k all' i -esimo modo.

Questi risultati sono stati impiegati per la determinazione di indici di stabilità di tensione. In particolare si considera che gli autovalori più piccoli del sistema siano i modi più prossimi all'instabilità poiché sono i più prossimi ad annullarsi e a diventare negativi.

In letteratura è stato proposto di utilizzare la matrice J_{LFV} , al posto della matrice jacobiana standard di load flow, con lo scopo di tenere in conto la modellizzazione dei carichi [12].

Tuttavia, dalle matrici J_{LF} ed J_{LFV} non sono, in generale, direttamente ricavabili delle esatte informazioni dinamiche ma si possono ottenere solo indicazioni qualitative su quali siano i nodi tendenzialmente più instabili.

Risulta allora conveniente l'utilizzo di J_{LFD} , che, pur mantenendo la struttura di una matrice di load flow, possiede dei termini aggiuntivi, derivati dalle equazioni differenziali, che la rendono adatta ad uno studio dinamico.

Se si applica la procedura di riduzione alla J_{LFD} , con riferimento alla formula di Schur, si ottiene:

$$\det(J_{LFD}) = \det(J_{LFD(P\theta)}) \cdot \det(J_{LFD(R)}) \quad (\text{VII.3.4})$$

e poiché la sottomatrice $(P\theta)$ è, per ipotesi, non singolare, si ha una correlazione tra gli autovalori della matrice originaria con quelli della matrice ridotta $J_{LFD(R)}$.

Perciò, in corrispondenza del modo λ_i che si annulla, rendendo il nodo “infinitamente sensibile”, la (VII.3.4) stabilisce che nel sistema si è verificato un saddle node e si ha instabilità.

Si nota, invece, che se si utilizza la matrice J_{LFV} , l’annullamento di un autovalore della matrice ridotta comporta, sempre a causa della (VII.3.4), il verificarsi della loss of causality del sistema.

Nelle Figure (VII.3.1), (VII.3.2), (VII.3.3) sono riportati gli andamenti dei tre jacobiani di load flow per le simulazioni del variatore sotto carico, del motore asincrono e del generatore con AVR. In tutti gli esempi risulta evidente l’utilità della valutazione dello jacobiano dinamico rispetto agli altri due jacobiani più tradizionali.

La Stabilità di Tensione dei Sistemi Elettrici:
 Metodologie di Valutazione e Correlazioni tra Procedure Statiche e Dinamiche

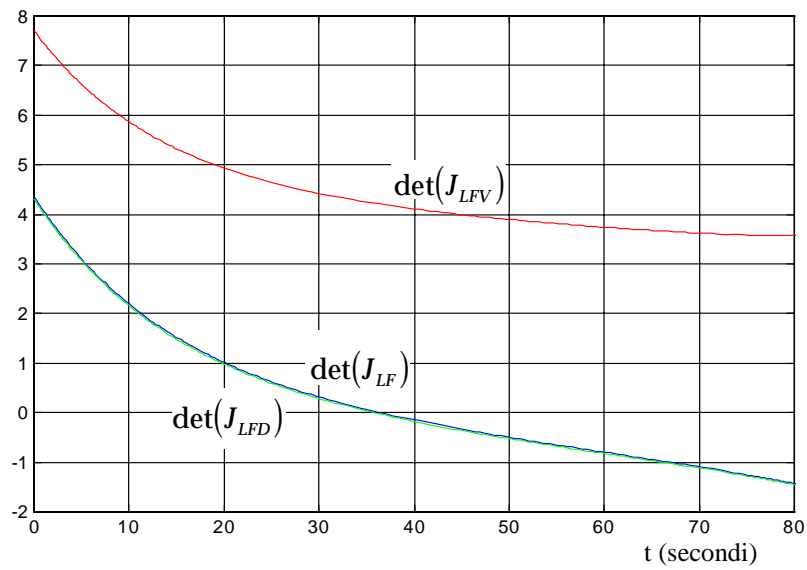


Figura (VII.3.1): *Andamento temporale degli jacobiani di load flow per il sistema con variatore sotto carico del rapporto di trasformazione*

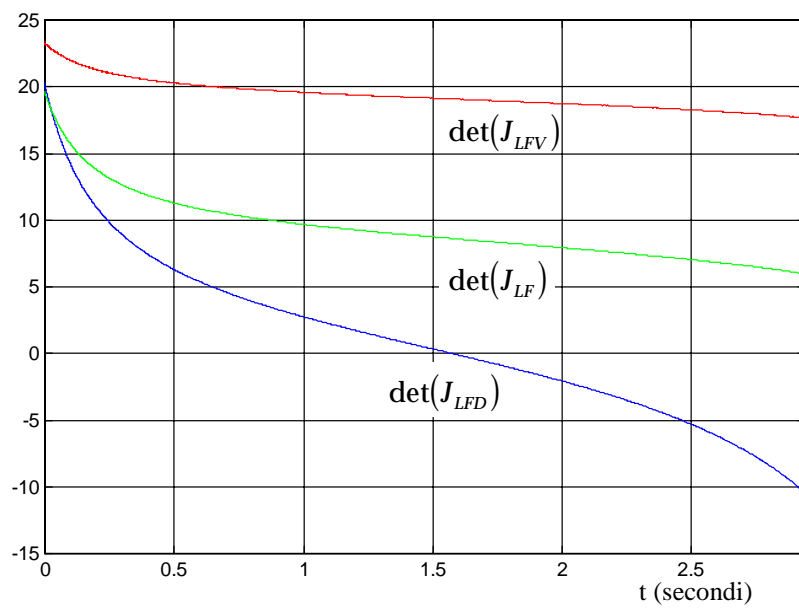


Figura (VII.3.2): *Andamento temporale degli jacobiani di load flow per il sistema con motore asincrono*

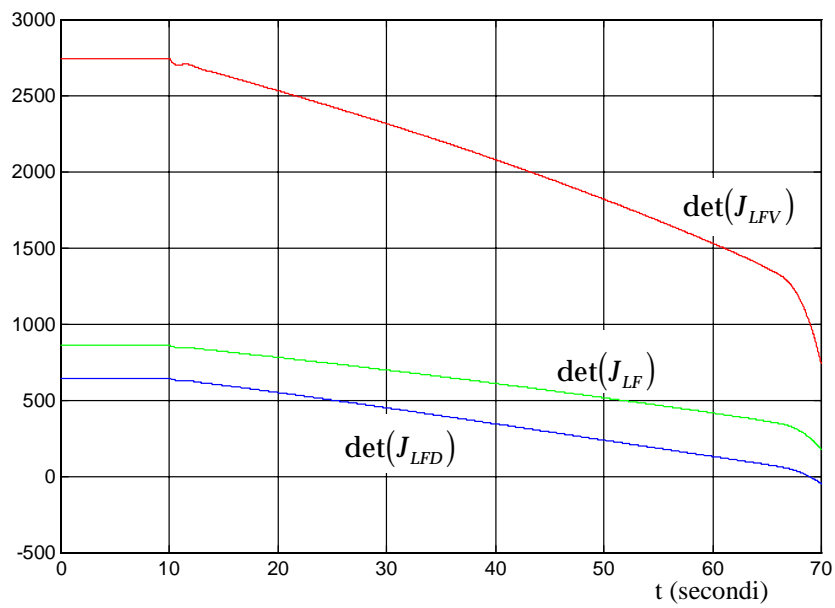


Figura (VII.3.3): *Andamento temporale degli jacobiani di load flow per il sistema con generatore sincrono con AVR*

CONCLUSIONI

Nella tesi si è affrontato il problema dell'instabilità di tensione nei sistemi elettrici di potenza con l'obiettivo di definire un criterio di valutazione applicabile durante i transitori seguenti una grande perturbazione.

La funzione su cui è basato questo criterio è il determinante di una particolare matrice jacobiana dinamica di load flow il cui annullamento è indice d'instabilità ed avviene in corrispondenza dell'annullamento degli autovalori della matrice di stato aggiornata durante l'evoluzione del transitorio.

Poiché tale matrice jacobiana era stata definita originariamente per un sistema linearizzato attorno ad un punto di lavoro, si è cercato, in primo luogo, di estendere ai sistemi non lineari le considerazioni valide alle piccole perturbazioni.

A tal fine, si è dedicata particolare attenzione all'impostazione delle equazioni algebrico-differenziali che descrivono un generico sistema elettrico e si è proposta una forma implicita dalla quale sono deducibili direttamente le tradizionali matrici jacobiane di load flow.

In seguito, si è definita la correlazione tra l'approccio dinamico linearizzato e l'approccio non linearizzato, ovvero l'uguaglianza formale tra la matrice di stato del sistema linearizzato e la matrice tempovariante del sistema non lineare originario che definisce il legame funzionale tra il vettore delle derivate prime ed il vettore delle derivate seconde degli stati.

Inoltre, è stato necessario imporre alcune ipotesi ulteriori rispetto all'analisi per piccole perturbazioni, riguardanti la struttura del

sistema e la natura temporale degli ingressi indipendenti che costituiscono le forzanti delle equazioni differenziali.

Riguardo alla struttura del sistema, sono stati utilizzati gli strumenti matematici forniti dalla teoria delle biforcazioni per definire una particolare sotto classe delle equazioni algebrico-differenziali, nelle quali sia identificabile una biforcazione detta saddle node.

La presenza di un saddle node fa sì che gli equilibri possano essere due (di cui uno stabile ed uno instabile), uno (corrispondente alla vera e propria biforcazione), o nessuno.

La condizione sugli ingressi indipendenti è, invece, che questi siano funzioni monotone del tempo, e che siano costanti per $t \rightarrow \infty$.

Con tali ipotesi si è dimostrato che, partendo da uno stato iniziale stabile, se durante il transitorio seguente una perturbazione, lo jacobiano dinamico di load flow si annulla, il sistema diviene instabile, ovvero non raggiunge nessun equilibrio finale.

A conforto di questi risultati teorici sono stati proposti tre esempi applicativi descriventi il comportamento dinamico del trasformatore a rapporto variabile sotto carico, del motore asincrono con modello di prim'ordine e del generatore sincrono con modello di terz'ordine.

In particolare, per il generatore si sono valutati anche gli effetti dell'aggiunta del regolatore automatico primario di tensione e del regolatore in sovraeccitazione.

Dagli esempi si deduce che l'annullamento dello jacobiano dinamico di load flow è sintomatico del raggiungimento dell'instabilità, ma non sempre del collasso di tensione, intendendo, secondo le definizioni della CIGRÉ, per instabilità un progressivo abbassamento della tensione senza raggiungere una condizione di equilibrio e per

collasso una riduzione della tensione sotto i limiti ammissibili per motivi fisici od economici che non esclude, però, la possibilità di una condizione di regime.

Il criterio proposto è, quindi, sintomatico solo del non raggiungimento di un equilibrio e non tiene conto dell'intervento delle protezioni.

Inoltre, negli esempi, si prendono in esame esclusivamente perturbazioni a seguito delle quali, da una situazione iniziale che presenta due equilibri, si passa ad una situazione in cui non si ha più alcun possibile equilibrio.

Si intravede, comunque, la possibilità teorica di estendere l'utilizzo di questo criterio, anche per casi in cui, pur esistendo una soluzione statica delle equazioni algebrico-differenziali, questa non venga raggiunta.

In tal modo, si potrebbe definire un vero e proprio metodo ibrido per la valutazione dell'instabilità di tensione che combina la simulazione numerica nel tempo con un metodo diretto, ovvero la valutazione dello jacobiano dinamico di load flow, in analogia con i metodi ibridi che si avvalgono delle funzioni di Lyapunov per valutare la perdita di passo dei generatori.

Un secondo possibile utilizzo dello jacobiano dinamico di load flow è in qualità di indice di stabilità di tensione.

In base alle simulazioni, è stato effettuato un confronto con due tradizionali metodi di valutazione dell'instabilità, quali sono le nose curve e l'analisi modale.

Nel primo caso, si è indicata l'eventualità che, durante un transitorio, l'insorgenza dell'instabilità di tensione possa non essere in relazione

al raggiungimento della massima potenza attiva o reattiva trasferibile, come invece si deduce normalmente dallo studio statico delle nose curve.

Nel secondo caso invece si è evidenziata l'inadeguatezza, in generale, degli jacobiani tradizionali di load flow usati nell'analisi modale ai fini della valutazione dell'instabilità di tensione.

In particolare, risulta che l'annullamento, nel tempo, degli jacobiani di load flow tradizionali, se si verifica, si verifica più tardi rispetto all'andamento dello jacobiano dinamico, che fornisce perciò per primo informazioni sull'instabilità.

Infatti è l'unico jacobiano che può tenere conto dell'evoluzione temporale del sistema, poiché è costruito aggiungendo agli elementi della matrice standard di load flow dei termini dedotti dalle equazioni differenziali.

Come si nota dagli esempi, l'espressione analitica esplicita di questi termini aggiuntivi, può essere ricavata per ogni componente connesso alla rete una volta che ne siano state definite le equazioni differenziali e le equazioni algebriche costitutive.

La procedura individuata denota, perciò, la possibilità di estendere l'utilizzo della matrice jacobiana dinamica di load flow anche per reti complesse con un elevato numero di nodi.

APPENDICE

RAPPRESENTAZIONE DEI LIMITATORI

Nello studio dei sistemi elettrici non lineari, è necessario considerare la presenza dei limiti fisici (*hard limits*) a cui sono soggette le grandezze del sistema.

L'importanza di modelli matematici accurati che comprendano questi vincoli è stata evidenziata anche per lo studio dell'instabilità di tensione [1], sia nelle simulazioni dinamiche sia nell'analisi delle biforcazioni [8].

A parte i *relay type limits* che rappresentano l'intervento delle protezioni, nell'ambito dei sistemi di regolazione, si possono classificare due categorie base di *hard limits*: i limitatori statici ed i limitatori dinamici.

A.1 Limitatori statici

In Figura (A.1.1) è rappresentato un limitatore statico, detto anche, secondo la terminologia corrente dell'IEEE, *windup limiter* o *actuation limiter*.

Quando la variabile $y(t)$, in uscita al blocco dinamico, non è compresa nel range di valori ammissibili, viene limitata la variabile $x(t)$ in uscita al limitatore, mentre $y(t)$ rimane invariata e mantiene il suo andamento temporale.

In particolare, $y(t)$ può continuare ad aumentare o a decrescere indefinitamente.

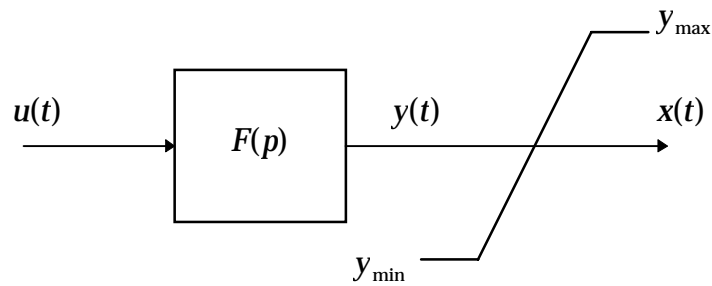


Figura (A.1.1): *Rappresentazione di un blocco dinamico con limitatore di tipo windup*

La funzione classica utilizzata per schematizzare un limitatore statico, rappresentata in Figura (A.1.2), ha la derivata prima discontinua. Nelle procedure di linearizzazione, se ne può tenere conto, per il calcolo delle matrici jacobiane, mediante il seguente controllo delle variabili:

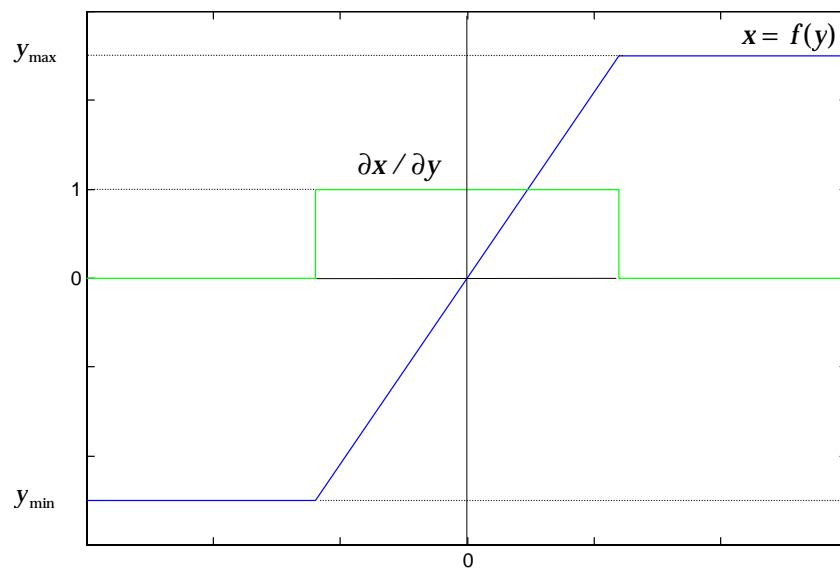


Figura (A.1.2): *Caratteristica ideale del limitatore di tipo windup*

\Rightarrow se $y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$, allora $x(t) = y(t)$;

\Rightarrow se $y(t) \geq y_{\max}$, allora $x(t) = y_{\max}$;

\Rightarrow se $y(t) \leq y_{\min}$, allora $x(t) = y_{\min}$.

Recentemente sono state proposte altre funzioni, ad esempio sviluppi in serie di Taylor o di Fourier, con lo scopo di rendere continua anche la derivata prima e di rappresentare in modo più realistico l'intervento del limitatore statico [19].

Particolarmente semplice risulta l'uso della tangente iperbolica, nella forma riportata in Figura (A.1.3):

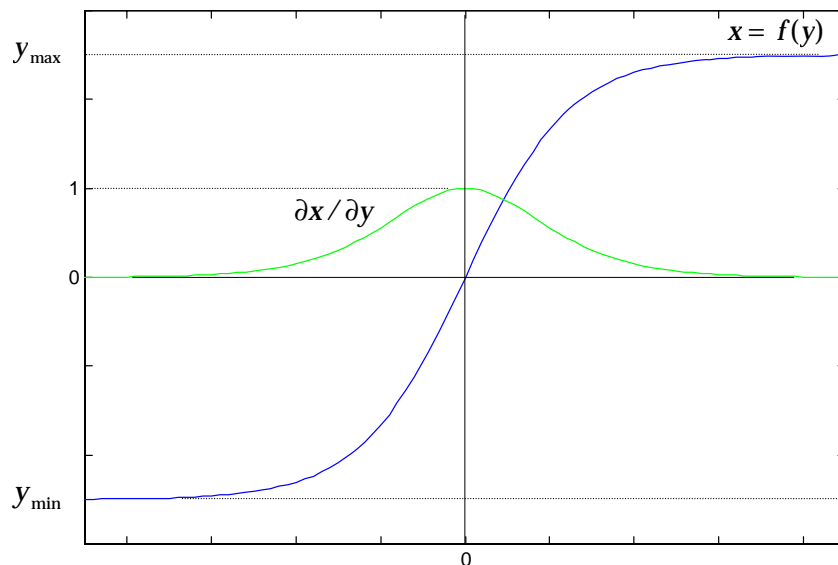


Figura (A.1.3): *Caratteristica del limitatore di tipo windup approssimata con la funzione tangente iperbolica*

$$x = f(y) = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} + \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} \tanh \left[\frac{2}{y_{\max} - y_{\min}} \left(y - \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \right) \right] \quad (\text{A.1.1})$$

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \operatorname{sech}^2 \left[\frac{2}{y_{\max} - y_{\min}} \left(y - \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \right) \right] \quad (\text{A.1.2})$$

A parte la funzione usata per descrivere il legame tra $y(t)$ e $x(t)$, ogni limitatore statico risente di un difetto strutturale che può o meno essere accettabile. Infatti, poiché non si pongono limiti sulla variabile dinamica $y(t)$ ma solo sull'ingresso nel blocco successivo, nel caso $y(t)$ cambi tendenza, bisogna attendere la sua evoluzione temporale perché ritorni entro i limiti ammissibili e di fatto ritorni ad agire in modo attivo sul resto del sistema.

Tuttavia se si prevede che l'evoluzione del transitorio non consenta a $y(t)$ di rientrare nei limiti una volta che ne sia uscita, non ha più importanza l'andamento particolare della $y(t)$, ma solo che essa non agisca più dinamicamente sul sistema stesso.

Si nota che l'uso di limitatori statici consente di non modificare l'ordine dinamico del modello matematico: l'unico effetto è quello di dividere il sistema in due regioni disaccoppiate ed eventualmente di aprire degli anelli di regolazione.

A.2 Limitatori dinamici

Quando è necessario limitare non solo l'uscita di un blocco dinamico, ma anche l'andamento temporale delle variabili di stato del blocco stesso, il modello più appropriato per un limitatore è quello denominato *non-windup limiter* o *state limiter*.

In Figura (A.2.1) è rappresentato lo schema tradizionale usato per indicare un limitatore dinamico.

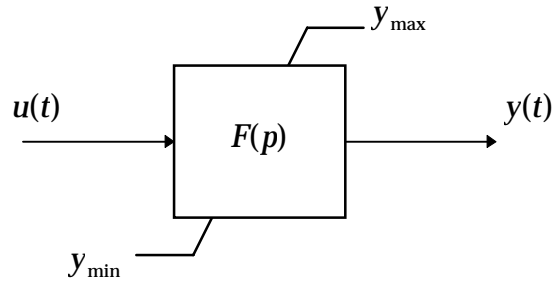


Figura (A.2.1): *Rappresentazione di un blocco dinamico con limitatore di tipo non-windup*

Per un sistema di prim'ordine, la funzione di trasferimento $F(p)$ ha la forma:

$$F(p) = \frac{K}{1 + pT} \quad (\text{A.2.1})$$

e la procedura da seguire per simulare l'effetto di un limitatore dinamico è la seguente:

\Rightarrow si calcola $f(t) = [Ku(t) - y(t)] / T$

\Rightarrow se $y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$, allora $y(t)$ non cambia, $\frac{dy(t)}{dt} = f(t)$;

\Rightarrow se $y(t) > y_{\max}$, allora $y(t) = y_{\max}$

se $f(t) > 0$, allora $\frac{dy(t)}{dt} = 0$

se $f(t) \leq 0$, allora $\frac{dy(t)}{dt} = f(t)$;

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{se } y(t) < y_{\min}, & \quad \text{allora } x(t) = y_{\min} \\ \text{se } f(t) < 0, & \quad \text{allora } \frac{dy(t)}{dt} = 0 \\ \text{se } f(t) \geq 0, & \quad \text{allora } \frac{dy(t)}{dt} = f(t). \end{aligned}$$

In generale, nel caso in cui la funzione di trasferimento $F(p)$ sia d'ordine dinamico n e si possa schematizzare nella forma lineare:

$$F(p) = K \frac{(1 + pT_1)(1 + pT_2) \dots (1 + pT_n)}{(1 + pT_1)(1 + pT_2) \dots (1 + pT_n)} \quad (\text{A.2.2})$$

si riconduce il sistema ad una sequenza di blocchi d'ordine dinamico 1, come viene indicato in Figura (A.2.2):

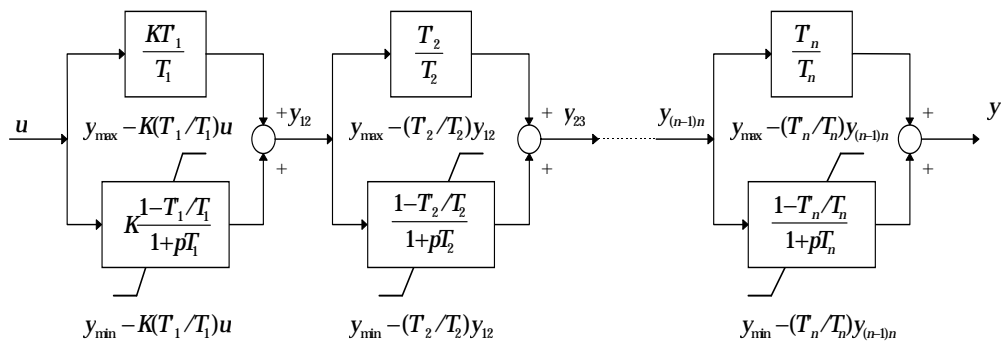


Figura (A.2.2): *Schema a blocchi di una funzione di trasferimento d'ordine n con limitatore di tipo non-windup*

Si nota che un non-windup limiter, poiché pone dei vincoli anche sulle derivate prime degli stati, modifica l'ordine dinamico del sistema complessivo e quindi anche l'ordine delle matrici jacobiane.

BIBLIOGRAFIA

- [1] CIGRÉ WG 38.02 Task Force No. 10, *Modelling of voltage collapse including dynamic phenomena*, final draft, December 1992.
- [2] K. M. Jimma, C.-C. Liu, C. W. Taylor, K. T. Vu, *Voltage instability: Mechanism and control strategies*, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 11, November 1995.
- [3] IEEE/PES Power System Stability Subcommittee, *Voltage stability assessment, procedures and guides*, final draft, January 1999.
- [4] V. Venikov, *Transient processes in electrical power system*. Moscow: Mir Publishers, 1977.
- [5] S. Iwamoto, H. Mori, Y. Tamura, *Relationship between voltage instability and multiple load flow solutions in electric power systems*, IEEE Trans. Power Apparatus and Syst., Vol. PAS-102, No. 5, May 1983.
- [6] R. F. Fischl, H. G. Kwatny, C. O. Nwankpa, *Local bifurcation in power systems: theory, computation, and application*, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 11, November 1995.
- [7] C.-W. Tan, P. P. Varaiya, M. Varghese, F. F. Wu, *Bifurcation, chaos, and voltage collapse in power systems*, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 11, November 1995.
- [8] H. Schättler, V. Venkatasubramanian, J. Zaborszky, *Dynamics of large constrained nonlinear systems: a taxonomy*, Proceedings of the IEEE, Vol. 83 No. 11, November 1995.
- [9] H.-D. Chiang, M. G. Lauby, C.-W. Liu, P. P. Varaiya, F. F. Wu, *Chaos in a simple power system*, IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 8, No. 4, November 1993.

- [10] G. Cauley, H.-D. Chiang, C.-C. Chu, *Direct stability analysis of Electric power systems using energy functions, theory, applications, and perspective*, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 11, November 1995.
- [11] B. Gao, P. Kundur, G. K. Morison, *Voltage stability evaluation using modal analysis*, IEEE Transaction on Power System, Vol. 7, No. 4, November 1992.
- [12] B. Gao, P. Kundur, G. K. Morison, *Voltage stability analysis using static and dynamic approaches*, IEEE Transaction on Power System, Vol. 8, No. 3, August 1993.
- [13] B. Delfino, G. B. Denegri, R. Marconato, *Fenomeni di instabilità delle tensioni e loro effetti sulla sicurezza dinamica dei sistemi elettrici*, Rendiconti della Riunione Annuale AEI, 74^a Sessione, Ancona, Settembre 1993.
- [14] B. Delfino, G. B. Denegri, M. Invernizzi, A. Morini, *Voltage stability of power systems: links between static and dynamic approaches*, Atti della 8^a Conferenza MELECON, Vol. 2, Bari, Maggio 1996.
- [15] F. Saccomanno, *Sistemi elettrici per l'energia*. Torino: UTET, 1992.
- [16] R. Marconato, *Sistemi elettrici di potenza*, Voll. 1 - 2. Milano: Ed. Clup, 1985.
- [17] ENEL, Unità controllo processi, *SICRE: Simulatore del comportamento dinamico del sistema elettrico. Descrizione dei modelli e degli algoritmi*, Relaz. No. UCP-DSE-RH1H-2, Rapp. No. 032/97, Giugno 1997.
- [18] M. A. Pai, P. W. Sauer, C. D. Vournas, *The effect of automatic voltage regulation on the bifurcation evolution in power systems*, IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 11, No. 4, November 1996.

- [19] M. R. Irving, F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, A. S. Silva, *Voltage stability assessment with inclusion of hard limits*, IEE Proceedings - Gener. Transm. Distrib., Vol. 145, No. 5, September 1998.